ÉVFOLYAM
Volume
XIII/2 2010

GEOMATIKAI
KÖZLEMÉNYEK

Publications in Geomatics

SZERKESZTŐK
Editors
ZÁVOTI J, BÁNYAI L, PAPP G

HU ISSN 1419-6492

MTA GEODÉZIAI ÉS GEOFIZIKAI KUTATÓINTÉZET
SOPRON

Geomatikai Közlemények

Publications in Geomatics

kiadja az

MTA GEODÉZIAI ÉS GEOFIZIKAI KUTATÓINTÉZET

9400 Sopron, Csatkai E. u. 6-8. Pf. 5.
tel.: 99 - 508-340   fax.: 99 - 508-355
E-mail: geomatika@ggki.hu
WEB: www.geomatika.ggki.hu

felelős kiadó:

Závoti József
igazgató

szerkesztők:

Závoti József, Bányai László és Papp Gábor

technikai szerkesztő

Bischof Annamária

készült a
LŐVÉR PRINT Kft. nyomdájában
9400 Sopron, Ady Endre u. 5.
tel.: 99 - 329-977

megjelent 150 példányban
Sopron, 2010

HU ISSN 1419-6492

GEOMATIKAI

KÖZLEMÉNYEK

XIII/2.

"Minden nemzet a maga
nyelvén lett tudós,
de idegenen sohasem."

(Bessenyei György)

ELŐSZÓ

A Geomatikai Közlemények című folyóiratunk 1998 óta éves rendszerességgel jelenik meg, 2010-től immár két kötettel évfolyamonként.

Az elmúlt évben jelentős rendszerfejlesztést végeztünk a szerkesztési és a bírálati folyamat megkönnyítésére és részleges automatizálására. Ennek eredményeként a jelenlegi kötettől kezdve a folyóirat szerkesztése online elektronikus kéziratkezelő-rendszerrel történik. A kéziratok benyújtása, bejelentkezés és regisztráció után, sajátfejlesztésű webfelületen lehetséges.

A folyóiratunkban megjelenő cikkek már kezdettől fogva anonim bírálati folyamaton mennek keresztül. A publikálásra szánt tanulmányokat – a szerkesztő bizottságtól függetlenül – két szakmai bíráló lektorálja. A hazai szakmai körökből kapott visszajelzések alapján, köszönhetően a szerkesztőbizottság, a bírálók és a szerzők egyre gondosabb munkájának, a kiadványunk színvonala növekvő elismertségnek örvend. A folyóiratban magyar nyelven megjelenő cikkek mellett időnként angol nyelvű publikációkat is megjelentetünk.

Köszönet illeti Lovranits Tamást, a Nyugat-magyarországi Egyetem informatika szakos hallgatóját a programozási munka elvégzéséért, aki feladatát Papp Gábor kollégánk szakmai instrukciói alapján lelkiismeretesen végezte.

A folyóiratba kéziratot benyújtani szándékozó szerzők és a bírálói feladatra felkért szakértők a rendszer használatához szükséges technikai útmutatásokat az alábbi honlapon érhetik el:

http://www.geomatika.ggki.hu

A jelen kötet anyagát nagy részben szolgáltató előadások a VII. Geomatika Szemináriumon hangzottak el. A Szemináriumot a MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézet és a MFTTT Soproni Csoportja rendezte 2010. november 4-5-én Sopronban, a Soproni Tudós Társaság anyagi támogatásával.

Závoti József

A KÖTETBEN MEGJELENT CIKKEK BÍRÁLÓI

Bácsatyai László
Bányai László
Barsi Árpád
Battha László
Benedek Judit
Brolly Gábor
Czimber Kornél
Csapó Géza
Dobróka Mihály
Engler Péter
Ferenc Marcell
Geresdi István
Horváth Tamás
Jancsó Tamás
Kalmár János
Kis Márta
Kiss János
Kolláth Zoltán
Kovács János
Kugler Zsófia
Krausz Nikol
Lovas Tamás
Mentes Gyula
Rózsa Szabolcs
Süli Áron
Szűcs László
Takács Bence
Tóth Gyula
Tuchband Tamás
Varga József
Vig Péter
Virág Gábor
Zaletnyik Piroska
Závoti József

TARTALOMJEGYZÉK
CONTENTS

GEODÉZIAI HÁLÓZATOK TERVEZÉSE EVOLÚCIÓS ALGORITMUSSAL

*Laky Sándor**

A solution for the geodetic network design problem using evolutionary algorithm – *The first order geodetic network design problem is a well-known problem in the literature of geodesy. Various solutions have been introduced for constrained cases using mathematical programming, iterative design, genetic algorithm, and methods based on a set of basic designs. In this paper, a method for solving the minimally constrained case is proposed using the Differential Evolution algorithm and its extension, the Differential Evolution for Multi-objective Optimization (DEMO). The proposed design criteria are minimization of the mean variance of the adjusted network parameters, optimization of the area coverage based on the Voronoi diagram, and rationalizing the latter by placing an auxiliary constraint on the shortest distance. Two methods for dealing with multiple optimization criteria are explained: aggregate objective function and multi-objective optimization. The application of the proposed method using DEMO and the introduced design criteria is shown to solve a specific network design problem.*

Keywords: network design, free network, evolutionary algorithm

A geodéziai hálózatok tervezése a szakirodalomban sokat tárgyalt feladat. Megoldására különböző megkötések mellett matematikai programozáson, méretezésen, genetikus algoritmuson, alaprendszereken alapuló módszerek születtek. Dolgozatunkban a differenciális evolúciós algoritmus, és annak több célfüggvényre kiterjesztett változata (DEMO) segítségével minimális megkötések mellett végzett szabadhálózat-tervezési módszert mutatunk be. Ismertetjük a kiegyenlített paraméterek átlagos középhibájára vonatkozó kritériumot, az optimális terület-lefedettségre vonatkozó Voronoi-diagramon alapuló kritériumot, valamint ez utóbbi ésszerűsítését a legrövidebb oldalhosszra vonatkozó kiegészítő megkötéssel. Tárgyaljuk az egyes kritériumok együttes kezelésének lehetőségeit aggregált célfüggvény, vagy több célfüggvényre specializált módszer alkalmazásával. Végül egy konkrét példán mutatjuk be az említett kritériumok és a DEMO algoritmus együttes alkalmazását.

Kulcsszavak: hálózattervezés, szabadhálózat, evolúciós algoritmus

1 Bevezetés

A hálózattervezéssel foglalkozó szakirodalom szerint a geodéziai hálózatok tervezésének igénye az 1960-as években (egyes szerzők szerint az 1970-es években) jelent meg. A megvalósítás általában méretezéssel, vagy matematikai programozással történt. A hálózattervezéssel kapcsolatos feladatokat különböző szerzők különböző csoportokba sorolják.

Sárközy (1989) a geodéziai hálózatok tervezési feladatait két fő részre osztja. Elsőrendű tervezési feladat esetén az alappontok helyét szeretnénk meghatározni. Másodrendű tervezés esetén az alappontok helyét adottnak tekintjük, és a megmérendő mennyiségeket, valamint a mérések szükséges pontosságát szeretnénk meghatározni. Amennyiben a két tervezési feladatot egyszerre hajtjuk végre, komplex hálózattervezésről beszélünk. A hálózattervezési feladatokat más szempontok szerint csoportosítva beszélhetünk még pontossági (ezen belül általános pontossági kritériumok alapján, vagy speciális pontossági kritériumok alapján történő) vagy gazdaságossági tervezésről (itt gazdaságosság alatt általában a szükséges mérések mennyiségének minimalizálását értjük).

Detrekői (1991) a geodéziai mérések tervezésének négy alapvető mennyiségét említi meg: pontossági jellemző, megbízhatósági jellemző, költségjellemző és időszükséglet-jellemző.

*MTA-BME Fizikai Geodézia és Geodinamikai Kutatócsoport
BME Általános és Felsőgeodézia Tanszék
1521 Budapest, Pf. 91.
E-mail: laky.sandor@freemail.hu

A geodéziai hálózatok tervezését Grafarend (1974) nyomán négy rendbe sorolja:

- Nulladrendű tervezés: adott elrendezés és mérési középhibák mellett a kötött hálózatként való kiegyenlítéséhez az optimális rögzített pontok megkeresése (a hálózat dátumának optimalizációja).
- Elsőrendű tervezés: a hálózati ponthelyek és a mérendő mennyiségek optimalizálása.
- Másodrendű tervezés: az elvégzendő mérések pontossági tervezése.
- Harmadrendű tervezés: a hálózat pontosságát növelő kiegészítő mérések megtervezése.
- Negyedrendű tervezés: mozgásvizsgálati hálózatok esetén a mérési időpontok optimális megválasztása.

A pontossági tervezés kritériumaként megemlíti a hálózati koordináták átlagos középhibáját, valamely kiválasztott irányba eső átlagos középhibáját, a középhibák homogenitását, a maximális középhiba minimalizálását, stb. Külön foglalkozik a hálózatok megbízhatósági tervezésével (durva mérési hibák kimutathatóságára történő tervezésével).

Berné és Baselga (2004) összefoglalása szerint a hálózatok pontossági tervezésének lehetséges kritériumai a következők:

- „A-optimalizáció”: a kiegyenlített paraméterek a priori variancia-kovariancia mátrixa nyomának minimalizálása.
- „D-optimalizáció”: a kiegyenlített paraméterek a priori variancia-kovariancia mátrixa determinánsának minimalizálása, ami a hibaellipszoid-térfogatok minimalizálásának felel meg.
- „E-optimalizáció”: a variancia-kovariancia mátrix legnagyobb sajátértékének minimalizálása.
- Spektrális optimalizáció: a hálózat merevségének optimalizálása.
- Kritériummátrix alapú optimalizáció: valamely előre megadott variancia-kovariancia mátrixhoz való legnagyobb mértékű hasonlóság elérése.

Tekintve, hogy az optimalizációs eljárás összetettsége miatt nem triviális, több szerző többféle megoldási módszert dolgozott ki a feladat végrehajtására. Sárközy (1989) és Detrekői (1991) egyaránt megemlíti a méretezés és a matematikai programozás módszerét. Fekete (2006) a közelfotogrammetriai hálózatok tervezésével kapcsolatban megemlíti az alapelrendezések bevezetését (adott típusú feladatokra tervezett hálózati elrendezések gyűjteményét), valamint egy lehetséges méretezési folyamatot mutat be az első- és másodrendű tervezésre. Berné és Baselga (2004) a szimulált lehűlés módszerét alkalmazzák az elsőrendű tervezés egy korlátozott esetében (adott és rögzített alappontokból álló hálózat sűrítése adott területekre eső pontokkal). A másodrendű tervezés megoldását tárgyalja Xu és Grafarend (1995). GPS hálózatok észlelési tervének gazdaságossági optimalizációjával foglalkozik Saleh és Dare (2001).

Dolgozatunkban az elsőrendű hálózattervezési problémára mutatunk be egy lehetséges megoldási módszert, pontossági és egyéb kritériumok mellett, minimális külső megkötésekkel geodéziai szabadhálózatok esetén. A feladatot a differenciális evolúciós (DE) algoritmussal (Storn és Prince 1997) oldjuk meg. A DE részletes magyar nyelvű ismertetését és alkalmazását geodéziai szabadhálózatok kiegyenlítésére Laky (2009) tartalmazza. Bemutatjuk a feladat megoldási lehetőségét több kiegészítő kritérium egyidejű figyelembevétele esetén.

2 Az alkalmazott algoritmusok és kritériumok

A következőkben röviden áttekintjük a DE algoritmus működését, a megoldás során alkalmazott kritériumokat, valamint a DE kiterjesztési lehetőségeit több kritérium együttes figyelembevételére.

2.1 A DE algoritmus működése

A tervezési feladat klasszikus méretezésen alapuló megoldása esetén a szükséges lépések:

1. egy lehetséges hálózati elrendezés felvétele,

2. a kritériumként választott érték kiszámítása a felvett elrendezésre,
3. annak ellenőrzése hogy az elrendezés megfelel-e a kitűzött célnak.

Ha a feltétel még nem teljesül, az elrendezést megváltoztatva visszatérünk a 2. ponthoz.

Észrevehető, hogy az algoritmus igen könnyen és hatékonyan adaptálható számítógépre. Az evolúciós algoritmusok működése hasonlít az előbb leírt folyamatra. Az alapelvek (és a biológiai analógiák) az alábbiak:

- Nem egyetlen lehetséges megoldás (esetünkben hálózati elrendezés) megfelelőségét vizsgáljuk, hanem lehetséges megoldások (egyedek) halmazának (populáció) megfelelőségét.
- Iterációról iterációra (generációk) olyan módon befolyásoljuk az egyedeket egymás közti kombinálással (keresztezéssel) és véletlenszerű változtatásokkal (mutációval), hogy azok átlagosan egyre jobban megközelítsék a célfüggvény globális optimumának helyét (egyre rátermettebbek legyenek).
- Minden generációból a legrátermettebb egyedek kerülnek tovább a következőbe (szelekció).
- A folyamat leállási feltétele lehet például az egyedek egymástól való eltérésének bizonyos szint alá esése – ekkor a további generációk már nem jelenthetnek jelentős javulást a jelenlegihez képest. A DE algoritmus esetén ugyanis a mutáció az egyedek lineáris kombinálásával történik.

Az evolúciós algoritmusok hátránya a nagy számításigény. Azonban cserébe számos előnyt nyújtanak: nem feltétel a célfüggvény linearitása, nem feltétel a célfüggvény felületének „simasága” (a célfüggvénynek nem kell deriválhatónak lennie). Mivel globális szélsőérték-keresési eljárások, nem szükséges a kereséshez egy kiindulási pont (előzetes értékek) megadása (de technikai okokból szükséges a keresési tér lehatárolása). Ezen kívül támogatják bonyolult, zárt formában nem megadható célfüggvények használatát.

2.2 Pontossági kritérium

A megoldás első kritériumaként a hálózat elérendő pontosságával kapcsolatos elvárásainkat fogalmazzuk meg. Olyan elrendezést keresünk, amelynek alkalmazása során a kiegyenlített paraméterek átlagos középhibái optimálisak lesznek (azaz a variancia-kovariancia mátrix nyomát minimalizáljuk, „A-optimalizáció”). Mivel célunk szabadhálózatok elrendezésének meghatározása, amely hálózatok normálmátrixa szinguláris, és nem kívántuk hálózatunkat kötött hálózattá alakítani paraméterek megkötésével, a súlykoefficiens-mátrix előállításához szinguláris érték felbontást (SVD) alkalmaztunk (Tóth 2004).

A gyakorlati megvalósítás során három problémába ütköztünk:

1. A távmérések a priori középhibája távolságfüggő, ezért az így tervezett hálózatban az oldalhosszak 0 felé tartanak. Ezt kiküszöbölendő, megkötésként bevezettük a hálózat átlagos oldalhosszát. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy az újabb egyedek előállítása után az általuk képviselt hálózat méretarányát korrigáltuk.
2. A pontok sorrendje a hálózatban nem kötött, ezért több eltérő egyed képviselheti ugyanazt a tényleges hálózati elrendezést, különböző sorrendekben. Ennek kiküszöbölése érdekében az egyes hálózati elrendezésekben a pontok sorrendjét mindig az északi iránytól kezdve az óramutató járásával megegyező irányban rendeztük.
3. A hálózat elhelyezése (eltolása) és tájékozása (elforgatása) tetszőlegesen felvehető, az a hibaterjedést nem befolyásolja. Ebből következően végtelen sok lehetséges hálózati elrendezéshez tartozhat ugyanakkora célfüggvény-érték. Kiküszöbölése érdekében az egyes hálózatok súlypontját a (0; 0) koordinátájú pontba toltuk, és a súlypontról az 1. pontra mutató irányt északra forgattuk.

Az 1. ábrán látható a folyamat konvergenciája egy hatpontos hálózat esetén. Fontos megemlíteni, hogy ebben az esetben a variancia-kovariancia mátrixban szerepelnek az egyes pontokon a kiegyenlített tájékozási szögek varianciái is. Ezek elhagyása esetén jelentősen degenerált elrendezést kapnánk.

2.2 Optimális területlefedési kritérium

Tegyük fel, hogy a hálózat létrehozásának célja a lefedett terület részletes felmérése, vagy nagy mennyiségű kitűzés elvégzése a munkaterületen. Ezekben az esetekben, az alappontok és a részletpontok vagy kitűzendő pontok távolságának korlátozása végett praktikus lehet, ha hálózatunk a munkaterületet lehetőleg egyenletesen fedi le. Definiáljuk a területlefedés egyenletességének mérőszámát a hálózat lehatárolt Voronoi-diagramja lapjai területeinek szórásával.

A Voronoi-diagram egy lapja (kétdimenziós esetben) olyan pontok összessége a síkon, amelyek a hálózat egy adott pontjához közelebb esnek, mint a hálózat bármely másik pontjához. Lehatárolt a Voronoi-diagram, ha a lapok nem nyúlhatnak el a végtelenbe, hanem egy poligon (a mi esetünkben a munkaterület határoló poligonja) határolja le őket kívülről.

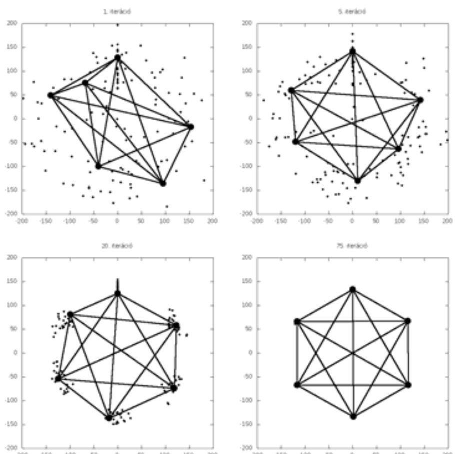
A feladat megoldására ismét a DE algoritmust alkalmaztuk, az előző pontban említett, hálózati pontok sorrendi kötetlensége miatti kiegészítéssel. A tervezés folyamata egy tetszőlegesen felvett munkaterület-határ esetén a 2. ábrán követhető. A területek szórásának optimális értéke zérus, azaz van(nak) olyan hálózati elrendezés(ek), ami(k) esetén a hálózati pontok azonos területeket fednek le a munkaterületből.

Az ilyen kritérium szerinti tervezés folyamatát többször lefuttatva könnyen meggyőződhetünk az alábbiakról.

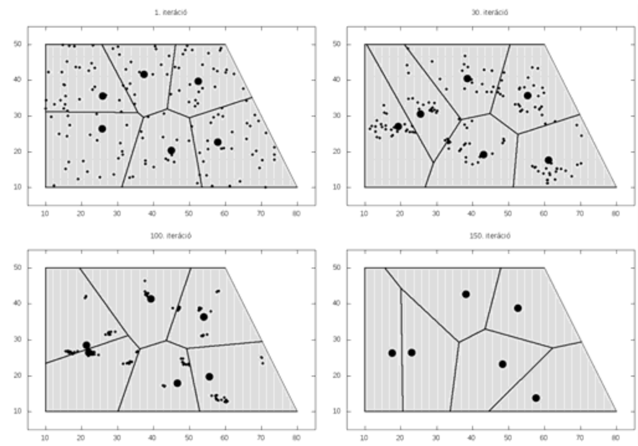
- A hálózati pontok kapott elrendezése bár kielégíti a feltételt, a hálózat alakja józan ésszel mégsem nevezhető optimálisnak: előfordulhatnak egymáshoz nagyon közeli pontok, azaz bár a terület-lefedettség optimális, a pontok sűrűsége mégsem nevezhető annak.
- Adott pontszám és munkaterület-határ mellett több megoldás is létezik, amiben a területek szórása zérus (3. ábra).

2.3 Optimális területlefedés a legrövidebb oldalhosszra vonatkozó kiegészítő kritériummal, aggregált célfüggvény alkalmazásával

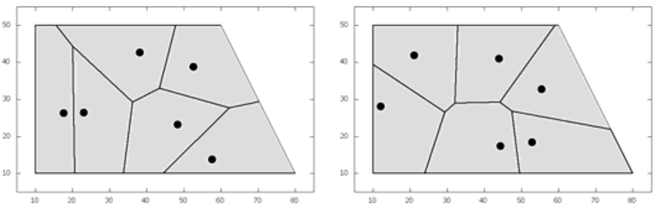
Az iménti gyenge pontok kiküszöbölése végett vezessünk be egy kiegészítő célfüggvényt: maximalizáljuk a hálózat legrövidebb oldalának hosszát. Célszerűségi szempontból ezt a feladatot is megfogalmazhatjuk minimalizálási feladatként (minimalizáljuk a hálózat legrövidebb oldalhosszának reciprokát).



1. ábra. Hatpontos hálózat tervezésének konvergenciája a pontossági kritérium figyelembevételével 1, 5, 20 és 75 iteráció után. Fekete pontokkal jelölve az összes egyed, a hálózat oldalainak megrajzolásával kiemelve az adott iterációban található legjobb egyed



2. ábra. Hatpontos hálózat tervezésének konvergenciája lehatárolt munkaterülettel, a Voronoi-diagram szerinti egyenletes terület-lefedettség figyelembevételével 1, 30, 100 és 150 iteráció után. Fekete pontokkal jelölve az összes egyed, nagyobb pontokkal kiemelve az adott iterációban található legjobb egyed, valamint megrajzolva a hozzá tartozó Voronoi-lap határok



3. ábra. A feladat első megoldása (lásd 2. ábra), és egy lehetséges alternatív megoldás

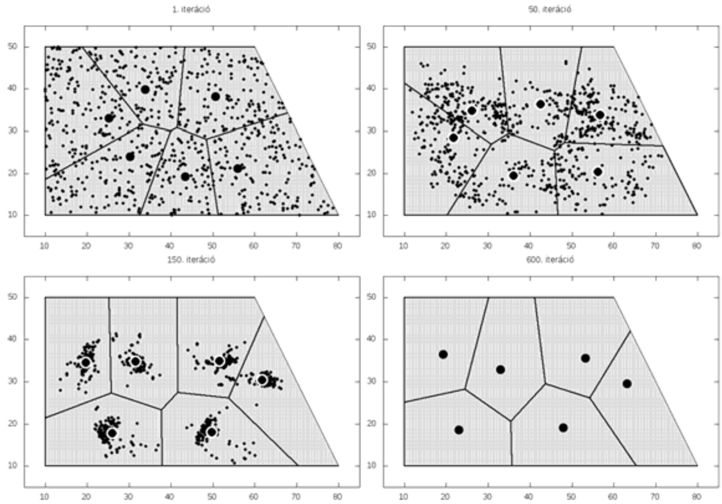
Hogyan lehetséges két célfüggvény együttes kezelése? Ebben az esetben lehetőségünk van a legegyszerűbb módon eljárni: a két célfüggvény értékét súlyozottan összeadva kapott aggregált célfüggvényt kell minimalizálnunk.

A módszer veszélye, hogy a súlyok felvételéhez szubjektíven kell mérlegelnünk az egyes célfüggvények fontosságát. Azonban ebben a konkrét esetben, mivel első célfüggvényünk (a Voronoi-diagram lapjai területének szórása) több helyen is zérus értéket vehet fel, szabadon felvehetjük a súlyokat, például egységnyi értékre. A feladatot így is megfogalmazhatjuk: keressük a végtelen sok egyenletes terület-lefedettségű hálózat közül azt, aminek a legkisebb oldalhossza a lehető legnagyobb. A módszer előnye, hogy a korábban már leprogramozott optimumkeresési eljárás módosítását nem igényeli, csak a célfüggvényt kell átalakítani.

A tervezés konvergenciája a 4. ábrán látható. Megemlítjük, hogy a terület-lefedettség optimalizálását több kiegészítő feltétellel is összeköthetjük: kijelölhetünk a munkaterületen pont létesítésére nem alkalmas (vagy nem célszerű) területeket, nagyobb kitakaró objektumok közelítő helyének megadásával megkísérelhetjük a felmérések vagy kitűzések szempontjából kitakart területek minimalizálását, stb.

2.4 Az eddigi optimalizálási feltételek együttes kezelése, Pareto-optimális front

Ha az előzőekben tárgyalt pontossági kritérium és terület-lefedettségi kritérium szempontjából egyaránt kielégítő hálózatot szeretnénk tervezni, ismét szembesülünk a több célfüggvény együttes kezelésének nehézségével. Ebben az esetben célfüggvényeink már egymásnak esetenként ellentmondó feltételeket fogalmazhatnak meg: a terület-lefedettség szempontjából optimális elrendezés nem feltétlenül optimális hibaterjedés szempontjából. Aggregált célfüggvény előállítása nem célszerű, hiszen a súlyok felvétele (a célfüggvény-értékek eltérő „értelmezési tartománya” miatt) csak sok tapasztalat útján, szubjektív módon történhet.



4. ábra. Hatpontos hálózat tervezésének konvergenciája aggregált célfüggvénnyel 1, 50, 150 és 600 iteráció után. Fekete pontokkal jelölve az összes egyed, nagyobb pontokkal kiemelve az adott iterációban található legjobb egyed, valamint megrajzolva a hozzá tartozó Voronoi-lap határok

Olyan módszert kell tehát keresnünk, ami a célfüggvényeinket egymástól függetlenül kezeli, majd a legígéretesebb megoldási lehetőségeket felkínálva a felhasználóra (szakértőre) bízza a végleges döntést a változatok között.

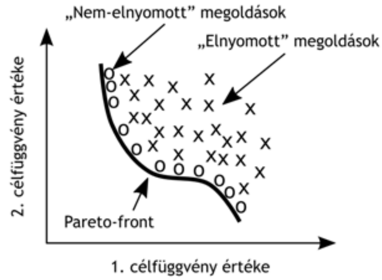
A szakirodalom által javasolt egyik módszer a több célfüggvénnyel történő (multiobjektív) optimalizálási feladatok megoldására a Pareto-optimum (Pareto-front) megkeresése (5. ábra.) A Pareto-optimum a domináns megoldások halmazát jelenti. Dominánsnak nevezünk egy megoldást, amit csak valamely célfüggvény értékének rovására változtathatunk meg valamely másik célfüggvény értékének előnyére.

Mivel az evolúciós eljárások diszkrét megoldásokat (egyedeket) vizsgálnak, szükségszerű a Pareto-front értelmezése erre az esetre. Vezessük be az elnyomás fogalmát: egy megoldás „elnyom” (dominál) egy másikat, ha az összes célfüggvény tekintetében jobb nála. Két megoldás kölcsönösen „nem-elnyomott”, ha bizonyos célfüggvény(ek) tekintetében az egyik áll közelebb az optimumhoz, a többi célfüggvényre nézve pedig a másik. Ebben az esetben a Pareto-front közelítése a nem-elnyomott megoldások halmaza.

A DE eljárásnak több módosítása is létezik a multiobjektív optimalizáció támogatására. Esetünkben a (Robič és Filipič 2005) által javasolt DEMO algoritmust alkalmaztuk (Differential Evolution for Multiobjective Optimalization).

Ennek alapvető lépései:

1. Kezdőpopuláció előállítása (véletlenszerű egyedek).
2. A leállási feltétel teljesüléséig (esetünkben adott számú generáción keresztül):
   a. Minden egyedhez egy kihívó előállítása mutációval és keresztezéssel.
   b. A kihívó és az eredeti egyed rátermettségének megállapítása az egyes célfüggvényekre nézve.
   c. A kihívó és az eredeti egyed versenyeztetése:
      i. Ha a kihívó elnyomja az eredeti egyedet, akkor annak helyét a kihívó veszi át a populációban.
      ii. Ha az eredeti egyed elnyomja a kihívót, akkor a kihívó megsemmisül.
      iii. Ha az eredeti egyed és a kihívó kölcsönösen nem-elnyomott, az eredeti egyed megmarad, és a kihívó is csatlakozik a populációhoz.
3. Minden generációváltáskor megvizsgáljuk a populáció méretét. Ha nagyobb az eredetileg meghatározott méretnél, a „fölös” egyedeket eltávolítjuk.



5. ábra. A Pareto-optimum értelmezése. Az egyes tengelyeken a célfüggvények értékei láthatók. Folytonos vonallal jelölve a Pareto-front, körökkel a nem-elnyomott megoldások, keresztekkel az elnyomott megoldások

A folyamat 3. lépésében végrehajtott populációméret-csökkentés elvégzéséhez szükséges valamilyen speciális rendezési eljárás. Esetünkben az egyedeket elsődlegesen domináltságuk szerint rendezzük, majd „zsúfoltságuk” szerint. Az így kapott sorrend szerint rendezett egyedekből az utolsó „fölös” egyedek eltávolíthatók, így a populáció mérete ismét az eredetire csökken.

A domináltság szerinti rendezés (Deb et al. 2002) annak megfelelően rendezi az egyes megoldásokat, hogy azokat hány másik megoldás nyomja el. A Pareto-frontot közelítő megoldások kölcsönösen nem-elnyomottak, így ezek kerülnek az ilyen módon rendezett lista elejére. Ezeket követik azok a megoldások, amiket egy másik megoldás dominál, majd azok a megoldások, amiket két megoldás dominál, stb.

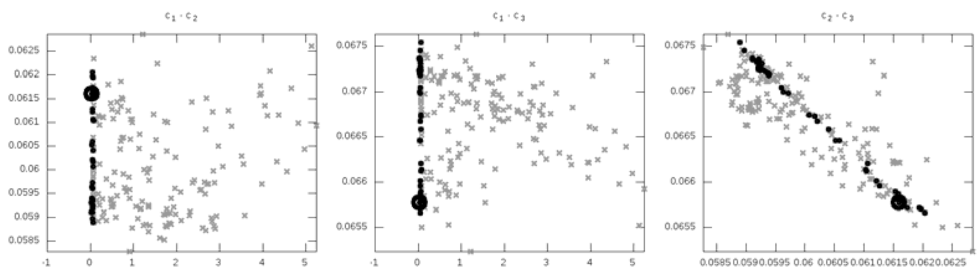
A zsúfoltság szerinti másodlagos rendezés azt segíti elő, hogy a megközelített Pareto-front mentén az egyedek lehetőleg minél egyenletesebben helyezkedjenek el, ne keletkezzenek sűrűsödések. Rendezéskor előbbre kerülnek azok az egyedek, amik távolabb vannak a hozzájuk legközelebb eső egyedektől (itt a távolságot a célfüggvények mentén mérjük).

Legyenek célfüggvényeink a következők:

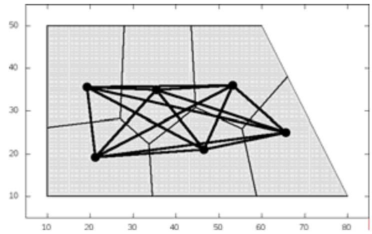
- c_1: a Voronoi-diagram területek szórása,
- c_2: a minimális oldalhossz reciproka,
- c_3: az átlagos koordináta-középhiba (az eddigiektől eltérően itt csak a kiegyenlített koordináták a priori középhibáit vesszük figyelembe, a tájékozási szögeket már elhagyjuk).

A tervezési folyamat eredménye (999 iteráció után) a célfüggvény-értékekre nézve a 6. ábrán látható. A fekete színnel kiemelt, Pareto-optimális frontot közelítő egyedek bármelyikét választva a feladat megoldásaként olyan eredményt kapunk, ami minden célfüggvény szempontjából lokálisan optimális. A globális optimumot maga a Pareto-front jelenti.

Szemléltetés végett a 6. ábrán a Pareto-fronton kijelöltünk egy konkrét egyedet. Az ehhez a megoldáshoz tartozó hálózati elrendezés látható a 7. ábrán.



6. ábra. A hálózattervezési feladat Pareto-frontjának és elnyomott egyedeinek ábrája 999 generáció után a c_1-c_2, c_1-c_3 és c_2-c_3 síkokra vetítve. Feketével kiemelve a Pareto-frontot közelítő egyedek, szürkével az elnyomott egyedek



7 ábra. A 6. ábrán kiemelt egyedhez tartozó hálózati elrendezés.
Vastag vonalakkal a hálózat oldalai, vékony vonalakkal a Voronoi-lapok határai

3 Összefoglalás

Dolgozatunkban rövid áttekintést adtunk a geodéziai hálózatok tervezésének hazai és külföldi szakirodalmáról. Definiáltuk az elsőrendű hálózattervezés „A-optimalizáción” alapuló megoldásának kritériumát. Bemutattuk, hogy a teljesen megkötés nélküli szabadhálózat-tervezési eljárások gyakorlati kivitelezése milyen problémákba ütközhet (oldalhosszak nullához tartása, hálózati pontok sorbarendezetlensége miatti többértelműség, hálózat szabad elmozdulása és elfordulása miatti többértelműség), és javaslatokat tettünk ezen problémák orvoslására. Bemutattuk a DE algoritmus alkalmazását egyetlen célfüggvény, a hálózat paramétereinek kiegyenlítés utáni a priori átlagos varianciájának minimalizálására.

Ezután bemutattuk a hálózat területi lefedettségének egyenletessé tételére használatos célfüggvényt. Megmutattuk, hogy végtelen sok megoldás esetén milyen kiegészítő feltétel bevezetésével (minimális oldalhossz maximalizálása) lehet a kapott megoldásokat ésszerűsíteni. Bemutattuk a két célfüggvény együttes kezelésének egyszerű módját (aggregált célfüggvény alkalmazása).

Végül pedig bemutattuk az eddigi kritériumok együttes kezelésének egy hatékony és objektív módszerét. A DE algoritmus több célfüggvényre kiterjesztett változatát, a DEMO eljárást alkalmaztuk a Pareto-optimum meghatározására.

Hivatkozások

Sárközy F (1989): Geodézia. Tankönyvkiadó, Budapest. 797.

Detrekői Á (1991): Kiegyenlítő számítások. Tankönyvkiadó, Budapest. 685.

Grafarend E W (1974): Optimization of Geodetic Networks. Bollettino di Geodesia e Scienze Affini, 33(4), 351-406.

Berné J L, Baselga S (2004): First-order design of geodetic networks using the simulated annealing method. Journal of Geodesy, 78, 47-54.

Fekete K (2006): Hálózattervezési kérdések a közelfotogrammetriában. Geodézia és Kartográfia, 3, 12-23.

Xu PL, Grafarend E (1995): A multi-objective second order optimal design of deforming networks. Geophys J Int, 120, 577–589.

Saleh H A, Dare P (2001): Effective Heuristics for the GPS Survey Network of Malta: Simulated Annealing and Tabu Search Techniques. Journal of Heuristics, 7, 533-549.

Storn R, Price K (1997): Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. Journal of Global Optimization, 11, 341-359.

Laky S (2009): Differenciális evolúciós algoritmus alkalmazása geodéziai hálózatok kiegyenlítésére. Geomatikai közlemények, XII, 47-56.

Tóth Gy (2004): Korszerű matematikai módszerek a geodéziában. BME jegyzet.

Robič T, Filipič B (2005): DEMO: Differential Evolution for multiobjective optimization. Proceedings of the 3rd International Conference on Evolutionary Multicriterion Optimization (EMO 2005), 520-533.

Deb K, Pratap A, Agarwal S, Meyarivan T (2002): A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 6(2), 182-197.

APPLYING MINIMUM TRAVEL COST APPROACH TO 17-NODES TRAVELLING SALESMAN PROBLEM

Mohamed Eleiche, Bela Markus**

A minimális utazási költség alkalmazása a 17 csomópontos utazó ügynök probléma megoldásánál – *A minimális utazási költség egy új megközelítés az utazó ügynök probléma (TPS) megoldására. A TPS web oldal könyvtára (TPSLIB) számos TPS problémát és annak végső megoldását mutatja be, amely lehetővé teszi más javasolt megoldás ellenőrzését. Ez a tanulmány a minimális utazási költség megoldást alkalmazta a TPS17 probléma megoldására, amely 17 csomópontot tartalmaz és sikeresen megadja a 39 megoldást.*

Kulcsszavak: utazó ügynök probléma (TSP), utazási költség megközelítés

The minimum travel cost is a new approach to solve the Travelling Salesman Problem (TSP). The TSP library website (TSPLIB) provides several TSP problems with their best known solutions as a means to test any proposed solution. The present paper successfully applies the minimum travel cost algorithm to the 17-nodes A-TSP17 problem which has the value of 39 for its best known solution.

Keywords: Travelling Salesman Problem (TSP), travel cost approach

1 Introduction

The Travelling Salesman Problem (TSP) is defined as a set of nodes that represent a number N cities, where the distance (cost) between each two nodes is known, and a tour with the least cost is required. It starts from one node, visits all other nodes and then returns back to the start node in such a way that each node is visited only once (Gutin and Punnen 2007). TSP is mathematically presented as a full graph with N nodes. It is an old problem although its origins are obscure, and it was analysed by mathematicians in Vienna in 1920 (Applegate et al. 1998). There are two distinct types of TSP, the first is the special case STSP (Symmetrical TSP) where $C_{ij} = C_{ji}$ and the second general case is ATSP (Asymmetrical TSP) where $C_{ij} \neq C_{ji}$. TSP is a prototype of hard combinatorial optimization problem where the possible solutions are (N-1)! and it is considered NP-hard and NP-complete (Jungnickel 2008). Historically, The STSP was tackled via Branch-and-Cut methods applied by Dantzig, Fulkerson and Johnson in 1954 (Naddef 2007). The ATSP was approached via the same algorithm by reducing the ASTP into a STSP on an undirected graph with twice as many nodes (Balas and Fischetti 2007). The dynamic programming algorithm developed by Held and Karp in 1962 is the best known exact solution for TSP in non-polynomial time $O(2^n)$ where n is number of nodes (Woeginger 2003). This algorithm was enhanced by Björklund et al. to be $O((2-s)^n)$ where $s > 1$ depending on bounded degree graph (Björklund et al. 2008). Also, non-traditional solutions were proposed for solving the TSP such as optical solution (Haist and Osten 2007) and Particle Swarm Optimization solution (Zhong et al. 2007). However, a polynomial exact algorithm for TSP still represents a real challenge. The new approach of minimum travel cost provides convergent solution for the TSP problem as it depends on minimizing the travel cost of each node. This means that the sum of the arrival cost and departure cost for each node is minimum. Up to the knowledge of the authors, this is the first time the TSP is analysed through such an approach. The TSPLIB website (http://www.tsp.gatech.edu/problem/index.html, October 2010) provides sample TSP problems with best known solutions in order to test the validity of proposed solutions for this interesting problem. This paper addresses the A-TSP17 problem which is an asymmetrical graph that has a value of 39 for the least cost tour visiting all nodes.

*University of West Hungary,
8000 Székesfehérvár, Pirosalma u. 1-3.
E-mail: mohamed.eleiche@gmail.com

2 Minimum travel cost approach

The full graph of N nodes (with (N *(N-1) edges) and edges of equal cost C, has a least tour cost of ($N * C$) and there are ((N-1)!) tours satisfying this cost. For typical TSP problems, the general case is the ATSP, and it is not feasible to solve the TSP with computing all the possible solutions *((N-1)!*) and searching for the minimal cost. In the proposed approach the basic idea is to project the problem from the whole graph level to the node level. This is achieved by solving each node alone and then connect the individual solution of each one taking into consideration the main constraint which states that each node is visited only once.
The least travel cost for each node is the sum of the cost of incident edge with minimum cost and cost of outgoing edge with minimum cost.

$$C_i = min\ C_{incident} + min\ C_{outgoing} \tag{1}$$

where

C_i is the least travel cost of node i,
$C_{incident}$ is the edge cost from node k to node i, and
$C_{outgoing}$ is the edge cost from node i to node j.

In ideal situations, which is very rare, the aggregation of the sequence of minimum travel cost (nodes: k, i, j) for each node will be the tour with the least cost.

The main concept in this algorithm is to visit each node with minimal cost and this means to move from one node to its closest one as possible. The minimum travel cost array discovers the closest nodes (or group of nodes) to each other. The groups of nodes form a sub-graph that has start and end nodes and should not be closed. By connecting these sub-graphs, using also minimum travel cost for each sub-graph, can lead to the optimal required path. Figure 1. presents a diagram describing the steps of the algorithm and the next Chapters provide the solution of the A-TSP17 problem using these steps. The first step is to build the initial minimum travel cost array, and it allows that the same node can be incident and outgoing. After that, the minimum travel cost for each node is computed so that the incident node is not the same as the outgoing. The third step is to join possible connected nodes from the minimum travel array and to create sub-graphs which are not allowed to form closed loops. Then the main loop is started, so that the sub-graphs are connected with preventing closed loops.

3 Solution for A-TSP17 based on minimum travel cost

The A-TSP17 problem is composed from 17 nodes, and it is an asymmetrical network where $C_{ij} \neq C_{ji}$. The input data of the problem as downloaded from the website are shown in Table 1.

Table 1. Cost of edges (Origin-Destination Matrix)
(diagonal value *dv*=9999)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	*dv*	3	5	48	48	8	8	5	5	3	3	0	3	5	8	8	5
2	3	*dv*	3	48	48	8	8	5	5	0	0	3	0	3	8	8	5
3	5	3	*dv*	72	72	48	48	24	24	3	3	5	3	0	48	48	24
4	48	48	74	*dv*	0	6	6	12	12	48	48	48	48	74	6	6	12
5	48	48	74	0	*dv*	6	6	12	12	48	48	48	48	74	6	6	12
6	8	8	50	6	6	*dv*	0	8	8	8	8	8	8	50	0	0	8
7	8	8	50	6	6	0	*dv*	8	8	8	8	8	8	50	0	0	8
8	5	5	26	12	12	8	8	*dv*	0	5	5	5	5	26	8	8	0
9	5	5	26	12	12	8	8	0	*dv*	5	5	5	5	26	8	8	0
10	3	0	3	48	48	8	8	5	5	*dv*	0	3	0	3	8	8	5
11	3	0	3	48	48	8	8	5	5	0	*dv*	3	0	3	8	8	5
12	0	3	5	48	48	8	8	5	5	3	3	*dv*	3	5	8	8	5
13	3	0	3	48	48	8	8	5	5	0	0	3	*dv*	3	8	8	5
14	5	3	0	72	72	48	48	24	24	3	3	5	3	*dv*	48	48	24
15	8	8	50	6	6	0	0	8	8	8	8	8	8	50	*dv*	0	8
16	8	8	50	6	6	0	0	8	8	8	8	8	8	50	0	*dv*	8
17	5	5	26	12	12	8	8	0	0	5	5	5	5	26	8	8	*dv*

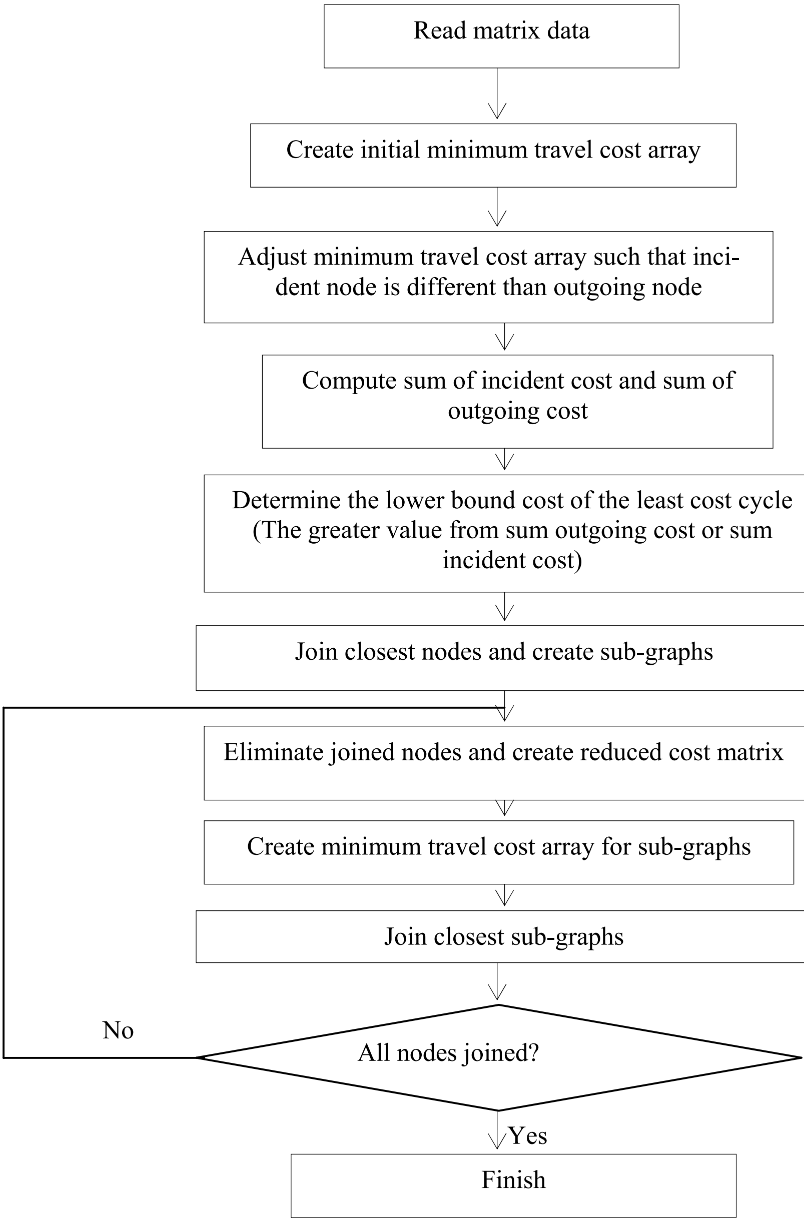


Fig. 1. Steps of the minimum travel cost algorithm

From Table 2. there are six groups of nodes with equal minimum cost which are the following: 1, 12 and 2, 10, 11, 13 and 3, 14 and 4, 5 and 6, 7, 15, 16,and 8, 9, 17. Any order for equal cost nodes will lead to minimum tour as shown in Table 2. and Fig. 2.

The sum of incident and outgoing costs is equal and has the value of zero, which means that the least cost will be higher than zero. In other words, the lower bound for the least cycle will exceed zero.

Figure 2. and Table 2. show that there are six groups of nodes which can be called neighbourhood nodes. These nodes are characterized by their equal costs, such that the cost from node 4 to node 5 equals to the cost of node 5 to node 4, and the same thing for nodes 2, 10, 11, 13 and other groups shown in Fig. 2.

Table 2. Minimum pass cost for each node

$C_{incident}$	From	Node	To	$C_{outgoing}$
0	12	1	12	0
0	10, 11, 13	2	10, 11, 13	0
0	14	3	14	0
0	5	4	5	0
0	4	5	4	0
0	7, 15, 16	6	7, 15, 16	0
0	6, 15, 16	7	6, 15, 16	0
0	9, 17	8	9, 17	0
0	8, 17	9	8, 17	0
0	2, 11, 13	10	2, 11, 13	0
0	2, 10, 13	11	2, 10, 13	0
0	1	12	1	0
0	2, 10, 11	13	2, 10, 11	0
0	3	14	3	0
0	6, 7, 16	15	6, 7, 16	0
0	6, 7, 15	16	6, 7, 15	0
0	8, 9	17	8, 9	0

These neighbourhood nodes, if their order is changed, present other realizations for the minimum cycle. For example, there is a minimum cycle which includes the sequence of node 4 then node 5, and another minimum cycle which includes node 5 then node 4. For this problem particularly, the number of realizations for the least cost equals:

The number of least cost realizations is $\prod_{p=1}^{m} G_p!$, where m is number of groups and G is the number of nodes in each group p, and this equation can be applied to the problem A-TSP17 as follows: the number of least the cost realizations is A-TSP17 = 2! · 2! · 3! · 2! · 4! · 4! = 27648. This is obvious by changing the order of nodes sequence of any sub-graph in Fig. 2.

In Fig. 2. there are six sub-graphs which start with nodes 1, 2, 3, 4, 6, 8. These nodes allow connectivity from incident side only. Similarly, the nodes 5, 12, 13, 14, 16, 17 are the end node of the six sub-graphs and allow connectivity only from outgoing side. Table 3. represents the allowed connectivity for these nodes. The second iteration will start from Table 4.

Both incident and outgoing costs in Table 5. are symmetrical and equal to total cost of 26. The highest cost is 6 for (16 to 4) and (5 to 6) and according to the algorithm, we always have to start with the highest cost edge as it is the critical cost. Both of them cannot be chosen as they will form a closed loop, which is not allowed.

We have to choose: (5 to 6) or (16 to 4) to avoid loops. In order to make the right decision (with minimum cost), a comparison will be performed between both cases, and the minimum cost will be selected. First, the next higher cost for both nodes 5 and 16 will be determined as shown in Table 6.

It will be (5 to 8) with cost=12 (+6 from current cost), and (16 to 1 or 2 or 8) with cost = 8 (+2 from current cost). In order to maintain minimum cost, (5 to 8) will be discarded and (5 to 6) will be selected as shown in Fig. 3.

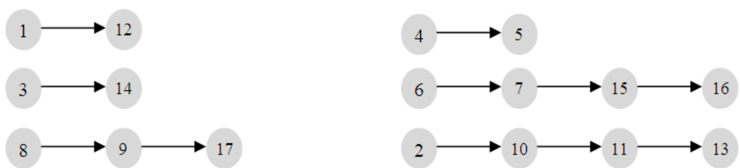


Fig. 2. Sub-graphs generated from the table of minimum travel cost

Table 3. Allowed connectivities based on Table 2.
Due to symmetry of Table 2. half of the table is considered and remaining nodes have "-"

Node	To	$C_{outgoing}$
1	12	0
2	10	0
3	14	0
4	5	0
5	-	-
6	7	0
7	15	0
8	9	0
9	17	0
10	11	0
11	13	0
12	-	-
13	-	-
14	-	-
15	16	0
16	-	
17	-	-

Table 4. Reduced cost matrix for sub-graphs in Fig. 2

		To					
		1	2	3	4	6	8
FROM	5	48	48	74	-	6	12
	12	-	3	5	48	8	5
	13	3	-	3	48	8	5
	14	5	3	-	72	48	24
	16	8	8	50	6	-	8
	17	5	5	26	12	8	-

Table 5. Minimum travel cost for the sub-graphs in Fig. 2

$C_{incident}$	From	Start Node	End Node	To	$C_{outgoing}$
3	13	1	12	2	3
3	12, 14	2	13	1, 3	3
3	13	3	14	2	3
6	16	4	5	6	6
6	5	6	16	4	6
5	12, 13	8	17	1, 2	5
26	-	-	-	-	26

Table 6. Minimum travel cost for the sub-graphs in Fig. 2. with highest cost highlighted

$C_{incident}$	From	Start Node	End Node	To	$C_{outgoing}$
3	13	1	12	2	3
3	12, 14	2	13	1, 3	3
3	13	3	14	2	3
6	16	4	5	6	6
6	5	6	16	4	6
5	12, 13	8	17	1, 2	5
26	-	-	-	-	26

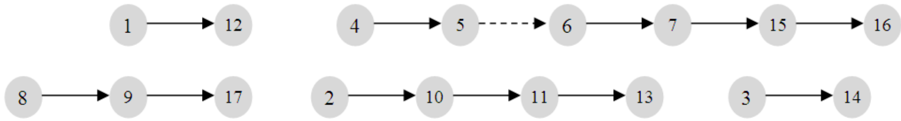


Fig. 3. Sub-graphs generated from Table 6

Now both nodes 5 and 6 are removed from the reduced cost matrix and the second reduced cost matrix is shown in Table 7.

In the minimum travel cost in Table 8. the sum of incident cost is higher than the sum of outgoing cost (26 > 22), then the incident side will be considered and outgoing side will be neglected. Next higher cost will be used for node 4 which is from node 17 (17 to 4) as shown in Fig. 4. Now 17 and 4 will be removed from cost matrix as shown in Table 9.

The higher total cost will be considered (17) for outgoing side (17 > 14) in Table 10. and the outgoing side is displayed alone in Table 11.

Next higher cost is 8 to move from node 16 (16 to 1 or 2). There are two alternatives, (16 to 1) or (16 to 2), and both solutions will be compared and minimum cost will be selected.

Table 7. Reduced cost matrix for sub-graphs in Fig. 3

	1	2	3	4	8
12	-	3	5	48	5
13	3	-	3	48	5
14	5	3	-	72	24
16	8	8	50	6	8
17	5	5	26	12	-

Table 8. Minimum travel cost for the sub-graphs in Fig. 3

$C_{incident}$	From	Start Node	End Node	To	$C_{outgoing}$
3	13	1	12	2	3
3	12, 14	2	13	1, 3	3
3	13	3	14	2	3
12	17	4	16	1,2,8	8
5	12, 13	8	17	1, 2	5
26	-	-	-	-	22

Table 9. Reduced cost matrix for sub-graphs in Fig. 4

	1	2	3	8
12	-	3	5	5
13	3	-	3	5
14	5	3	-	24
16	8	8	50	-

Table 10. Minimum travel cost for the sub-graphs in Fig. 4

$C_{incident}$	From	Start Node	End Node	To	$C_{outgoing}$
3	13	1	12	2	3
3	12,14	2	13	1,3	3
3	13	3	14	2	3
5	12,13	8	16	1,2	8
14	-	-	-	-	17

Table 11. Outgoing minimum travel cost for the sub-graphs in Fig. 4

Start Node	End Node	To	$C_{outgoing}$	Main cost
1	12	2-3,8	3,5	0
2	13	1,3-8	3,5	0
3	14	2,1,8	3,5,24	0
8	16	1,2	8	18

If (16 to 1) is used then:

- (12 to 8) cannot be used, to prevent loops.
- (14 to 2) will add (+0), and (12 to 3) will add (+2), and (13 to 8) will add (+2), the total added cost is [+4] as shown in Fig 5.
- (14 to 8) will add (+24) and (12 to 2) will add (+0) and (13 to 3) will add (+0), the total added cost is [+24].

If 16 to 2 is used then:

- (13 to 8) cannot be used, to prevent loops.
- (14 to 1) will add (+2) and (12 to 8) will add (+2) and (13 to 3) will add (+0) the total added cost is [+4] as shown in Fig 6.
- (14 to 8) will add (+24) and (12 to 3) will add (+2) and (13 to 1) will add (+0) the total added cost is [+26] which is higher than the previous solution and will be excluded.

This means that the minimum cost is 39 (35 + 4), and it has more than two realizations as the re-order of the sequence of the neighbourhood nodes will lead to these solutions as mentioned previously.

The minimum travel cost solution not only solved effectively the A-TSP17 but also it discovered the possible realization of the least cost which contains exactly 27648 cycles. Among them two are presented in Fig 5. and Fig 6. These realizations are research requirements for TSP (Bonyadi and Azghadi 2008).

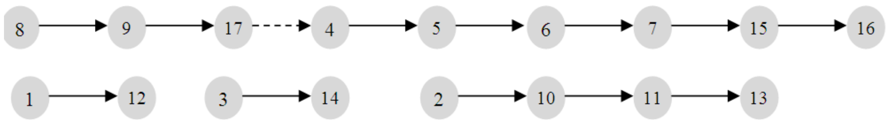


Fig. 4. Sub-graphs generated from Table 8

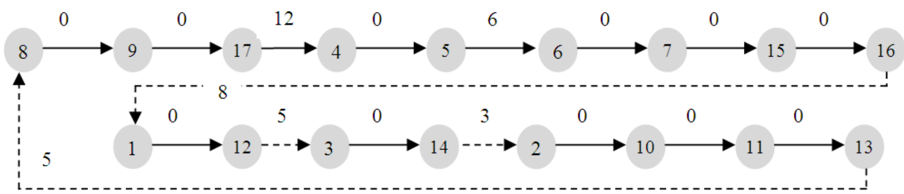


Fig. 5. Complete solution for travelling salesman problem (first solution)

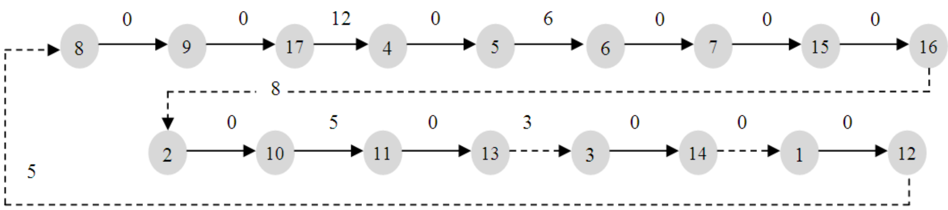


Fig. 6. Complete solution for travelling salesman problem (second solution)

4 Conclusion

The minimum travel cost solution solves effectively the TSP with an exact algorithm of polynomial complexity *O(n)*, and it was successfully applied to the problem A-TSP17 and achieved the best known solution in four steps. This approach for the first time in solving the ATSP provides a deterministic lower bound which is the sum of the incident or outgoing cost (whatever is greater) of the minimum travel array. In the same time, it enables the computation of the exact number of possible realizations of the least cost. Also, it starts the solution by applying the problem definition on the node level. This approach is related to the family of exact algorithms for TSP rather than heuristic algorithms which provide fast solution for large instances with high probability exceeding 95% from optimal solution (Applegate et al. 2006).

At the conceptual level, this approach applies a graph and mathematical manipulation for the TSP general case rather than the computational approaches such as Brute-Force, dynamic programming and their linear programming approximation. Traditionally, the TSP was regarded as a computational problem for the search of the least cost in the trivial solution of *O(n!)* (Jungnickel 2008). This algorithm projects the problem from the whole graph as applied by other algorithms (Woeginger 2003) to the node level. Also, it computes the minimum travel cost for each node then considers connecting the minimum path of each node avoiding closed loops or node duplication which expresses a new philosophical unprecedented understanding for this famous problem.

This approach solves directly the general case of TSP (ATSP) while the Branch-and-Cut methods applied by Dantzig, Fulkerson and Johnson solve only the STSP with limited size (Applegate et al. 1998) and its implementation with problem-specific cut generation leads to the solution of STSP with large instances (Applegate et al. 2006). Compared to the dynamic programming algorithms, they are non-polynomial algorithms and they reduce the original TSP into simpler sub-problems to discover the required solutions. The lower bound search in dynamic programming algorithms, which depends on the size of the problem, is achieved in this algorithm directly in two steps whatever is the size of the problem.

The minimum travel cost algorithm analyses the TSP in details, and is able to discover the possible realizations for the least cost tour which is not possible in other heuristic or exact algorithms (Gutin and Punnen 2007).

The TSP problems of larger size can be addressed by the same approach.

References

Applegate D L, Bixby R M, Chvatal V, Cook W J (1998): On the solution of travelling salesman problems. Documenta Mathematica, Extra Volume ICM 1998 III p.645-656.

Applegate D L, Bixby R M, Chvátal V, Cook W J (2006): The Traveling Salesman Problem, A Computational Study. Princeton, New Jersey.

Balas E, Fischetti M (2007): Polyhedral theory for the asymmetric travelling salesman problem. In Gutin & Punnen (Eds.): The Traveling Salesman Problem and Its Variations. Springer, 2007. p.117-168.

Björklund A, Husfeldt T, Kaski P, Koivisto M (2008):The Travelling Salesman Problem in Bounded Degree Graphs. In Aceto, L., Damgård, I., Goldberg, L., Halldórsson, M., Ingólfsdóttir, A. and Walukiewicz, I. (Eds.): Automata, Languages and Programming, Lecture Notes in Computer Science, Springer Berlin / Heidelberg 5125, 2008, p.198-209.

Bonyadi M R, Azghadi M R (2008): Population-Based Optimization Algorithms for Solving the Travelling Salesman Problem. In: Greco (Ed.): Travelling Salesman Problem. In-Teh. Croatia. p. 1-34.

Gutin G, Punnen A P (2007): Experimental Analysis of Heuristics for the ATSP. In Gutin & Punnen (Eds.): The Traveling Salesman Problem and Its Variations. Springer, 2007. p.369-444.

Haist T, Osten W (2007): An optical solution for the traveling salesman problem. Optics Express, Vol. 15, Issue 20, p.12627-12627.

Jungnickel D (2008): Graphs, Networks, and Algorithms. Berlin, Springer. p.433-472.

Naddef D (2007): Polyhedral theory and Branch-And-Cut algorithms for the symmetric TSP. In Gutin & Punnen (Eds.): The Traveling Salesman Problem and Its Variations. Springer, 2007. p.29-116.

Woeginger G J (2003): Exact algorithms for NP-hard problems: a survey. In J¨unger, M., Reinelt, G., Rinaldi, G. (Eds.): Combinatorial Optimization – Eureka, You Shrink!, Lecture Notes in Computer Science 2570, Springer, 2003. p.185–207.

Zhong W, Zhang J, Chen W N (2007): A novel discrete particle swarm optimization to solve traveling salesman problem. Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2007. p.3283-3287.

MODELLING TRAJECTORY AS NETWORK PATH USING INTELLIGENT LANDMARKS

*Mohamed Eleiche**

Nyomvonalak, mint hálózati útvonalak modellezése intelligens útjelzők használatával *– A mozgó objektumok nyomvonalát a geo-adatbázishoz és az úthálózathoz viszonyítva kell átadni, hogy a mobil készülékek fel tudják azt használni. A cikk ismerteti a javasolt intelligens útjelző nevű rendszert, amely a nyomvonalak relatív helyzetét valós időben adja át, és bemutatja, hogyan lehet közvetlen navigációs elemzésre felhasználni.*

Kulcsszavak: intelligens útjelzők, viszonylagos elhelyezkedés

The trajectories of moving objects need to be delivered in relative position to the geo-database and underlying road network in order to be useful to the mobile user. This paper discusses a proposed system called Intelligent Landmarks to deliver the relative position of the trajectory in real-time, and presents how it can be used to perform navigation analysis online.

Keywords: intelligent landmark, relative position

1 Introduction

The tracking and recording of moving objects, such as vehicles and trains, in urban areas are based on storing the absolute position received from GPS devices attached to the moving object at certain time interval. The received absolute position is registered by a monitoring server with the vehicle ID and time stamp. The absolute position is delivered as longitude, latitude, and height in a well-established coordinate reference system for the observed point. The trajectory recorded by this methodology is captured in absolute coordinates but often it does not match the urban road network due to uncertainty in GPS observations and geo-database. The trajectory is manipulated as spatio-temporal object to predict its future position (Wolfson at al. 1998) and to query and analyze stored (past) trajectories (Guting at al. 2000). This paper proposes the "Intelligent Landmark" as a positional assistant tool to acquire the relative position of the moving object in real-time and to model the trajectory as a path of the road network.

2 Uncertainty in Geo-database and GPS Observations

GPS provides the absolute coordinates of the moving object position, while in some cases the relative position is of higher importance. The mobile user requires mainly relative positioning over absolute positioning, for example the position of the train relative to its railway is of higher importance than its absolute position, as it reflects the comprehension of the movement. Description and orientation of the position are transferred to the user, and it is shown where he/she is within the surrounding geographic environment.

The GPS measurement reflects the complex motion of the Earth, the errors in penetrating atmospheric layers, and other systematic errors (Jäger and Kälber 2006). From the theoretical point of view, the geo-database of the geographic area is stored in absolute coordinates and the moving object position is acquired in absolute coordinates, also. Then by overlaying both positions, the relative position (theoretically) is determined and the geographic position is created, but (practically) this is not the case. The uncertainty between geo-databases and GPS measurement shifts the position of the moving object from its actual position as it is shown in Fig. 1.

*University of West Hungary,
8000 Székesfehérvár, Pirosalma u. 1-3.
E-mail: mohamed.eleiche@gmail.com

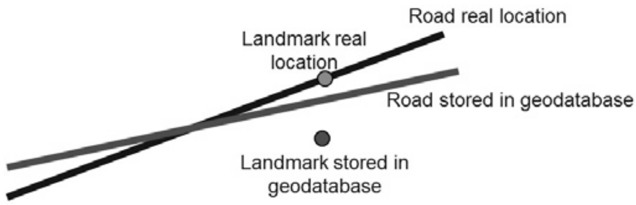


Fig. 1. Map-matching problem

This problem is tackled via many map-matching algorithms that convert the absolute position of moving object to its relative one, however these algorithms have limitations and usually work in offline mode. They are time-consuming, they need high processing power, and hinder the use of mobility data in real-time.

3 Intelligent Landmark

3.1 Basic Idea and Data Model

The Bluetooth technology has proven a success in two-way short range communications, as it is efficient, cheap, and has a low consumption of energy. The urban transportation network has dense number of landmarks and points of interest, each point has its own position, name and identifier. Bluetooth devices are added to landmarks so that each landmark can broadcast its data to other devices and moving objects, and the relative position for moving objects can be resolved with higher accuracy.

In Fig. 2 a Bluetooth device with a synchronized clock is attached to traffic signal and it broadcasts its data to moving cars. The data in transmitted message from landmark will include (ID, Name, Type, X, Y, h, time, date) according to the data model described in Fig. 3. Mounting such device on landmarks will enable each moving object with Bluetooth to receive the transmitted data and store it in order to avoid the map-matching step, and to have the relative position of the object in real-time.

3.2 How It Works

The moving object has a Bluetooth device that receives the broadcasted message from intelligent landmark. The same message *m* can be received several times by the same moving object but with different time stamps such as (m, t1), (m, t2), and so on. The received message determines the position of the moving object which moves along the road network covered by a network of Bluetooth devices. The direction of the movement can be determined from two or more messages received from two or more intelligent landmarks.

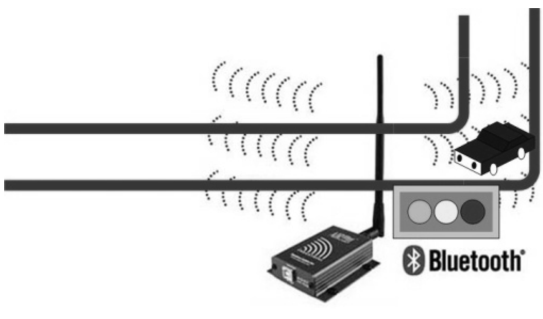


Fig. 2. Intelligent landmark: traffic signal with Bluetooth

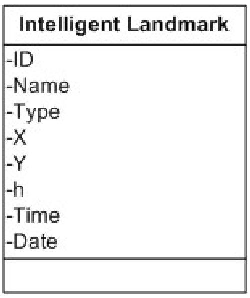


Fig. 3. Model of intelligent landmark message data

The landmark locations have to be carefully planned in order to avoid overlapping ranges, thus ensuring that the moving object is able to receive messages only from a single landmark.

Bluetooth is a mature technology in the communication industry. Figure 4 describes the installation of Bluetooth devices at each landmark to avoid the overlap between covered areas, so that the mobile object will be connected to a single intelligent landmark at one time. The connection type that will be used on the proposed solution is point-multipoint connection; it has the architecture of a master and slaves. It has a limitation of seven concurrent connected Bluetooth devices (Bluetooth core specification v2.0: http://bluetooth.com/English/Technology/Pages/Basics.aspx#1). Although the slave Bluetooth device is theoretically designed to be suitable for multitasking, which means managing more than one connection at one time, in practice it disconnects from the network and establishes point to point connection then reconnects again as slave when receiving a request from another device. At the power consumption level, the mobile device has to provide power source to the continuous Bluetooth connection. At the vehicle side, this can be solved by attaching the mobile device to the vehicle's electric network. At the intelligent landmark level, it can have a solar battery to provide power to the master Bluetooth in daylight, and another power source for the night. Another important issue is the security at both sides, as when the Bluetooth is on, the intelligent landmark can be attacked and similarly the mobile device on the vehicle.

The critical issue in the proposed solution is the time required for the discovery process of the mobile device for each intelligent landmark, connect to it, receive the transmitted message, and then close the connection and connect to the next intelligent landmark. Welsh et al. showed that the use of Bluetooth in mobile environment is limited to transfer a small amount of data and short discovery process time (http://koala.ece.rice.edu/pubs/Wel2002Mar5ImprovingC.pdf, October 2010).

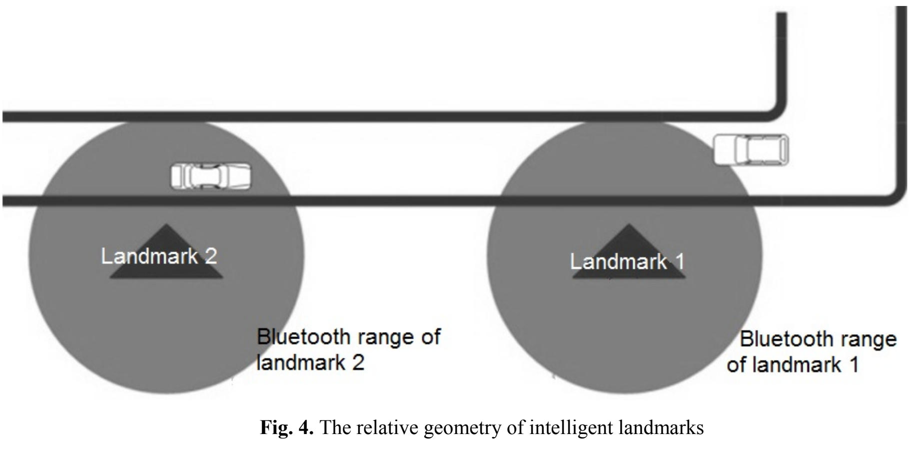


Fig. 4. The relative geometry of intelligent landmarks

3.3 Modelling Trajectory as Network Path

The proposed conceptual data model defines the trajectory of a moving object as a path of a graph that represents a road network, composed from a sequence of connected edges and nodes. This model considers the received tracked points as relative positions on the road network. If these points are in absolute coordinates, a map-matching algorithm will convert them to their relative position. In case the intelligent landmark system described in Fig. 2 is installed, the relative position is automatically provided. Figure 5 represents the flow chart for the acquisition of the relative position. The proposed model is based on the acquisition of the relative position of each recorded point to the road network as stored in geo-database. The trajectory created from these points will be identical to the links that model the road network. Table 1. describes the received tracked points in their relative and absolute position at time stamp t.

The current conceptual models that describe the moving objects consider the trajectory of moving object as separate layer in the geo-database that is totally independent from other objects and layers. Guting et al. (2000) considered the moving objects as geometries changing with time that need a temporal dimension in legacy relational database management system (RDBMS). Although this concept provides a powerful spatial query language that can perform spatial analysis with other features within the geo-database, it does not offer the required semantics of the trajectory and neglects its topological relation with the road network. Also, it faces challenges in extracting the objects that used the same trajectory in a given period. However these trajectories are identical, they are stored differently in the geo-database due to the previously mentioned uncertainty between the geo-database and the absolute positioning tools. Guting et al. (2000) use map-matching algorithms to match identical trajectories.

Wolfson et al. (1998) developed a model based on a linear function in time to predict the future location of moving object, and a query language called future temporal logic (FTL) to query the spatial relation between the trajectory and other spatial features (Giannotti and Pedreschi 2008). This concept is similar to the idea of Guting et al. (2000) with one difference that it uses time series and temporal modelling that divides the time into three categories: past, present and future. The semantics of the trajectory and its topology with road network were not considered in Wolfson et al. (1998), either.

The conventional models of trajectories interpolate the received location points of moving object to create the trajectory. The interpolation is an approximation for the path between two successive points of moving objects and it is a potential source of uncertainty. On the other hand, the proposed model of trajectory, acquired from intelligent landmark as path of a graph, considers the received points to be related to an edge on the road network.

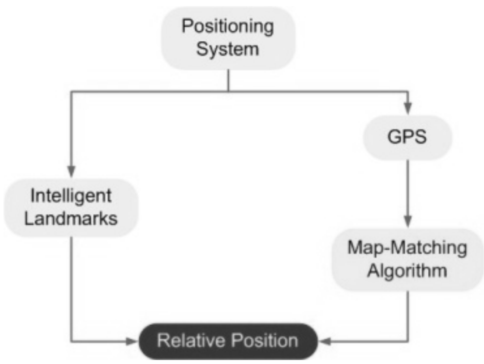


Fig. 5. The relative position for moving objects

Table 1. Raw points data

#	Relative Location	Absolute Location	Time
1	Position on edge	X, Y, Z	t_1
…	…		
N	Position on edge	X, Y, Z	t_n

3.4 Data Model

The proposed conceptual model for the trajectory is made of three different entities as shown in Fig. 6. First, the "Vehicle", which represents the moving object, then the "Current Trajectory", which represents the present trajectory of the vehicle, and finally "Trajectory", which stores the completed (past) trajectories are listed. After the end of the trip, the current trajectory is converted to trajectory by the function "Convert_to_Trajectory()".

In this model, each moving object is represented by a single entity (Vehicle), and it has a single current trajectory at any time while moving, otherwise there is no current trajectory. The performed trajectories are stored in separate entity and each has its own ID and the ID of the moving object. The moving object can have several trajectories at any time, which are considered past trajectories. The model of the trajectory, in addition to the vehicle ID, includes attributes defining the path of the graph, such as the start node, the start edge, the end node, the end edge, and list of successive nodes and edges ordered in the motion direction.

4 Conclusion

A new conceptual model for modelling trajectory of moving objects was proposed based on the relative position of the moving object in a road network modelled as graph. This model enhances efficiently the storage, management, and query of trajectories especially similarity queries.

The proposed model is based on the relative position of the object on the network, which is difficult to locate from absolute positioning devices such as GPS, due to uncertainty between the geo-database and GPS. Intelligent landmark system is proposed by attaching a Bluetooth device to landmarks in urban area to broadcast their relative position. The mobile device receives the relative position on the road network as it is the base of the proposed model.

The modelling of moving objects is an important research topic that arose from multidisciplinary subjects to model and to understand trajectories' behaviour in the present and to predict their future, and also to analyze stored queries.

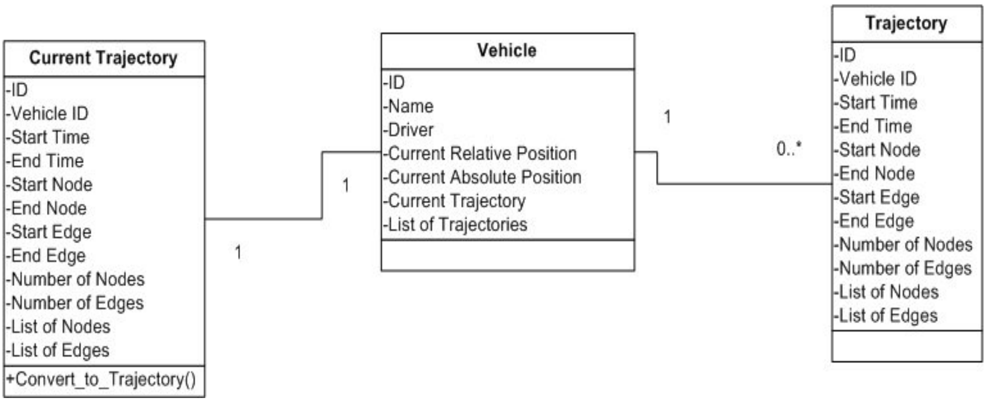


Fig. 6. The objects and relations for moving objects

The proposed intelligent landmark system needs a reliable Bluetooth solution that guarantees its success. The main challenges of the intelligent landmark occur in the time of the discovery process of the mobile device and when the compacted message is transmitted to the mobile device. The power consumption of the intelligent landmark and mobile is an important issue, as if any device is not functioning, the system will not be useful. Also, the existence of the road network on the mobile device in digital format is required to display the location of the vehicle.

The installation of the intelligent landmark systems is a single task, it has to be done only once. The modern mobile devices are already equipped with GPS and Bluetooth components, and digital maps for the road network. The determination of the precise location of moving object in real-time relative to the road network is a major current challenge to navigation systems, as it will provide the mobile user with its position on the road network and enable him/her to perform navigation queries from its current position to the destination of the trip and change the initial path according to the real-time situation. Also, it will facilitate the creation of trajectories as a path on a road network, enhances the future queries, and the past queries, such as similarity queries. The proposed system will enable the semantics of the trajectories in the geo-database.

References

Giannotti F, Pedreschi D (2008): Mobility, Data Mining and Privacy, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1-11.

Guting R, Bohlen M, Erwing M, Jensen C, Lorentzos N, Scheinder M, Vazirgiannis M (2000): A Foundation for Representing and Querying Moving Objects. ACM Transactions on Database Systems (TODS), 25(1), 1-42.

Jäger R, Kälber S (2006): Precise transformation of classical networks to ITRF by CoPag and precise vertical reference surface representation by DFHRS - General concepts and realization of databases for GIS, GNSS and navigation applications. Proceedings to GeoSerbia 2006. Volume I. S. 3-31. Novosibirsk, Russia. ISBN 5-87693-199-3.

Wolfson O, Xu B, Chamberlain S, Jiang L (1998): Moving Objects Databases: Issues and Solutions. Tenth International Conference on Scientific and Statistical Database Management. Proceedings, 111-122.

A TOPOLÓGIAI INFORMÁCIÓ: A KOORDINÁTAJEGYZÉKTŐL A TÉRKÉPIG

*Kádár István, Karsay Ferenc**

Topological information: from coordinate list to map *– The numbering of the endpoints of line sections, as a means to store topological information, is in our view obsolete. We propose local and group wise encoding instead of global and individual encoding, respectively. The presented code words for polygons, boundaries and line-stars are so simple and compact that each of their decimal digits contains information sufficient for the determination of the location of 4 line-intervals inside a point set.*

Keywords: local point numbering, integrated localization of line-sections, polygon code, boundary code, line-star code, mixed system, digital star configurations, networks decomposition

A topológiai információ tárolásához egyenesszakaszok végpontjainak pontszámozását elavultnak tartjuk. Globális helyett lokális pontszámozást, egyedi helyett csoportos kódolást, soros helyett párhuzamos feldolgozást javasolunk. A bemutatott poligonkódok, határvonalkódok és csillagkódok annyira egyszerűek és tömörek, hogy egy-egy decimális számjegyük információtartalma 4 egyenes-szakasz ponthalmazon belüli helyének megadásához elégséges.

Kulcsszavak: lokális pontszámozás, egyenesszakaszok integrált helymeghatározása, poligonkód, határvonalkód, csillagkód, digitális csillagképek, vegyes alapú rendszer, hálózatok dekomponálása

1 Bevezetés

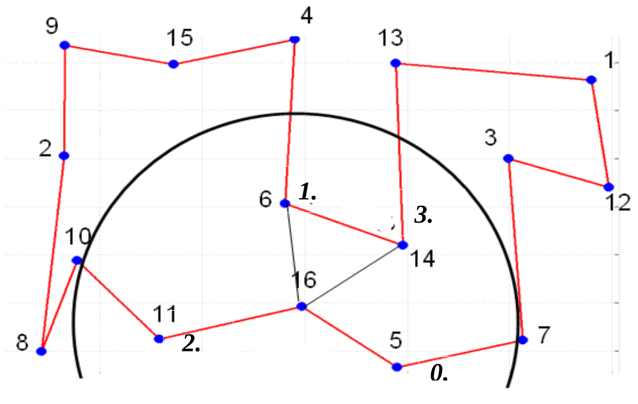
A legegyszerűbbnek látszó megoldás a digitális térképeken ábrázolandó egyeneseket (egyenesszakaszokat) végpontjaik pontszámaival (sorszámaival) rögzíteni. Ismeretesek azonban olyan eljárások is, melyek nem egyenként végzik el az egyenesek említett „helymeghatározását”. Előbb egy vagy több egyenesből álló csoportokat választanak ki, majd ezekből bizonyos (*szabvány)modulokat* képeznek és csupán e modulok *alakját* és környező pontokhoz viszonyított *helyzetét* rögzítik egy-egy kódszámmal (Harary 1973, Kron 1963, Lai 1994). Tudjuk, hogy az elektromos/elektronikus hálózatoknál régóta használt terminológia az áramkörök soros-, párhuzamos-, háromszög-, hurok-, csillag- stb. kapcsolása, hogy csak a leggyakoribbakat említsük. Kísérleteinkhez mi főleg az utóbbi két kapcsolástípust választottuk. A kapott alakzatokat *digitális csillagoknak,* ill. *csillagképeknek* neveztük el (Pólya 1937, Pólya és Read 1987). Határesetben beszélhetünk 0-ágú és 1-ágú csillagokról is – egyedülálló pontokat, ill. polárisokat vagy sokszögoldalakat értve alattuk. Úgy tűnik, hogy geodéziai (térképészeti) alkalmazásokon belül ez a megoldás nagy szabadságfokkal rendelkezik, mivel síkbeli vagy térbeli, sőt 4D összetett vonalhalmazokig hatékonyabban alkalmazható a jelenlegi módszerekhez viszonyítva.

2 Számpéldáink

2.1 Határvonalak kódolása és dekódolása

Tekintsük az 1. ábrát. Tételezzük fel, hogy ezzel a 16 oldalú földrészlettel van dolgunk, melynek töréspontjai ismert koordinátákkal rendelkeznek. A pontok összekötésének sorrendjét (a *topológiai információt*) *legegyszerűbben* a pontszámok megfelelő sorrendben történő *közvetlen* megadásával érhetjük el. Esetleg már eleve olyan koordináta-rendszert használunk, amelyben a *sorok sorrendje fogja közvetlenül tükrözni* ezt az információt. Célunk azonban most mégis olyan számítógépes eljárások keresése, melyek a sorrendi információt közvetlen megadása helyett *csak közvetve*, egyetlen *decimális kódszám* formájában tartalmazzák.

[*]NYME Geoinformatika Kar
8000 Székesfehérvár, Pirosalma u. 1-3.
E-mail: i.kadar@geo.info.hu



1. ábra. Globális mellett lokális pontszámozás a 16. pont környezetében
Lehetőség: 4 pont (a körön belül)
Valóság: a *0.* pont (a *0. 1. 2. 3.* közül)

Távolabbi célunk pedig az, hogy a határvonalakra kapott ilyen kódszámokat tovább általánosítsuk a poligonoknál összetettebb vonalszerkezetekre.

Az első gondolatunk e cél érdekében – inkább *több lokális pontszámozás* használata, mint *egyetlen globálisé*. Az ábrán már egy megoldást is bemutatunk. Ha a leghosszabb (2-8) poligonoldal értékével mint sugárral körvonalat rajzolunk a 16. pontból, akkor mint látjuk, már csak 4 pont marad a kör belsejében, melyeket globális pontszámaik sorrendjében újraszámozva 4 lokális pontszámot kaptunk. Ezt a körvonallal történő szűrést minden töréspontban megismételve, majd a Lehetőség és Valóság adatokat az 1. táblázatba kigyűjtve, az alábbi gondolatmenet alapján a 76 *poligonkódhoz* jutottunk.

A Lehetőség és Valóság fogalmakról ismert matematikai jelölésekre áttérve, a Váltószámból egy olyan Helyiérték számsorozathoz jutottunk el, mely látszólagos idegensége ellenére a közismert 60-as számrendszer általánosítása: vagyis *vegyes alapú.* A furcsa #. jel a számítógép számára szorzatösszeg (alaki értékek szorzása helyi értékekkel) képzését jelöli. A #: pedig ennek inverze. Lokális pontszámokból pedig visszatérni globálisokra (vagy fordítva) a hozzájuk tartozó közös pont azonos koordinátáin keresztül lehetséges (ismerve az egyiket, kapjuk a másikat).

A 76-os Poligonkód számítása a két #. karakterből álló (1) képlettel történhet, majd annak #: inverzével az Alakiérték is ugyanilyen egyszerűen visszakapható a (2) szerint (J programnyelv).

$$76 \;=\; \text{Poligonkód} \;=\; \text{Helyiertek \#. Alakiérték} \qquad (1)$$

$$0\;1\;0\;0\;0\;0\;1\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0 \;=\; \text{Alakiérték} \;=\; \text{Helyiérték \#: Poligonkód} \qquad (2)$$

Végül a 2. táblázathoz eljutva, lépésről-lépésre is láthatjuk a dekódolás műveletét. Még csak annyit kívánunk megemlíteni, hogy a gyakorlatban nincs szükség grafikára, ezért körök szerkesztésére sem.

1. táblázat. Decimális poligonkód vegyesalapú lokális adatokból

Lehetőség	4	3	3	2	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Valóság	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
Váltószám	1	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	1	2	3	3	4
Alakiérték	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
Helyiérték	288	288	288	144	144	144	144	144	144	72	72	72	36	12	4	1
Aé · Hé	0	0	0	0	0	0	0	0	0	72	0	0	0	0	4	0
Poligonkód	=	76	=							72			+		4	
Lokális psz	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Globális psz	5	7	3	12	1	13	14	6	4	15	9	2	8	10	11	16

A legegyszerűbb zsebszámológépre írt program is játszva el tudja végezni a körvonalakkal való szűrést azok megrajzolása nélkül is. Amire viszont mindenképpen szükség van: a maximális oldalhossz (a körsugár) megadása egy 3-jegyű számmal, vagyis a

határvonalkód = poligonkód és maxoldalhossz,

esetünkben *76-206.*

A Lokális pontszámok az Alaki értékekkel azonosak, a Globális pontszámok pedig a koordinátajegyzék segítségével párosíthatók.

A felhasználónak, aki a rendelkezésére álló határvonalkódból pl. ki akarja tűzni a poligont vagy kerítést kíván létesíteni, természetesen a töréspontok koordinátáit is ismernie szükséges. Ezért számítógépe a Váltószámok sorozatát is elő tudja állítani, ebből maradékos osztásokkal az alaki értékeket, majd a keresett globális pontszámokat is.

2.11 Következtetések

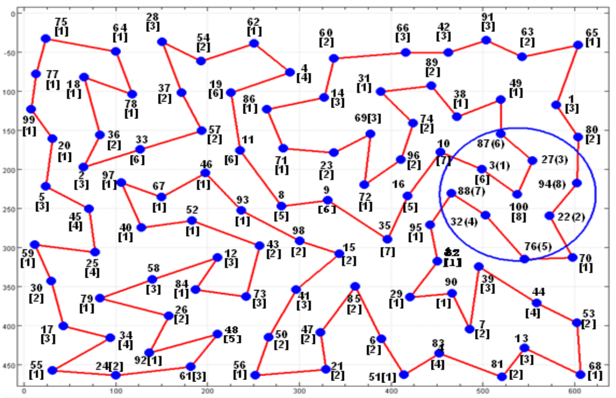
A 16 kétjegyű szám 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 (=23 számjegy) helyett legfeljebb 4-jegyű *poligonkód,* legfeljebb 3-jegyű legnagyobb oldalhossz, összesen legfeljebb 7 decimális számjegy szükséges, tehát a hatékonyság viszonyszáma 23/7 = 3.286 a legkedvezőtlenebb esetben is. Ezek egy véletlenszám-generátorral létrehozott 96 poligonból álló populációra vonatkoznak. Egy másik – 368 elemű – poligon-családdal végzett kísérletünknél a 11+36+142+159+20=368 megoszlást kaptuk az 1, 2, 3, 4 és 5-jegyű poligonkódokra. Ezek szerint a kódhosszúság várható értékére, az előfordulásokkal mint abszolút gyakoriságokkal számított súlyozott középre, 3.38315 adódott.

2.12 Példa

A 2. ábra egy 100 pontból álló határvonal megoldását mutatja be.
poligonkód=10649596184027621704444 (22 decimális), maxoldalhossz=85,
határvonalkód=85-10649596184027621704444.

2. táblázat. A globális sorszámok visszaállítása a poligonkódból

Poligonkód (osztandó)	76	19	6	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Váltószám (osztó)	4	3	3	2	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	1	1
Alakiérték (maradék)	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
Lokális pontszámok	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Globális pontszámok	5	7	3	12	1	13	14	6	4	15	9	2	8	10	11	16



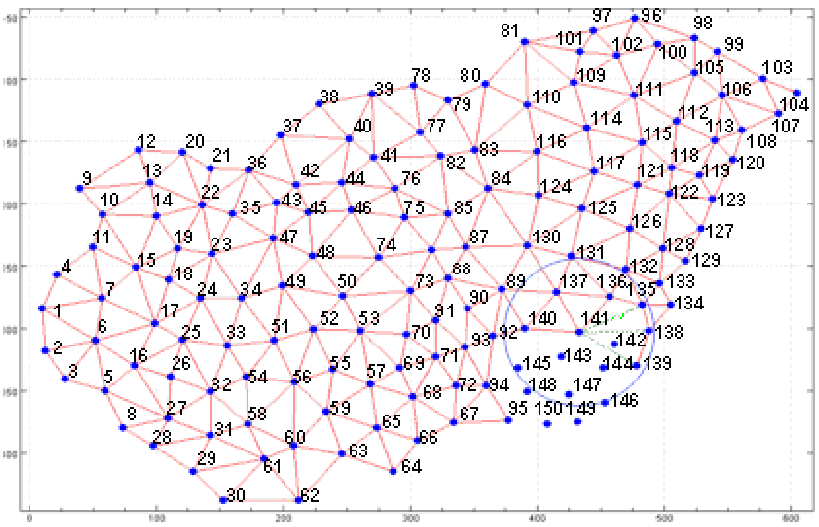
2. ábra. Lehetőség és Valóság megoszlása pontszámok szerint.
[ ]-ben a Lehetőség, ( )-ben a Valóság értékei

2.2 150 pontot és 399 oldalt tartalmazó háromszögelési hálózat topologizálása

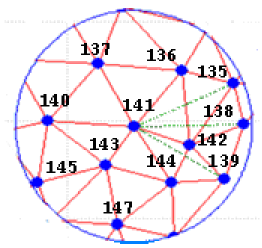
Magyarország 1. rendű hálózatának meghatározási tervét választottuk következő példánknak (3. ábra). Itt is csak egyetlen kört rajzoltunk ki, de minden pont köré egy ugyanilyen sugarú kört képzelve, megpróbáltuk alkalmazni a poligonok esetében jól bevált dekomponáló eljárásunk általánosítását. Megjegyezzük, hogy a Lehetőség és Valóság tulajdonképpen a demisztifikált Entrópia és Információ hétköznapi szinonimái, amennyiben vesszük azt a bátorságot, hogy lehántsuk róluk logaritmikus burkaikat. A 4. és 5. ábra ennek a megrajzolt körnek a középpontjához, a 141. ponthoz tartozó kétféle környezetet szemlélteti.

Minden vonalat csak egyszer veszünk figyelembe, éspedig mindig abban a körben, amelyben a vonal nagyobb sorszámú végpontja a kör közepébe kerül. Feltéve, hogy (1) a másik végpontja nem esik a körön kívülre (2) az adott vonaljegyzékben szereplő vonalak közül egyiket se fogja keresztezni. A 3. és 4. táblázatban részletesen feltüntettünk minden számítási adatot, melyek ugyancsak a 141. pont környezetére vonatkoznak.

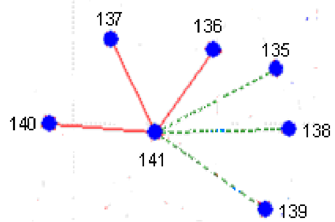
Mivel három hálózati pont zérus környezettel rendelkezik (0-ágú csillagok), ezért összesen csak 147 pontban kellett elvégezni környezetük feldolgozását a 141. ponthoz hasonlóan. A számításokat J-programnyelven végeztettük el, mely elődjéhez az APL-nyelvhez hasonlóan, párhuzamosan (kvázi-egyidőben) hajtja végre a számításokat. Ez a végeredményeken is jól megfigyelhető (6. 7. és 8. ábrán), mivel a *szokásos táblázat helyett tömb-formában adta ki az adatokat.*



3. ábra. Lehetőség és Valóság meghatározása r=59 sugarú körök alkalmazásával



4. ábra. A 141. pont analóg környezete



5. ábra. A 141. pont digitális környezete

3. táblázat. LEHETŐSÉGEK és VALÓSÁGOK a 141. pontban

Lehetőség (pontszámoké)	135 136 137 138 139 140	L = 6	Lehetőség (ágak számáé)
Valóság (pontszámok)	– 136 137 – – 140	V = 3	Valóság (ágak száma)
1. Binomiális együttható	LEHETŐSÉG (csillagoké)	BE1 = V ! L = 20	kétváltozós faktoriális
Analóg vonaltérkép	0 1 1 0 0 1	A = 011001	bináris szám
Digitális vonaltérkép	– 1 2 – – 5	D = 1 2 5	3 elemű vektor
Sorszámok	– 1 2 – – 3	S = 1 2 3	3 elemű vektor
2. Binomiális együttható	segéd-vektor	BE2 = S ! D = 1 1 10	3 elemű vektor
Csillag sorszáma	VALÓSÁG (csillagoké)	CS = +/BE2 = 12	BE2 összege

4. táblázat. A 141. pontban lehetséges 3 csillagág (3 db 1-es) sorszámozott ismétléses permutációi

0: 111000	4: 101100	8: 100101	12: 011001	16: 001110
1: 110100	5: 101010	9: 100011	13: 010110	17: 001101
2: 110010	6: 101001	10: 011100	14: 010101	18: 001011
3: 110001	7: 100110	11: 011010	15: 010011	19: 000111

A BE1=20 elemű 4. táblázatban a CS=12 helyen találjuk az Analóg vonaltérképnek megfelelő A=011001 bináris számot.

A 6. ábrán megfigyelhetjük, hogy a négy 3-soros számsorozat utolsó soraiban és ugyanazon oszlopaiban egymás alatt megtaláljuk a 141. ponthoz tartozó korábban már megadott 6, 3, 20, 12 számnégyest is.

2.21 Következtetések

A 69-jegyű ágszámkód és a 33-jegyű tájékozáskód mellett még a körök sugarát (az 59-cel egyenlő maximális vonalhosszat) is tárolni kell, ezért a 399 vonal tárolásához (megrajzolásához) szükséges és elégséges decimális számjegyek száma: 2 + 69 + 33 = 104. Vagyis *egyetlen decimális jeggyel átlagosan 4 vonal (egyenesszakasz) helyéhez és tájékozásához szükséges információt lehet megadni* (ugyanis 399 / 104 = 3.83654, közel 4).

2.3 GPS-mérések és hálózatok topologizálása

2.31 A minimális lefedőfa

A Kádár (2000) tanulmányunkban részletesen ismertettünk egy eljárást, amelynek célja *globális koordináta-rendszerről lokális rendszerre* való áttérés. A klasszikus geodéziában ennek csupán a fordított (inverz) feladata volt ismeretes, ill. hasznosított, például amikor sokszögvonalak derékszögű oldalvetületeiről egységes koordináta-rendszerre tértünk át. Az informatika egyik alaptételének érvényesítése során, mely szerint *„minden információt csak egyetlen-egyszer szabad tárolni”*, az ún. *minimális lefedőfa* alkalmazása egyre jobban terjed. Ez a tény azonban egyre jobban kétségbe vonja a geodéziában szintén alaptételnek számító régi előírást, hogy minden „*alappont helyzetét egyetlenegy alappontra – a hálózati kezdőpontra – kell vonatkoztatni*”.

Szerencsére egy olyan megoldás is kínálkozik, melynél egyik alaptétel sem sérülne, ha a hiányzó *fatörzset* is hozzárendelnénk a 9. ábrán látható *minimális lefedőfához*, mely anélkül nem fának, hanem inkább *bokornak* látszik. Ezt a hozzárendelést az említett tanulmányunkban már el is végeztük úgy, hogy az imént még bokorhoz hasonlított lefedőfa, valójában inkább *lombozatává* váljon a Budapest elnevezésű GPS-pontban „alászerkesztett” és a hálózati kezdőpontban „legyökereztetett” eredeti alakzatnak. Ezzel elsősorban azt sikerülne elérni, hogy Budapest EOV-koordinátáit csak egyszer legyen szükséges tárolni, azaz ne terhelje a digitális fatörzs által kiváltható – máskülönben minden pont EOV koordinátáit terhelő – két implicit összadó-állandó 1150-szer a teljes EOV-koordináta-jegyzéket.

A 9. ábrán látható 1151 pontot 1150 egyenesszakasz köti össze egy fölös mérés nélküli sokszögelési hálózattá. Ezek a vonaldarabkák a hálózat topológiai információtartalmának *analóg* (vizuális, grafikus) megjelenítési formái.

LEHETSÉGES Ln számai

1 1 1 2 4 3 1 1 4 1 3 3 4 3 4 3 4 3 3 5 3 3 3 4 4 2 2 1 5 4 3 3 3 4 1 1 1 3 2 4 3 4 3 3 5 3 3 2 3

3 2 4 3 4 2 5 3 3 5 3 3 1 4 3 1 4 3 4 4 3 4 4 4 4 3 2 2 2 1 5 3 2 4 4 4 4 2 5 6 5 5 4 2 2 1 1 4 3

4 1 1 4 3 3 2 3 4 4 4 3 3 4 4 3 3 3 4 4 4 3 3 3 3 3 3 2 5 3 4 3 3 3 3 4 3 4 4 6 5 4 4 5 3 5 5 4 4

VALÓSÁGOS Vn számai

1 1 1 1 4 3 1 1 3 1 3 2 4 2 4 2 3 2 1 5 3 3 3 2 4 2 1 1 3 4 3 3 2 3 1 1 1 3 2 3 3 3 3 2 5 3 3 2 3

3 2 3 2 4 2 4 3 3 5 3 3 1 4 2 1 4 3 2 3 3 3 4 2 4 2 2 2 1 1 4 3 2 4 4 3 3 2 2 5 2 5 4 2 2 1 1 2 2

4 1 1 3 3 3 2 3 4 4 3 3 3 3 4 3 3 2 3 3 3 3 3 3 3 2 3 2 5 3 3 3 1 3 3 4 2 1 3 3 5 2 4 4 2 3 5 2 4

A csillagágak LEHETSÉGES tájékozásának Vn ! Ln számai

1 1 1 2 1 1 1 1 4 1 1 3 1 3 1 3 4 3 3 1 1 1 1 6 1 1 2 1 10 1 1 1 3 4 1 1 1 1 1 4 1 4 1 3 1 1 1 1 1

1 1 4 3 1 1 5 1 1 1 1 1 1 1 3 1 1 1 6 4 1 4 1 6 1 3 1 1 2 1 5 1 1 1 1 4 4 1 10 6 10 1 1 1 1 1 1 6 3

1 1 1 4 1 1 1 1 1 1 4 1 1 4 1 1 1 3 4 4 4 1 1 1 1 3 1 1 1 1 4 1 3 1 1 1 3 4 4 20 1 6 1 5 3 10 1 6 1

A csillagágak VALÓSÁGOS tájékozásának D ! S sorszámai

0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 2 3 0 2 0 0 0 0 5 0 0 1 0 3 0 0 0 2 3 0 0 0 0 0 3 0 0 0 2 0 0 0 0 0

0 0 3 2 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 4 3 0 0 0 5 0 0 0 0 1 0 3 0 0 0 0 3 3 0 9 3 5 0 0 0 0 0 0 1 1

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 2 3 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 2 0 0 0 0 3 1 12 0 2 0 2 1 6 0 2 0

ahol ! - binomiális együttható (kétváltozós faktoriális)

A - analóg csillagtérkép pl. 0 1 1 0 0 1

D - digitális csillagtérkép - 1 2 - - 5

S - sorszámok - 1 2 - - 3

6. ábra. 147 hálózati ponthoz, mint csillag-középpontokhoz tartozó csillagágak

LEHETSÉGES Ln számai

(Helyiértékek)

1 1 1 2 4 3 1 1 4 1 3 3 4 3 4 3 4 3 3 5 3 3 3 4 4 2 2 1 5 4 3 3 3 4 1 1 1 3 2 4 3 4 3 3 5 3 3 2 3

3 2 4 3 4 2 5 3 3 5 3 3 1 4 3 1 4 3 4 4 3 4 4 4 4 3 2 2 2 1 5 3 2 4 4 4 4 2 5 6 5 5 4 2 2 1 1 4 3

4 1 1 4 3 3 2 3 4 4 4 3 3 4 4 3 3 3 4 4 4 3 3 3 3 3 3 2 5 3 4 3 3 3 3 4 3 4 4 6 5 4 4 5 3 5 5 4 4

VALÓSÁGOS Vn-1 számai

(Alakiértékek)

0 0 0 0 3 2 0 0 2 0 2 1 3 1 3 1 2 1 0 4 2 2 2 1 3 1 0 0 2 3 2 2 1 2 0 0 0 2 1 2 2 2 2 1 4 2 2 1 2

2 1 2 1 3 1 3 2 2 4 2 2 0 3 1 0 3 2 1 2 2 2 3 1 3 1 1 1 0 0 3 2 1 3 3 2 2 1 1 4 1 4 3 1 1 0 0 1 1

3 0 0 2 2 2 1 2 3 3 2 2 2 2 3 2 2 1 2 2 2 2 2 2 2 1 2 1 4 2 2 2 0 2 2 3 1 0 2 2 4 1 3 3 1 2 4 1 3

TÁROLÁSRAKÉSZ Alakiértékek

CSn=: x:Ln#.Vn-1

168729730153445833180303000789837566388345074625163222791524410350231

(egyetlen 69-jegyű decimális szám formájában)

VISSZAALAKÍTOTT Alakiértékek

Ln #:x: CSn

0 0 0 0 3 2 0 0 2 0 2 1 3 1 3 1 2 1 0 4 2 2 2 1 3 1 0 0 2 3 2 2 1 2 0 0 0 2 1 2 2 2 2 1 4 2 2 1 2

2 1 2 1 3 1 3 2 2 4 2 2 0 3 1 0 3 2 1 2 2 2 3 1 3 1 1 1 0 0 3 2 1 3 3 2 2 1 1 4 1 4 3 1 1 0 0 1 1

3 0 0 2 2 2 1 2 3 3 2 2 2 2 3 2 2 1 2 2 2 2 2 2 2 1 2 1 4 2 2 2 0 2 2 3 1 0 2 2 4 1 3 3 1 2 4 1 3

7. ábra. A 147 hálózati ponthoz tartozó *első két adat* egyesítése egyetlen kódszámmá

LEHETSÉGES Ln számai

BE=:VN ! LN (korábbi binomiális együtthatók)

1 1 1 2 1 1 1 1 4 1 1 3 1 3 1 3 4 3 3 1 1 1 1 6 1 1 2 1 10 1 1 1 3 4 1 1 1 1 1 4 1 4 1 3 1 1 1 1 1

1 1 4 3 1 1 5 1 1 1 1 1 1 1 3 1 1 1 6 4 1 4 1 6 1 3 1 1 2 1 5 1 1 1 1 4 4 1 10 6 10 1 1 1 1 1 1 6 3

1 1 1 4 1 1 1 1 1 1 4 1 1 4 1 1 1 3 4 4 4 1 1 1 1 3 1 1 1 1 4 1 3 1 1 1 3 4 4 20 1 6 1 5 3 10 1 6 1

Permutációk sorszámai

PS=:S

0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 2 3 0 2 0 0 0 0 5 0 0 1 0 3 0 0 0 2 3 0 0 0 0 0 3 0 0 0 2 0 0 0 0 0

0 0 3 2 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 4 3 0 0 0 5 0 0 0 0 1 0 3 0 0 0 0 3 3 0 9 3 5 0 0 0 0 0 0 1 1

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 2 3 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 2 0 0 0 0 3 1 12 0 2 0 2 1 6 0 2 0

NB. Permutációsorszámok integrálása 33-jegyű decimális számmá

]PEN=:BE #.x: PS

450334736285086032359273673727058

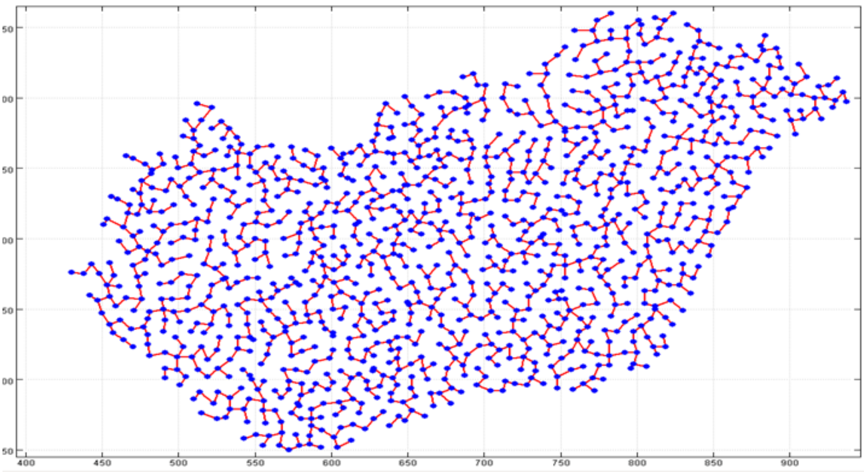
PS-:BE #:x: PEN NB. Visszaalakítás összehasonlítása a Permutációsorszámokkal

1

$":PEN

33

8. ábra. A 147 hálózati ponthoz tartozó *második két adat* egyesítése másik kódszámmá



9. ábra. Az 1151 pontos magyar GPS-hálózat 1150 sokszögoldallá történt dekomponálása után. (minimális oldal hossza: 1482.64 m, maximális oldal hossza: 12537.37 m)

Ebben a tanulmányunkban azonban a topológiai információnak nem az analóg, hanem a *digitális* ábrázolásához szükséges *minimális* információmennyiség nagyságát keressük, valamint megjelenítését valamilyen kód formájában. A szokásos geodéziai gondolkodás itt sem segítene, mivel pontszámok, illetve pontszám-párok használata a sokszögoldalak azonosításához igencsak pazarló megoldás lenne. De a Lehetőségek és Valóságok értékpárjain alapuló megoldás sem lenne üdvözítő, nem azért mivel itt nem adna megfelelő eredményt, hanem mert ebben a speciális esetben, amikor a topológiai információt egy fastruktúrához keressük, létezik egy mindennél egyszerűbb másik megoldás is, a *fabejárás* módszere.

2.32 Virtuális EOV-koordináta-jegyzék tárolt minimális lefedőfából

A már hivatkozott (Kádár 2000) tanulmányunkban a fenti fejezetcímben megadott feladathoz már készítettünk és használtunk is egy olyan topológiai kódot, amely most is szóba került. Ennek itt csak a bináris változatát mutatjuk be a 10. ábrán. Használatának jobb megértése végett tegyük fel, hogy csak egy olyan 4-pontos sokszöghálózatunk van, melynek topológiáját az Y betű ábrázolja. A hozzátartozó 4-soros koordináta-jegyzék 1.sorában EOV-koordináták vannak, melyek az Y talpának helyét mutatják. A többi sorban EOV-koordináta-különbségek találhatók, rendre a függőleges, a jobbra és a balra dűlő sokszögoldalakhoz tartozóak. Helyezzük be a számítógépbe az 110100 bináris kódot hálózatunk topológiájának rögzítéséhez, és programunkba azt az utasítást írjuk elő a keresett EOV-koordináta-jegyzék soronkénti feltöltéséhez, hogy *„a kód tartalmát balról jobbra olvasva, ha 1-et találsz ott, akkor lépj a 4-soros jegyzékben egy sorral lejjebb (ellenkező esetben feljebb) és a sor tartalmát add hozzá (ellenkező esetben vond ki) az előbb végzett művelet eredményéből (ill. eredményéhez). Ha összeadást végeztél, az eredményt írd be az EOV-jegyzék következő sorába”.*

2.33 Következtetés

Mivel az 1151 pontos GPS-hálózat dekomponált változatához 2301 bit információra van szükség (Kádár 2000), hogy az eredeti EOV-koordinátákra vissza tudjunk térni, ezért ez pontonként 2 bit topológiai információszükségletet jelent. Más szavakkal kifejezve 1 decimális számjegy átlagosan 4 egyenesszakasz (sokszögoldal) vezérléséhez már elegendőnek bizonyul. Természetesnek látszó megállapítás, hogy ugyanilyen értéket kaptunk a 2.2 fejezetben vizsgált háromszögelési hálózat Következtetésénél is, mivel az információtartalom nem függ a megjelenítés (adatábrázolás) módszerétől.

```
1111111000111111110111111011111111000010000001111100011100000000100001111011
1000000111101111111000011100111100000010000000000011111101110000011000000000
1001111111111111110011110001111111110010001110111111100111111000100111100011000
0111111011101000000101111110111011111111001111111111011111111110000110111000000
0011110001101100000000111111100000000011000000111110001110111110111011111110000
1110011011111111001001101111110001100001111110011111111011100001000110001100011
1111111001000011001110011111111111100011111110100001110010000000000010011110110
1001111111111000110000001000000010000000100011111101000000100000000000001110000110
0000111011111110001110000000000000000000110111100000110000000000000001110011000011
1100000000100000000000000000111110000000000111111000011110011111111000000001111
111011111101111111110001101110000000011111110111100111001111111111111001001111
1111110001111100000100010001101110000001000000001001000111100111100000000010111110
111111000000111110001111100000000000000000000001000110000111101000000000111110000
0000000000000110000000110000000111110001000000010001110000000011100000111011111101
1110011100111110010011000111111110110001111110100011111111111011110010000001001
0000010000000101111110111011111111111101101111110111111111011101111101001000111100
1000010011111110001110011111110000000000000000000011011111111011100100011111111111
1000010001000111111000000111111111110011111111101000011111111000100000111111110
000010000000111110001110001111001111111111000111101110000011111111110011111101110
00011101111110111110010000010010011111110000000000001110000000011111011111001111111
1100111001000111111110110001110000110110110100000011011000000100000000000010000
0011011110011000000000000011111111111110100010000000110111100100110000000111001
10000011000000000111000000100000000001100000100010000000011111000000000111110011
101000000000010000001000000100111101001111111111111011000000111111110100100000111
11000001111111111111111111111111111111111111111011010000011100110111110000000010000
010000001101100000110000000001110011110000000011110000001001111011000100000000011000
1100000111011000000001101000000100001000111100100011110000001000100000001111111111
1000000001000010000110001000000111101110010000000100000000000000000111101110000
1110110011111110011110011111111111111111110000000111101101100000111000000110000
1100000000000000001000000110000000000000100
```

10. ábra. A topológiai információ 2301 bitje

3 Összefoglalás

A topológiai információ számítógépes tárolásához *egyenesszakaszok végpontjainak pontszámozását elavultnak tartjuk.* Az ismertetett kísérleteink megerősítik a vonatkozó szakirodalom azon állítását, hogy számítógépes rendszereknél *egyedi* tárolás, kezelés és feldolgozás helyett *csoportos* módszerekre van szükség. A csoportok kialakításával egyrészről a *globális* pontszámozás (sorszámozás) helyett *lokális* azonosítókat tudunk alkalmazni, másrészről az *integrálási és párhuzamos számítási* lehetőségeket is jobban kihasználhatjuk. Különösen fontos megállapításunk, hogy szakmai múltunkban oly nagy szerepet játszott *vegyes alapú* (pl. az öles vagy a 60-as) számrendszereket nem elfeledni, hanem általánosítani érdemes. Ezáltal nagyságrendekkel növelhetjük munkánk teljesítményét, illetve csökkenthetjük irreleváns adataink mennyiségét.

Számszerű eredménynek könyvelhetjük el, hogy munkánk során kialakított integrált *poligonkódok, határvonalkódok* és más egyéb topológiai információt rögzítő ún. *csillagkódok* minden egyes decimális számjegye annyi információt tartalmaz, amely átlagosan 4 egyenesszakasz ponthalmazon belüli helyének megadásához szükséges és elégséges. Ez a szám egyaránt érvényes, akár háromszögelési, sokszögelési vagy GPS-hálózat topológiai információtartalmáról legyen is szó.

Hivatkozások

Harary F, Palmer E M (1973): Graphical Enumeration, Academic Press, 345.

Kádár I (2000): GPS-adatok tárolása és szolgáltatása minimális lefedőfával Geomatikai Közlemények, III, 93-104.

Kron G (1963): Diakoptics: the piecewise solution of large scale systems, MacDonald, 298.

Lai Ch (1994): Diakoptics, Domain decomposition and parallel Computing, The Computer Journal, 37(10), 840-846.

Pólya G (1937): Kombinatorische Anzahlbestimmungen für Gruppen, Graphen und chemische Verbindungen. Acta Mathematica (Stockholm), 68(1), 145-254.

Pólya G, Read R C (1987): Combinatorial enumeration of groups, graphs, and chemical compounds, New York, Springer, 148.

GAUSS–KRÜGER- ÉS UTM-KOORDINÁTÁK SZÁMÍTÁSA ELLIPTIKUS INTEGRÁLLAL

*Papp Erik**

Calculation of Gauss-Krüger and UTM coordinates by elliptic integral *– The traditional method of calculating Gauss-Krüger and UTM coordinates is the Taylor series expansion of the projection equation . This method is inappropriate if the accuracy specifications are arbitrary or Gauss-Krüger/UTM projection is used over a wide zone. By switching from real to complex representation, the meridian arc length may be calculated as the function of isometric latitude. The Gauss-Krüger and UTM coordinates can be calculated by elliptic integrals. The expression of the equations for a Gauss–Krüger or UTM projection in terms of Jacobian elliptic functions allows the projection to be used over wider zones then the standard 6 degree strip. We demonstrate a new analytical solution for the conversion of Gauss-Krüger or UTM grid coordinates to/from geodetic latitude and longitude. The method allowes global coverage for Gauss-Krüger/UTM projections and provides solution for the forward/inverse transformation to the extent of computer's precision.*

Keywords: wide zone projection, Gauss-Krüger projection, UTM projection, worldwide extension, analytical solution, forward and inverse transformation, elliptic integral

A Gauss–Krüger- és UTM-koordináták hagyományos számítási módszere a vetületi egyenletek Taylor-sorba fejtése, amely alkalmatlan tetszőleges pontossági követelmények és a vetületek szélesebb vetületi sávokban történő alkalmazásakor. Valósról komplex számokra áttérve, az ellipszoidi meridián ívhossza, az izometrikus szélesség függvényeként adható meg. A vetületi egyenletek elliptikus integrállal történő megoldása lehetővé teszi a szabvány 6 fokosnál szélesebb sávokra történő kiterjesztését. Az eljárás a középmeridiántól 90 fok földrajzi hosszúságig használható. A dolgozat egy új analitikus megoldást ismertet a Gauss–Krüger- és UTM-síkkoordináták és az ellipszoidi földrajzi koordináták közötti átszámításra. A módszer pontossága biztosítja a Gauss–Krüger és UTM vetületi rendszerek világméretű kiterjesztését, a direkt vagy inverz transzformációk megoldását, a számítógép számítási pontosságának függvényében.

Kulcsszavak: Gauss–Krüger-vetület, UTM-vetület, széles vetületi sáv, világméretű kiterjesztés, analitikus megoldás, direkt és inverz feladat, elliptikus integrál

1 Bevezetés

A geodéziában a forgási ellipszoidhoz kapcsolódó differenciálgeometriai alkalmazások esetén véges hatványsorokat alkalmaznak. A Gauss–Krüger- és Universal Transverse Mercator (továbbiakban UTM) koordináták számítása, hagyományosan szintén vetületi sorokkal történik. Történelmi szempontból ez érthető, mivel elődeink minden számítást kézzel, logaritmussal vagy mechanikus számológéppel végeztek, azonban semmi sem indokolja, hogy napjainkban számítógéppel is ugyanezt a módszert alkalmazzuk. A korábbi években készült mindegyik program kizárólag véges hatványsorokon alapuló rutinokból épült fel, pedig léteznek még általánosabb, univerzálisan használható, matematikailag helyes és pontos megoldást nyújtó algoritmusok is. Komplex számok geodéziai alkalmazása meglehetősen ritka, gyakorlatilag a geodéták – tisztelet a kivételnek – megkerülik a komplex aritmetika alkalmazását, annak ellenére, hogy az ellipszoidról történő szögtartó vetítés alapvető követelmény a geodéziában. Tény azonban, hogy a szögtartó vetületek, mint a Gauss–Krüger- és az UTM-vetületek vetületi egyenletei komplex függvényekkel egyszerűbben és rövidebben megadhatók, és azok a számítógépi algoritmusok, amelyek komplex számok kezelésére alkalmas programnyelvek felhasználásával készülnek, sokkal rövidebbek, hatékonyabbak és átláthatóbbak.

*SzIE, Ybl Miklós Építéstudományi Kar, 1146 Budapest, Thököly út 74.
E-mail: papp.erik@ybl.szie.hu

Főleg más tudományterületeken tevékenykedő, nem geodéta kutatók foglakoztak a feladat megoldásával, mint például Dozier (1980), Klotz (1993), Dorrer (1999) és Stuifbergen (2009). A Gauss–Krüger- és UTM-koordináták hagyományos számítási módszere a vetületi egyenletek Taylor-sorba fejtése. Ez a módszer alkalmatlan tetszőleges pontossági követelmények, továbbá a Gauss–Krüger- és UTM-vetületek szélesebb vetületi sávokban történő alkalmazásakor. Valós számokról komplex számokra áttérve, az ellipszoidi meridián ívhossza, az izometrikus szélesség függvényeként adható meg. A Gauss–Krüger- és UTM-koordináták elliptikus integrállal számíthatók. A másodfokú és a harmadfokú elliptikus integrál kiértékeléséhez az ellipszoidi meridián ívhosszának definiálása szükséges, amely a gyorsan konvergáló Landen-transzformáción alapszik.

A Gauss–Krüger és UTM vetületi egyenletek Jacobi-féle elliptikus funkciókkal történő megadása lehetővé teszi a szabvány 6 fokos sávszélességnél szélesebb sávokra történő kiterjesztését. A módszer a középmeridiántól 90 fok földrajzi hosszúságig használható. A dolgozat egy új analitikus megoldást ismertet a Gauss–Krüger- és UTM-síkkoordináták és az ellipszoidi földrajzi koordináták közötti átszámításra. A direkt és inverz transzformációk pontossága a számítógép számítási pontosságának függvénye csupán.

Ez az algoritmus az *analitikus kontinuitás* szabályai szerint, komplex változók használatával a meridián ívhossz képletét kiterjeszti a Gauss–Krüger-koordináták számítására, egyes változók valósról komplex adattípusra történő változtatásával. Az eljárás alkalmazásához a földrajzi koordinátákat először izometrikus *w „komplex közbenső szélesség”* koordinátává kell transzformálni. A φ, λ ellipszoidi földrajzi koordinátákból q izometrikus szélességet számítunk a *lam* függvénnyel, majd ezután vissza a komplex w formába az *ilam*, komplex inverz Lambert függvénnyel. Végül elliptikus integrállal számítjuk a komplex w változó értékét, melynek eredményeként a $z = x + iy$ Gauss–Krüger-egységkoordinátákat kapjuk. Ez az integrál a meridián ívhossz integrál komplex változókra történő kiterjesztése, az *„analitikus kontinuitás”*.

2 Mercator vetületi rendszer

A *Mercator* vetületi rendszer az ellipszoid normális elhelyezésű szögtartó hengervetülete, ahol a meridiánok képei párhuzamos egyenesek, a paralelkörök képei szintén párhuzamosak, és a közöttük lévő távolság az egyenlítőtől a pólusok felé a szögtartó vetület törvényei szerint növekszik. A *Gerardus Mercator* flamand kartográfus által megalkotott Mercator vetületi rendszer 1569-ben a hajózásban szabvány vetületi rendszerré vált. A tengeri navigációt nagymértékben megkönnyítette, mivel a loxodroma minden meridiánt azonos szögben metsző egyenes vonalként rajzolható a Mercator térképen, egy állandó irányszögű egyenesként.

A *TM* transzverzális (Transverse) Mercator vetületi rendszer az eredeti, más néven normális (Normal) Mercator vetületi rendszer olyan változata, amelynél a henger tengelye az egyenlítő síkjában fekszik és átmegy az ellipszoid középpontján. Az *UTM* vetületi rendszer 60 db 6 fokos sávszélességű zónából álló világ vetületi rendszer. A síkkoordinátákat m_0 = 0,9996 vetületi méretarány tényezővel megszorozva egy metsző hengert, más szóval redukált koordinátákat kapunk.

A *TM* vetületi rendszer ellipszoidi alkalmazását *Carl Friedrich Gauss* dolgozta ki 1825-ben, amelyet 1912-ben *Johann Heinrich Louis Krüger* továbbfejlesztett. A vetületet gyakran nevezik *Gauss-Krüger Transverse Mercator* vetületnek.

Mivel a (φ, λ) ellipszoidi földrajzi koordináták nem izometrikus koordináták, ezért bevezetjük a (q, λ) Mercator-változókból álló izometrikus koordináta rendszert, a szögtartó vetítés komplex változókkal történő végrehajtásához:

$$q = \int \frac{M}{N\cos\varphi}\,d\varphi = \int_0^{\varphi} \frac{1-e^2}{\left(1-e^2\sin^2\varphi\right)}\,d\varphi\,, \tag{1}$$

ahol q az izometrikus szélesség, φ az ellipszoidi földrajzi szélesség, e az ellipszoid első numerikus excentricitása, M a meridián irányú görbületi sugár, N a harántirányú görbületi sugár.

Integrálás utána az izometrikus szélesség a

$$q = \mathrm{ar\,th}(\sin\varphi) - e\,\mathrm{ar\,th}(e\sin\varphi) \tag{2}$$

képlettel számítható.

A síkkoordináták pedig az

$$X = a\,q\,, \qquad Y = a\,\lambda \tag{3}$$

egyenletekkel számíthatók, ahol a az ellipszoid fél nagytengelyének a hossza.

Inverz megoldás esetében a φ a q függvényeként, iterációval számítható az alábbiak szerint:

$$\sin\varphi_{\,i+1} = \mathrm{th}\big(q + e\,\mathrm{th}(e\sin\varphi_{\,i})\big)\,. \tag{4}$$

Mivel az e nullához közeli kis mennyiség $(e \approx 0{,}08)$ ezért a konvergencia gyors.

Jelölje a komplex izometrikus szélességet $\psi = q + i\lambda$. A vetülettanban a q izometrikus szélesség gyakran használt mennyiség, melyet a szélesség függvényeként adnak meg és Lambert-függvénynek (Lambertian function) neveznek:

$$q = lam = Lam(e,\varphi) \quad \text{az ellipszoidon.} \tag{5}$$

Az inverz Lambert függvény az ellipszoid esetében

$$\varphi = ilam = Lam^{-1}(e,q) = Gud(e,q)\,. \tag{6}$$

Az inverz Lambert függvény kevésbé ismert elnevezése az ún. Gudermann-függvény (Gudermannian), amelyet az elliptikus funkciókkal foglalkozó Christoph Gudermann után neveztek el. A *lam* és *ilam* függvények komplex változók esetén is érvényesek, lásd Klotz (1993) 107. oldal, 1. egyenlet és Dorrer (1999) tanulmányát.

3 Meridián ívhossz számítása

A meridián S ívhossza a meridián irányú M görbületi sugár földrajzi szélesség szerinti integrálásával számítható:

$$S_\varphi = \int_0^\varphi M\ d\varphi\,, \qquad \text{ahol} \qquad M = \frac{a\left(1-e^2\right)}{\left(1-e^2\sin^2\varphi\right)^{\frac{3}{2}}}\,. \tag{7}$$

Az M meridián irányú görbületi sugarat behelyettesítve az ívhossz képletébe:

$$S_\varphi = a\left(1-e^2\right)\int_0^\varphi \left(1 - e^2\sin^2\varphi\right)^{-\frac{3}{2}} d\varphi\,. \tag{8}$$

Ez az integrál egy *harmadfokú elliptikus integrál*, amely zárt képlettel nem oldható meg. A megoldás az integrálandó matematikai funkció integráljel alatti binomiális sorozattá történő kiterjesztésével lehetséges, tagonkénti integrálással és azok eredményeinek összegzésével, az ún. Wallis-integrállal (Stuifbergen 2009).

$$E_3 = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{\left(1-e^2\sin^2\varphi\right)^3}} = \int_0^\varphi \left(1-e^2\sin^2\varphi\right)^{-\frac{3}{2}} d\varphi\,. \tag{9}$$

Az *ellipszoidi ívhossz* az a fél nagytengely hosszával történő osztás után:

$$S_\varphi = \left(1-e^2\right)\cdot E_3(e,\varphi)\,. \tag{10}$$

A *harmadfokú elliptikus integrál* kifejezhető *másodfokú elliptikus integrállal* (Korn és Korn 1968, Dorrer 1999):

$$E_2(e,\varphi)=\int_0^{\varphi}\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}\;d\varphi\,. \tag{11}$$

A program elkészítésekor az *ellipszoidi ívhossz* számításához az alábbi összefüggést használtuk:

$$S_\varphi=E_2(e,\varphi)-\frac{e^2\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}\,. \tag{12}$$

Az *elsőfokú elliptikus integrál* az alábbi képlettel definiálható:

$$E_1(e,\varphi)=\int_0^{\varphi}\frac{d\varphi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}\,. \tag{13}$$

Az eddigiekből következik, hogy a meridián ív hosszúsága közvetlenül meghatározható a másodfokú elliptikus integrállal. Ez nem csak elméleti, de gyakorlati felhasználás szempontjából is fontos, még akkor is, ha az elliptikus integrál zárt képlettel nem számítható ki. A meridián ívhossz számításához felhasznált egyenletek és algoritmusok kizárólag hatványsorok kiterjesztésén alapultak, együtthatók formájában megadva. Néhány tag meghagyása után a magasabb hatványú tagokat elhagyták egy bizonyos pontosság eléréséhez, vagy rekurzív algoritmusokat alkalmaztak (Klotz 1993).

A következő fejezetben az elliptikus integrál kiszámításának egy teljesen másfajta, az eddigiektől eltérő megoldását mutatjuk be, amely a geodéziai szakirodalomban kevésbé ismert. Ez a megoldás csak az elliptikus integrálokra és elliptikus funkciókra jellemző.

4 Landen-transzformáció

Az elliptikus integrálok kiszámítása az ún. Landen-transzformációk alkalmazásával végezhető el. Ezek másodrendű periodikus transzformációk, amelyeknél az e modulus négyzetesen konvergál a nulla felé. Az *elsőfokú elliptikus integrál* (13) kiszámítására a következő rekurzív algoritmust alkalmazzuk (Dorrer 1999):

$$E_1(e,\varphi)=\frac{E_1\left(\dfrac{1-e'}{1+e'}\;,\;\;\varphi+\operatorname{arc\,tg}\left(e'\operatorname{tg}\varphi\right)\right)}{1+e'} \tag{14}$$

ahol

$$e'=\sqrt{1-e^2}\,. \tag{15}$$

A rekurzív eljárás kezdőértékei:

$$\operatorname{tg}\left(\varphi_{n+1}-\varphi_n\right)=e'_n\operatorname{tg}\varphi_n\qquad\left(\varphi_{n+1}>\varphi_n\right)\,. \tag{16}$$

Ezáltal az n-ről az n+1-ik iterációra történő lépés csökkenti a modulust, de növeli az amplitúdót. Az iteráció akkor ér véget, ha az utolsó modulus elhanyagolhatóan kicsiny lesz, azaz, amikor

$$E_1\left(e=\;0,\varphi\right)=\varphi\,. \tag{17}$$

A *másodfokú elliptikus integrál* (11) kiszámítására az alábbi rekurzív algoritmust alkalmazzuk, (Dorrer 1999):

$$E_2\left(e\,;\varphi\right)=\frac{1+e'}{2}\left(E_2\left(\bar{e}\;,\;\bar{\varphi}\right)+\left(\bar{e}\sin\bar{\varphi}\right)\right)-e'E_1\left(e,\varphi\right), \tag{18}$$

ahol $$\bar{e} = \frac{1 - e'}{1 + e'} \qquad \textit{és} \qquad \bar{\varphi} = \varphi + \operatorname{arc\,tg}\left(e' \operatorname{tg}\varphi\right). \tag{19}$$

Kiszámítottuk az ívhosszat 10 fokos lépésközönként φ = 10 foktól φ = 90 fok földrajzi szélességig a Bessel-ellipszoidon, a = 6377397.155, b = 6356078.96281818 fél nagytengely és fél kistengely méretek és e = 0.081696831222543079 első numerikus excentricitás értékének a felhasználásával (1. táblázat).

5 A valódi ívhossztól a Gauss–Krüger- és UTM-koordinátákig

Mivel a Legendre elliptikus integrálok komplex argumentumokra is érvényesek, ezért felhasználhatók a Gauss–Krüger- és UTM-koordináták meghatározására. Ez abból a tényből következik, mely szerint a Gauss–Krüger- és UTM-koordináták szögtartó vetülethez tartoznak, ahol a kezdő meridián torzulásmentes, azaz nincs méretarány változás. A meridián ívhossz integrál komplex változókra történő kiterjesztésével, az *„analitikus (vagy komplex) kontinuitás”* felhasználásával, az egydimenziós ívhossznak a kétdimenziós ellipszoid felületre történő kiterjesztésével, a (12) összefüggés szerint, amely magában foglalja a másodrendű elliptikus integrált analitikus függvényként, egy szögtartó transzformáció lehetséges a komplex Gauss–Krüger-változó és a korábban bemutatott komplex szélesség között. Amint köztudott, a (φ, λ) ellipszoidi földrajzi koordináták nem izometrikus koordináták, ezért a φ koordinátát q izometrkus szélességgé kell transzformálni, az alábbi zárt képlettel (Klotz 1993):

$$q = \operatorname{ar\,sh}\left(\operatorname{tg}\varphi\right) - e \operatorname{th}\left(e \sin\varphi\right) = \operatorname{Lam}(e,\varphi) \; . \tag{20}$$

A *Lam (e,φ)* a φ földrajzi szélesség *Lambert-függvényét* jelöli egy adott e elliptikus excentricitás esetén.

Az $ilam = Lam^{-1}(e,q)$ *inverz Lambert függvény,* a (20) összefüggés inverze zárt képlettel nem adható meg, ezért iterációval kell kiszámítani (Klotz 1993). Az iteráció kezdőértékei:

$$\varphi = 0 \qquad \textit{és} \qquad \varphi_1 = \arcsin\left(\operatorname{th}\varphi\right). \tag{21}$$

A program az iterációt addig folytatja, ameddig a $\varphi_{n+1} - \varphi_n$ különbség kisebb lesz 1E-16, azaz 10^{-16}-nál.

5.1 Direkt feladat - ellipszoidi földrajzi koordinátákból síkkoordináták számítása

A *komplex* Gauss–Krüger/UTM-*egységkoordináták* az alábbi összefüggés alapján számíthatók:

$$x + iy = elarc\left(e,\ ilam\left(e,\ lam\left(e,\varphi\right) + i\,\lambda\right)\right) . \tag{22}$$

A valódi *X, Y* Gauss–Krüger/UTM-koordináták számításához az átszámítandó pont ellipszoidi földrajzi hosszúságából le kell vonni a középmeridián hosszúságát, azaz képezni kell a $\lambda - \lambda_k$ különbséget. A komplex egységkoordináták (22) szerinti kiszámítása után azokat meg kell szorozni az ellipszoid *a fél nagytengely hosszával* és az m_o *vetületi méretarány tényező* értékével, majd az így kapott eredményhez hozzáadni a tényleges X_o, Y_o *eltolás értékeket*. A *vetületi méretarány-tényező* értékei: Gauss–Krüger vetületi rendszer esetén $m_0 = 1$, UTM vetületi rendszer esetén $m_0 = 0{,}9996$.

1. táblázat. Meridián ívhossz értékei 10 fokos lépésközönként, méter egységben

φ	Meridián ívhossz	φ	Meridián ívhossz	φ	Meridián ívhossz
10	1105748.4945760365	20	2212151.5502830083	30	3319786.5095398021
40	4429084.7898309017	50	5540279.5419560615	60	6653376.1206070846
70	7768149.5789256291	80	8884170.3592376597	90	10000855.764432505

5.2 Inverz feladat – síkkoordinátákból ellipszoidi földrajzi koordináták számítása

Első lépésként az átszámítandó *X, Y* síkkoordinátákból levonjuk az adott X_o, Y_o *eltolás értékeket*, ezután a különbségeket elosztjuk az m_o *vetületi méretarány tényezővel* és az ellipszoid *a fél nagytengely hosszával*.

A (22) egyenlet invertálásával ellipszoidi földrajzi koordináták számíthatók síkkoordinátákból. Az inverz megoldáskor a φ ellipszoidi földrajzi szélesség a q izometrikus szélesség függvénye, amely fokozatos közelítéssel határozható meg. A megoldáshoz az ellipszoidi ívhossz inverzét kell először kiszámítanunk iterációval. A (11) alatti másodfokú elliptikus integrált deriválva, a következő differenciálhányadost kapjuk:

$$dzw = \frac{1}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}^{\,3}} . \tag{23}$$

Először kiszámítjuk a z komplex Gauss–Krüger/UTM-egységkoordinátákat:

$$z = x + iy = \frac{X - X_0}{m_0 \cdot a} + i \frac{Y - Y_0}{m_0 \cdot a} . \tag{24}$$

Ezután a komplex z koordináták felhasználásával, elliptikus integrállal számítjuk a w „komplex közbenső szélesség” értékét. Az iteráció kezdőértéke, $w = z$. A program az iterációt addig folytatja, ameddig a változás abszolút értéke $dw_{n+1} - dw_n$ különbség kisebb lesz 1E-15, azaz 10^{-15}-nél.

A keresett ellipszoidi földrajzi koordináták az alábbi összefüggésekkel számíthatók:

$$\begin{aligned} q + i\lambda &= \mathrm{lam}\big(e,\ \mathrm{ilarc}\left(e,\ x + iy\right)\big) \\ \varphi &= \mathrm{ilam}(e, q), \end{aligned} \tag{25}$$

ahol q az izometrikus szélesség. Az *ilarc,* az ellipszoidi ívhossz inverzének számítását végző program, amely hívja az „eredeti” *elarc* ellipszoidi ívhossz számító programot.

Végül a (25) egyenletből kapott ellipszoidi földrajzi hosszúságához hozzá kell adni a középmeridián ellipszoidi földrajzi hosszúságát, azaz képezni kell a $\lambda + \lambda_k$.összeget. A direkt és inverz feladat megoldásnak lépései az 1. ábrán láthatók.

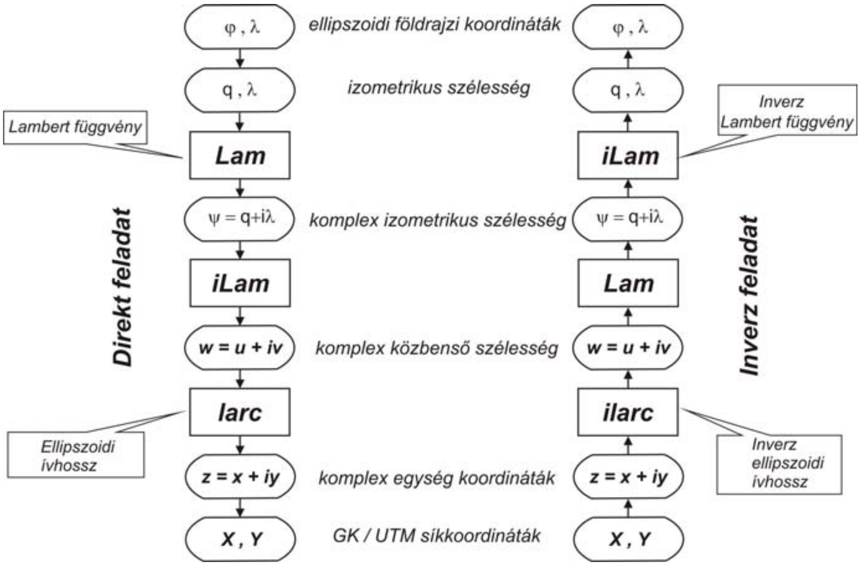
6 GKUTM-program

A *direkt* és *inverz feladat* megoldásához az alábbiakban ismertetett *J-nyelvű* programot készítettük (2. Melléklet). A program fájlból történő betöltése után, e*lőször vetületi rendszert kell választanunk,* a `vet''` bevitele után megjelenő listából, az alkalmazni kívánt vetület sorszámának bevitelével. Ezután a program az X_o és Y_o *eltolás értékeket* és a λ_k *középmeridián értékét* kéri. Kiszámítja a *Z zónaszámo*t a következő összefüggés alapján:

$$Z = \frac{1}{6}\left(3 + \lambda_k\right) + 30 . \tag{26}$$

Amennyiben a *Z* nem egész szám, hanem tizedestört, a zónaszám nem számítható, ilyenkor a `Nem számítható` üzenet jelenik meg a képernyőn. *Ezek után ellipszoidot kell választanunk,* az `ell''` bevitele után megjelenő listából, az alkalmazni kívánt ellipszoid sorszámának bevitelével (2. táblázat). A felhasználó 22 db ellipszoid közül választhat.

A program kiírja a választott *ellipszoid nevét*, az *a* és *b fél nagy- illetve kistengely hosszakat*, az ezek felhasználásával *számított lapultságértékét, a választott vetületi rendszert* és m_o *vetületi méretarány tényező értékét,* továbbá az X_o *és* Y_o *eltolás értékeket,* a *középmeridián értékét* valamint a *zónaszámot* (3. táblázat).



1. ábra. Direkt és inverz feladat folyamatábrája

2 táblázat. A GKUTM programban választható ellipszoidok listája

Ellipszoidok
1 Airy
2 Australian National
3 Bessel 1841
4 Clarke 1866
5 Clarke 1880
6 Everest
Fischer 1960 (Mercury)
8 Fischer 1968
9 Geodetic Reference System 1967
10 Geodetic Reference System 1980
11 Helmert 1906
12 Hough
13 International 1924 (Hayford)
14 Krassovsky
15 Modified Airy
16 Modified Everest
17 Modified Fischer 1960 (South Asia)
18 South American 1969
19 Word Geodetic System 1960
20 Word Geodetic System 1966
21 Word Geodetic System 1972
22 Word Geodetic System 1984

3. táblázat. Direkt feladat Gauss-Krüger vetületi rendszerben, Krassovsky ellipszoidon

Krassovsky ellipszoid
a = 6378245 b = 6356863.0187730473 fl = 0.0033523298692591371
Gauss-Krüger vetület
Vetületi méretarány tényező: m0 = 1.0000
Eltolás: X0 = 0 Y0 = 3500000
Középmeridián = 15 Zónaszám = 33
46 53 41.5278 GK 15 42 3.7143
Gauss-Krüger X = 5195889.7423717026 Y = 3553422.967506588

Direkt feladat. Ellipszoidi földrajzi koordinátákból síkkoordináták számítása: φ GK λ. A program kiszámítja és kiírja az átszámított pont *X*, *Y* koordinátáit 20 értékes jegyre (3. táblázat).

Inverz feladat. Síkkoordinátákból ellipszoidi földrajzi koordináták számítása: *X* GKI *Y*. A program kiszámítja és kiírja az átszámított pont φ, λ koordinátáit [Fok Perc Másodperc] alakban (4. táblázat) a Másodperc értékét négy tizedesre, azaz 1E-4 formában.

Az 5. táblázatban UTM vetületi rendszerben, Clarke 1880 ellipszoidon számított direkt és inverz feladat látható. A bemutatott *direkt* és *inverz feladatok* az átszámítandó pontok száma szerint ismételhetők.

Abból a célból, hogy bemutassuk a (20) és (23) összefüggések érvényességét megismételtük Klotz (1993) és Stuifbergen (2009) számításait (1. Melléklet), az eredmények síkkoordináták esetén 0,001 méterre, földrajzi koordináták esetén 0,0001 másodpercre megegyeznek.

6.5 Vetületi átszámítás

A programmal Gauss–Krüger és UTM vetületi rendszerek közötti átszámítás lehetséges, *azonos forgási ellipszoid* alkalmazása esetén.

Forrás rendszer (ahonnan átszámítunk) állandóinak bevitele után *inverz feladat* megoldása: az átszámítandó pont síkkoordinátáiból ellipszoidi földrajzi koordináták számítunk (6. táblázat).

Cél rendszer (amelyikbe átszámítunk) állandóinak bevitele után *direkt feladat* megoldása: az előző lépésben számított ellipszoidi földrajzi koordinátákból síkkoordinátákat számítunk a cél rendszer állandóival (7. táblázat).

4. táblázat. Inverz feladat Gauss-Krüger vetületi rendszerben, Krassovsky ellipszoidon

5195889.7423717026 GKI 3553422.967506588
Gauss-Krüger fi = 46 53 41.5278 lambda = 15 42 3.7143

5. táblázat. Direkt és inverz feladat UTM vetületi rendszerben, Clarke 1880 ellipszoidon (képernyő másolat)

Clarke 1880 ellipszoid
a = 6378249.1449999996 b = 6356514.8695497699 fl = 0.0034075613787002117
Universal Transverse Mercator vetület
Vetületi méretarány tényező: m0 = 0.9996
Eltolás: X0 = 0 Y0 = 500000
Középmeridián = 9 Zónaszám = 32
36 53 0.7112 GK 7 38 9.8892
Universal Transverse Mercator X = 4082529.0480910414 Y = 378451.1734323384
4082529.0480910414 GKI 378451.1734323384
Universal Transverse Mercator fi = 36 53 0.7112 lambda = 7 38 9.8892

6 táblázat. Inverz feladat megoldása a forrás rendszerben

International 1924 (Hayford) ellipszoid
a = 6378388 b = 6356911.9461279456 fl = 0.0033670033670034566
Universal Transverse Mercator vetület
Vetületi méretarány tényező: m0 = 0.9996
Eltolás: X0 = 0 Y0 = 500000
Középmeridián = 9 Zónaszám = 32
4082529.0478 GKI 378451.1742
Universal Transverse Mercator fi = 36 52 49.0966 lambda = 7 38 10.1310

7. táblázat. Direkt feladat megoldása a cél rendszerben

International 1924 (Hayford) ellipszoid
a = 6378388 b = 6356911.9461279456 fl = 0.0033670033670034566
Gauss-Krüger vetület
Vetületi méretarány tényező: m0 = 1.0000
Eltolás: X0 = 0 Y0 = 3500000
Középmeridián = 15 Zónaszám = 33
36 52 49.0966 GK 7 38 10.1310
Gauss-Krüger X = 4108713.864531978 Y = 2842968.5368771851

7 Összefoglalás

A dolgozat egy új analitikus megoldást mutatott be a Gauss–Krüger és UTM vetületi síkkoordináták és az ellipszoidi földrajzi koordináták közötti átszámításra. A Gauss–Krüger- és UTM-koordináták hagyományos számítási módszere a vetületi egyenletek Taylor-sorba fejtése, amely alkalmatlan tetszőleges pontossági követelmények és a vetületek szélesebb vetületi sávokban történő alkalmazásakor. Valósról komplex számokra áttérve, az ellipszoidi meridián ívhossza, az izometrikus szélesség függvényeként adható meg. A vetületi egyenletek elliptikus integrállal történő megoldása lehetővé teszi a szabvány 6 fokosnál szélesebb sávokra történő kiterjesztését. A módszer a középmeridiántól 90 fok földrajzi hosszúságig alkalmazható.

A vetületi egyenletek elliptikus integrállal történő megoldása, hasznos eszköz lehet a Taylor-sorba fejtésen alapuló algoritmusok kiértékelésére, amely a szabvány 6 fokos sávszélességen túl pontatlan.

A GKUTM program felhasználható

- Direkt és inverz feladat megoldására Gauss–Krüger és UTM vetületi rendszerekben.
- A Gauss–Krüger és UTM koordináták vetületi sávok közötti átszámítására.
- GPS-szel mért ellipszoidi földrajzi koordináták átszámítására Gauss–Krüger és UTM vetületi rendszerekbe.

A bemutatott módszer pontossága biztosítja a Gauss–Krüger és UTM vetületi rendszerek világméretű kiterjesztését, a direkt vagy inverz transzformációk megoldását, a számítógép számítási pontosságának függvényében.

Hivatkozások

Dorrer E (1999): From Elliptic Arc Length to Gauss-Krüger Coordinates by Analytic Continuation. Quo vadis geodesia? Anniversary Festshrift dedicated to Erik W. Grafarend, Schriftenreiche der Studiengang Geodäsie & Geoinformatik. Nr 6, Stuttgart.

Dozier J (1980): Improved Algorithm for Calculation of UTM and Geodetic Coordinates. NOAA Technical Report NESS 81. US. National Environmental Satellite Service, Washington DC, 19.

Klotz J (1993): Eine Analytische Lösung der Gauß-Krüger Abbildung. Zeitschrift für Vermessungswesen (ZfV), No 3, Potsdam, 106-116.

Korn G A, Korn T M (1968): Mathematical Handbook for Scientists and Engineers. McGraw-Hill, New York, 1130.

Stuifbergen N (2009): Wide Zone Transverse Mercator Projection. Can. Tech. Rep. Hydrogr. Ocean Sci. No. 262., 50.

1. **Melléklet** Direkt és inverz feladat

Klotz (1993) és Stuifbergen (2009) számításainak megismétlése után kapott program output lista

International 1924 (Hayford) ellipszoid

a = 6378388 b = 6356911.9461279456 fl = 0.0033670033670034566

Gauss-Krüger vetület

Vetületi méretarány tényező: m0 = 1.0000

Eltolás: X0 = 0 Y0 = 0

Középmeridián = 0 Zónaszám = Nem számítható

52 0 0 GK 3 0 0

Gauss-Krüger X = 5767715.3137183236 Y = 206021.24821415183

5767715.3137183236 GKI 206021.24821415183

Gauss-Krüger fi = 52 0 0.0000 lambda = 3 0 0.0000

52 0 0 GK 30 0 0

Gauss-Krüger X = 6200529.3551359791 Y = 2033568.7650942

6200529.3551359791 GKI 2033568.7650942926

Gauss-Krüger fi = 52 0 0.0000 lambda = 30 0 0.0000

Eredmények megegyeznek Klotz 111.-ik oldalon található példájával

5000000 GKI 1000000

Gauss-Krüger fi = 44 26 18.6061 lambda = 12 33 31.4915

44 26 18.6061 GK 12 33 31.4915

Gauss-Krüger X = 5000000.000506442 Y = 1000000.0006341873

9000000 GKI 1000000

Gauss-Krüger fi = 77 22 26.3497 lambda = 45 10 5.5058

77 22 26.3497 GK 45 10 5.5058

Gauss-Krüger X = 8999999.9998381883 Y = 1000000.0002342671

Eredmények megegyeznek Klotz 112.-ik oldalon található példájával

2. **Melléklet** GKUTM program lista

```
    NB. Gauss-Krüger és UTM koordináták számítása J nyelven (J602a)
NB. Direkt feladat: fi GK lambda -> X Y
NB. Inverz feladat: X GKI Y -> fi lambda

pps=:9!:11   NB. set print precision
```

```
   pps 20

   display =: (1!:2) & 2
   vet=: 3 : 0
display'                                    Vetületi rendszer'
display' '
display'                               1 Gauss-Krüger (GK)'
display'                               2 Universal Transverse Mercator (UTM)'
display' '
display 'Írja be a vetületi rendszer sorszámát:'
v=: (1!:1) 1
display 'Írja be az X0 eltolás értékét:'
x0=: (1!:1) 1
display 'Írja be az Y0 eltolás értékét:'
y0=: (1!:1) 1
display 'Írja be a középmeridián értékét:'
km=: (1!:1) 1
X0=:".x0[Y0=:".y0[lk=:".km[V=:".v
''
if. V=1 do. m0=:1[c3=:'Gauss-Krüger'
elseif. V=2 do. m0=:0.9996[c3=:'Universal Transverse Mercator'
end.
if.0=6|3+lk do.Z=:30+6%~3+lk else.Z=:'Nem számítható' end.
)
display =: (1!:2) & 2
   ell=: 3 : 0
display'                                    Ellipszoidok'
display' '
display'                               1 Airy'
display'                               2 Australian National'
display'                               3 Bessel 1841'
display'                               4 Clarke 1866'
display'                               5 Clarke 1880'
display'                               6 Everest'
display'                               7 Fischer 1960 (Mercury)'
display'                               8 Fischer 1968'
display'                               9 Geodetic Reference System 1967'
display'                              10 Geodetic Reference System 1980'
display'                              11 Helmert 1906'
display'                              12 Hough'
display'                              13 International 1924 (Hayford)'
display'                              14 Krassovsky'
display'                              15 Modified Airy'
display'                              16 Modified Everest'
display'                              17 Modified Fischer 1960 (South Asia)'
display'                              18 South American 1969'
display'                              19 Word Geodetic System 1960'
display'                              20 Word Geodetic System 1966'
display'                              21 Word Geodetic System 1972'
display'                              22 Word Geodetic System 1984'
display' '
display 'Írja be az ellipszoid sorszámát:'
e=: (1!:1) 1
E=:".e
''
if. E=1 do. a=:6377563.396[b=:6356256.909237285[c=:'Airy'
elseif. E=2 do. a=:6378160[b=:6356774.719195306[c=:'Australian National'
elseif. E=3 do. a=:6377397.155[b=:6356078.96281818[c=:'Bessel 1841'
elseif. E=4 do. a=:6378206.4[b=:6356583.799998981[c=:'Clarke 1866'
elseif. E=5 do. a=:6378249.145[b=:6356514.86954977[c=:'Clarke 1880'
elseif. E=6 do. a=:6377276.34518[b=:6356075.413319642[c=:'Everest'
elseif. E=7 do. a=:6377276.34518[b=:6356119.107501[c=:'Fischer 1960 (Mercury)'
elseif. E=8 do. a=:6378150[b=:6356768.337244[c=:'Fischer 1968'
elseif. E=9 do. a=:6378160[b=:6356774.516091[c=:'Geodetic Reference System 1967'
elseif. E=10 do. a=:6378137[b=:6356752.314140[c=:'Geodetic Reference System 1980'
elseif. E=11 do. a=:6378200[b=:6356818.169628[c=:'Helmert 1906'
elseif. E=12 do. a=:6378270[b=:6356749.343434[c=:'Hough'
```

```
elseif. E=13 do. a=:6378388[b=:6356911.946127946[c=:'International 1924 (Hayford)'
elseif. E=14 do. a=:6378245[b=:6356863.018773047[c=:'Krassovsky'
elseif. E=15 do. a=:6377340.189[b=:6356034.446[c=:'Modified Airy'
elseif. E=16 do. a=:6377304.063[b=:6356103.038993155[c=:'Modified Everest'
elseif.  E=17  do.  a=:6378155[b=:6356773.320483[c=:'Modified  Fischer  1960  (South
Asia)'
elseif. E=18 do. a=:6378160[b=:6356774.719195306[c=:'South American 1969'
elseif. E=19 do. a=:6378165[b=:6356783.286959[c=:'Word Geodetic System 1960'
elseif. E=20 do. a=:6378145[b=:6356759.769489[c=:'Word Geodetic System 1966'
elseif. E=21 do. a=:6378135[b=:6356750.520016094[c=:'Word Geodetic System 1972'
elseif. E=22 do. a=:6378137[b=:6356752.314245179[c=:'Word Geodetic System 1984'
end.
fl=:a%~(a-b)        NB. lapultság
e=:%:(+:fl)-*:fl     NB. első numerikus excentricitás (2f-f^2)
c1=: (":c),' ellipszoid'[c2=:'a = ',(":a),' b = ',(":b),' fl = ',":fl
c4=: (":c3),' vetület'[c5=: 'Vetületi méretarány tényező: m0 = ',":(6j4":m0)
c6=:'Eltolás:  X0  =  ',(":x0),'  Y0  =  ',(":y0)[c7=:'Középmeridián  =  ',(":lk),'
Zónaszám = ',(":Z)
vonal,c1,c2,c4,c5,c6,:c7,vonal
)
   vonal=: 0 : 0

================================================================================
)
   dmstor=:4 :'1r180p1*1r60#.|."1 x,:y'
   rtodms=: 4 :',4j0 4j0 9j4":,"2 s*0 60 60#:3600*1r180p1%~|x,:y[s=.*x,y'

   eli1=:4 : 0        NB. elsőfokú elliptikus integrál
if. x=0 do. e=.y
else. (((1-e1)%1+e1)eli1(o.<.0.5-(q-2*y)%o.1)+q=.y+_3 o.e1*3 o.y)%1+e1=.0 o. x
end.
)
   eli2=:4 : 0        NB. másodfokú elliptikus integrál
if. x=0 do. e=.y
else. ee=.(1-e1)%1+e1=. 0 o.x
 pp=.(o.<.0.5-(pp -2*y)%o.1)+pp=.y+_3 o.e1*3 o.y
 e=.(((ee eli2 pp)+ee*1 o.pp)*(1+e1)%2)-e1*x eli1 y
end.
)
   elarc=:4 : 0       NB. elliptikus ívhossz a=1 eseétn, fél nagytengely: a
(x eli2 y)-(x*x*1 o. 2*y)%2*0 o.x*1 o.y
)
   lam=:4 : 0         NB. Lambertian: e lam fi
(_7 o.(1 o.y))-x*_7 o.x*1 o.y
)
   ilam=:4 : 0        NB. inverse Lambertian: e ilam fi
f=.0
f1=._1 o. 7 o.y
while. 1.0e_16<.|f-f1 do.
 f=.f1
 f1=._1 o. 7 o.y+x*_7 o.x*1 o.f
end.
)
   GK=: 4 : 0                  NB. Gauss-Krüger síkkoordináták: fi GK lambda
'X Y'=:(X0,Y0)+m0*+.a*e elarc e ilam l j.~e lam {.'f l'=.-(0,180%~o.lk)-x dmstor y
(c3,' X = ',(":X),' Y = ',":Y),vonal
)
   ielarc=:4 : 0        NB. elliptikus ívhossz inverze
w=.y
dzw=.%(%:( 1-*:e*1 o. w ))^3
whilst.1e_15<|dw do.w=.w+dw=.dzw%~y-x elarc w end.
)
   GKI=: 4 : 0                 NB. Gauss-Krüger ellipszoidi koordináták: X GKI Y
fl=:(la+180%~o.lk) rtodms~e ilam{.'q la'=.+.e lam e ielarc a%~m0%~-(X0 j.Y0)-x j. y
(c3,' fi = ',(18{.fl),' lambda = ',18}.fl),vonal
)
```

REGRESSZIÓSZÁMÍTÁS MÉRNÖKGEODÉZIA FELADATOKBAN

*Siki Zoltán**

Regression analysis in engineering surveying – *During engineering surveying tasks we need to observe not only single points but to analyse the positions of a number of the observed points as well, or in the case of deformation analysis the variation/trend of positions in time. Our aim in these cases is to control if the points fit into a linear or non-linear shape. Regression calculation is the mathematical solution for these tasks, as we have more points than necessary. The solution in the case of a non-linear shape is not straightforward. In the case of surface of revolution it is practical to use parametric equation and to iterate to find the solution.*

Keywords: regression analysis, adjustment computation, engineering surveying

A mérnökgeodéziai feladatok során gyakran nem csak egy-egy pont helyzetének a meghatározására van szükség, hanem több mért pont helyzetének együttes kiértékelésére, vagy deformációvizsgálat esetén egy vagy több pont térbeli helyzetének időbeli változás trendjének kimutatására. Ilyenkor annak az ellenőrzése a cél, hogy a mért pontok egy lineáris vagy nemlineáris alakzatra esnek-e. Ezen feladatok matematikai megoldása, mivel általában a minimálisan szükségesnél több pontot határozunk meg, a regressziószámítás alkalmazásával történhet. Nemlineáris alakzatok esetén az egzakt megoldás során nehézségekbe ütközhetünk. Ilyenkor, például az építőiparban gyakran előforduló forgástestek esetén, célszerűbb a paraméteres felírásra áttérni és fokozatos közelítéssel megoldani a feladatot.

Kulcsszavak: regressziószámítás, kiegyenlítő számítás, mérnökgeodézia

1 Bevezetés

Mérnökgeodéziai feladataink során, a megvalósult mérnöki szerkezetek geodéziai ellenőrzése vagy deformációvizsgálatok kapcsán, jellemzően pontszerű adatokból kell következtetéseket levonnunk a teljes alakzatra, vagy a deformáció trendjére. A nagyobb biztonság, és a méréseinket terhelő véletlen jellegű hibák hatásának csökkentése érdekében, a minimálisan szükségesnél több pontot határozunk meg. A fölösmérések felhasználása érdekében a legkisebb négyzetek módszerével határozhatjuk meg a mért pontokra legjobban illeszkedő alakzat paramétereit. A feladat megoldása során geodéziai, fotogrammetriai, LIDAR, stb. technológiával meghatározott pontok koordinátáiból indulunk ki, ezeket mint fiktív mérési eredményeket használjuk fel a legkisebb négyzetes kiegyenlítésben, a pontokat függetlennek tekintjük. A feladatok megoldás során többféle módszer közül is választhatunk:

- a közvetítőegyenletek felírása a keresett alakzat egyenlete alapján, sokszor az V. kiegyenlítési csoporttal (kiegyenlítés mért mennyiségeket és paramétereket tartalmazó feltételi egyenletekkel) megoldható feladathoz jutunk, ha nem csak az egyik koordinátát tekintjük hibával terheltnek,
- a keresett alakzat és a vizsgálati pontok közötti távolságfüggvény felírása és a szélsőérték feladat megoldása – a pontoknak az alakzattól mért távolságának négyzetösszege legyen minimális – általában nemlineáris egyenletrendszerre vezet, még lineáris alakzatok esetén sem (pl. kiegyenlítő sík),
- a közvetítőegyenletek felírása a keresett alakzat paraméteres egyenlete alapján, nemlineáris alakzatok esetén is lineáris egyenletet eredményezhet (pl. kör), de az egyes mért pontokhoz tartozó paraméterérték nem pontos ismerete miatt iterációval oldható meg.

*BME Általános és Felsőgeodézia Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.
E-mail: siki@agt.bme.hu

Az ilyen jellegű feladatok elvi megoldását számos szakkönyvben (Detrekői 1991, Grafarend 2006, Chernov 2010) megtalálhatjuk, elsősorban a fenti lista első és második pontjában leírt módszerek alapján. Cikkemben a harmadik, a paraméteres egyenletek alapján történő megoldásokat mutatok be, melyek a gyakorlatban talán egyszerűbben használható összefüggésekre vezetnek, elsősorban nemlineáris alakzatok esetén.

2 Lineáris alakzatok

Számos esetben lineáris alakzatokhoz képesti eltérések kimutatása, illetve kettő vagy több változó közötti lineáris kapcsolat kimutatása a célunk. Ilyen helyzet lehet egy tengely kitűzött pontjainak ellenőrzése, egy falsík, födém ellenőrzése, stb. Az ilyen jellegű feladatok síkbeli megoldásával már számos szerző foglalkozott, ezekre direkt megoldó képleteket vezettek le. A síkbeli pontokra legjobban illeszkedő egyenes összefüggéseit a függőleges síkok illesztéséhez is felhasználhatjuk.

2.1 Párhuzamos kiegyenlítő egyenesek

Az egyenes illesztéssel kapcsolatos feladatok közül vizsgáljunk meg egy összetettebb feladatot, amikor egyidejűleg két párhuzamos, a mért pontokra legjobban illeszkedő egyenes meghatározása a cél. Ilyen feladat adódik például egy darupálya két párhuzamos sínszála vízszintes helyzetének vizsgálatakor. Nézzük meg ennek a feladatnak a kapcsán, hogy milyen eltérések vannak a bevezetésben felsorolt megoldási módszerek esetén.

Elsőként induljunk ki az egyenes általános egyenletéből, mely az y tengellyel (matematikai koordinátarendszer esetén) párhuzamos egyenes leírására is alkalmas:

$$ax + by + c = 0 \tag{1}$$

Az egyenes irányvektora (a, b). Amennyiben a két egyenes között egy előre adott távolságnak d (pl. nyomtáv) kell lennie, akkor csak a konstans tagban van eltérés a két egyenes között.

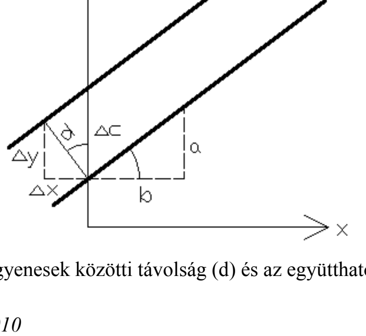
Az 1. ábra hasonló háromszögei alapján belátható, hogy a Δc eltolás értéke:

$$\Delta c = \frac{d}{b} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \tag{2}$$

Azaz a d távolsággal eltolt egyenes egyenlete:

$$ax + by + c + \frac{d}{b}\sqrt{a^2 + b^2} = 0 \tag{3}$$

Ha mindkét egyenesen több pontot határozunk meg, akkor az (1) és (3) közvetítő egyenletek alapján a legkisebb négyzetek módszerével oldhatjuk meg a feladatot, az a, b, c ismeretlenekre. A legjobban illeszkedő egyenes megtalálása érdekében meg kell engednünk, hogy a fiktív mérésnek tekintett x és y koordináta is javítást kaphasson.



1. ábra. Párhuzamos egyenesek közötti távolság (d) és az együtthatók közötti összefüggés

Ez az V. kiegyenlítési csoporttal (Detrekői 1991) megoldható feladatot jelent:

$$\begin{aligned} &a(x_i^I + v_{xi}^I) + b(y_i^I + v_{yi}^I) + c = 0 \\ &a(x_j^{II} + v_{xj}^{II}) + b(y_j^{II} + v_{yj}^{II}) + c + \frac{d}{b}\sqrt{a^2+b^2} = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

A felső indexben használt római számok jelölik, hogy melyik egyenesre eső pontokról van szó. A második egyenletet linearizálnunk kell.

Egy másik megközelítés a meghatározott pontok egyenesektől való távolságnégyzeteinek minimalizálása. Egy pont (x_i, y_i) és egyenes távolsága:

$$\begin{aligned} &v_i = \frac{ax_i + by_i + c}{\sqrt{a^2+b^2}}, \qquad v_j = \frac{ax_j + by_j + c + \frac{d}{b}\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2+b^2}} \\ &\sum_i v_i^2 + \sum_j v_j^2 = min! \end{aligned} \tag{5}$$

A (5) összefüggések alapján a parciális deriváltakat képezve, a minimum feltételre egy nemlineáris egyenletrendszert kapunk az a, b, c ismeretlenekre, melyet sorbafejtés után tudunk megoldani.

Végül írjuk fel a feladatot az egyenes paraméteres egyenlete alapján (6), ez elsősorban a további nem lineáris alakzatok esetén lesz hasznos. A paraméteres egyenletekben szereplő a és b együtthatók megegyeznek az egyenes általános egyenletében (1) szereplőkkel.

$$\begin{aligned} &x^I = x_0 - bt^I \qquad && y^I = y_0 + at^I \qquad && t^I, t^{II} \in \Re \\ &x^{II} = x_0 + \Delta x - bt^{II} \qquad && y^{II} = y_0 + \Delta y + at^{II} && \end{aligned} \tag{6}$$

Az 1. ábra hasonló háromszögei alapján Δx és Δy értékét kifejezhetjük (7), melyek az egyenes irányvektorától és az egyenesek közötti távolságtól függenek.

$$\Delta x = \frac{ad}{\sqrt{a^2+b^2}} \qquad \Delta y = \frac{bd}{\sqrt{a^2+b^2}} \tag{7}$$

Az x_0 és y_0 értékek az egyik egyenes egy tetszőleges pontjának a koordinátáit jelentik. A paraméteres felírás annyiban egyszerűsíti az eredeti szituációt, hogy a II. kiegyenlítési csoporttal megoldható összefüggésekre vezet, viszont az egyes mért pontokhoz tartozó paraméter értékeket (t) ismernünk kellene. Az egyes (x_p, y_p) pontokhoz tartozó t_i értékekre csak közelítő értéket tudunk meghatározni a kiindulásnál, ezért iterációs eljárást kell alkalmaznunk. A t_i értékek becslésére használjuk az (x_0, y_0) pont és az egyes mért pontok talppontjai közötti távolságot (Newmann 1985):

$$\begin{aligned} t_i^I &= \frac{b(x_0 - x_p) - a(y_0 - y_p)}{a^2+b^2} \\ t_j^{II} &= \frac{b(x_0 + \Delta x - x_p) - a(y_0 + \Delta y - y_p)}{a^2+b^2} \end{aligned} \tag{8}$$

A (6) közvetítő egyenletekbe a Δx és Δy összefüggéseit (7) behelyettesítve, írjuk fel a javítási egyenleteket (9), melyekben az ismeretlenek előzetes értékeihez képesti változásokat tekintjük ismeretlennek. Az előzetes értékeket E indexszel jelöltem.

A második egyenesre vonatkozó összefüggések (9) az a és b ismeretlenekben nem lineárisak, ezért azokat linearizálnunk kell. A linearizált összefüggéseket már közvetlenül megoldhatjuk a II. kiegyenlítési csoporttal. Először az a, b, x_0, y_0 ismeretlenekre egy közelítő értéket kell meghatároznunk, például a I. egyenes két tetszőleges pontjára közvetlenül felírhatjuk a paraméteres egyenletet.

$$
\begin{aligned}
v_{xi}^{I} &= x_{0E} + dx_0 - (b_E + db)t_i^I - x_i^I \\
v_{yi}^{I} &= y_{0E} + dy_0 + (a_E + da)t_i^I - y_i^I \\
v_{xj}^{II} &= x_{0E} + dx_0 + \frac{(a_E + da)d}{\sqrt{(a_E + da)^2 + (b_E + db)^2}} - (b_E + db)t_j^{II} - x_j^{II} \\
v_{yj}^{II} &= y_{0E} + dy_0 + \frac{(b_E + db)d}{\sqrt{(a_E + da)^2 + (b_E + db)^2}} + (a_E + da)t_j^{II} - y_j^{II}
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Az a, b, x_0, y_0 ismeretlenek előzetes értéke alapján minden egyes pontra kiszámoljuk a t paraméter értékét a (8) összefüggéssel, majd a (9) egyenletek linearizált alakjába behelyettesítve megoldjuk a normálegyenleteket. Az előzetes értékeket az ismeretlenek a kiegyenlítésből kapott változásával módosítva, ismételten végrehajtjuk a kiegyenlítést, amíg az ismeretlenek változása elhanyagolhatóan kicsi lesz. A megoldás lépéseit a 2. ábrán foglaltam össze.

2.2 Térbeli kiegyenlítő egyenes

Egy tengelyen elhelyezkedő, bemért pontok helyzetét egy 3D-s regressziós egyenestől való eltérésekkel jellemezhetjük. A térbeli egyenesek felírására a paraméteres összefüggések adják a legegyszerűbb felírást (10), ezt használjuk a leggyakrabban (Newmann 1985).

$$
x = x_0 + at\ ,\quad y = y_0 + bt\ ,\quad z = z_0 + ct \qquad t \in \Re \tag{10}
$$

A (10) egyenletben szereplő a, b, c együtthatók az egyenes irányvektorát adják, az (x_0, y_0, z_0) pedig az egyenes egy tetszőleges pontja. A kétdimenziós egyeneshez hasonlóan a paraméteres egyenlet közvetlen megoldását az egyes mért pontokhoz tartozó pontos t paraméterértékek ismeretének hiánya nem teszi lehetővé. A paraméter értékét becsüljük a mért pont talppontjához tartozó paraméter értékkel, ehhez szükségünk van az ismeretlenek előzetes értékére. A P_i pont talppontjához tartozó paraméter értéket a (11) összefüggés alapján számíthatjuk, a P_i ponton átmenő, az egyenesre merőleges sík felhasználásával (Newmann 1985).

$$
t_i = \frac{a(x_0 - x_i) + b(y_0 - y_i) + c(z_0 - z_i)}{a^2 + b^2 + c^2} \tag{11}
$$

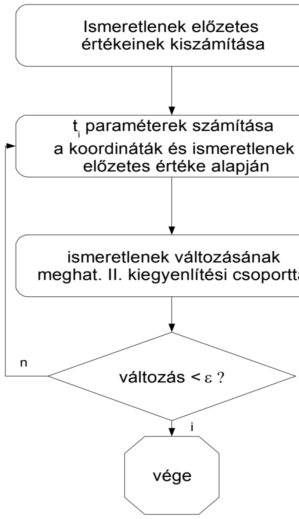
A paraméter értékek ismeretében az iterációs megoldáshoz alkalmazható javítási egyenletek (12) felírhatók, E indexszel jelöltem az előzetes értékeket.

A (12) egyenletek három kétismeretlenes lineáris egyenletrendszerre vezetnek. Tovább egyszerűsíthetjük a (12) összefüggéseket, az egyenes ugyanis mindig átmegy a pontok súlypontján (Cook 1999), így az x_0, y_0, z_0 ismeretleneket kiküszöbölhetjük, ha a súlypont koordinátáit írjuk a helyükre.

$$
\begin{aligned}
v_{xi} &= (x_{0E} + a_E t_i) + dx_0 + da\, t_i - x_i \\
v_{yi} &= (y_{0E} + b_E t_i) + dy_0 + db\, t_i - y_i \\
v_{zi} &= (z_{0E} + c_E t_i) + dz_0 + dc\, t_i - z_i
\end{aligned}
\tag{12}
$$

3 Nemlineáris alakzatok

Az építésellenőrzés során is találkozhatunk nemlineáris alakzatokkal. Leggyakrabban a kör keresztmetszetű alakzatok fordulnak elő, például metró alagút, fúrópajzs vagy toronyépítmények geometriai ellenőrzése esetén. A lineáris alakzatokra bemutatott iterációs eljárás egyszerűen általánosítható ezekre a feladatokra is.



2. ábra. Az iterációs eljárás a paraméteres egyenletek megoldására

3.1 Kiegyenlítő kör

A kiegyenlítő kör illesztésénél is induljunk ki az x,y síkban fekvő kör paraméteres egyenletéből:

$$x = x_0 + r\cos\alpha \quad y = y_0 + r\sin\alpha \tag{13}$$

A fenti összefüggésekben az x_0, y_0 és r az ismeretlen, így az összefüggések lineárisak, ami nagymértékben megkönnyíti a megoldást. Az α paraméter – a középponttól a mért pontokra menő iránynak az x-tengellyel bezárt szöge - értékét pontosan nem ismerjük az egyes meghatározott pontokra, ezért itt is a 2. ábrán bemutatott iterációs algoritmussal oldhatjuk meg a feladatot. A paraméterek előzetes értékeit a mért pontok és a középpont előzetes koordinátái alapján számítjuk. Az egyes pontokra felírhatjuk a lineáris javítási egyenleteket:

$$v_{xi} = x_0 + r\cos\alpha_i - x_i, \quad v_{yi} = y_0 + r\sin\alpha_i - y_i, \quad \alpha \in [0{,}2\pi] \tag{14}$$

Annak ellenére, hogy a (14) javítási egyenletek lineárisak, az iterációs megoldás miatt előzetes értékeket kell felvennünk az x_0, y_0 és r ismeretlenekre, és az egyes iterációs lépésekben az előzetes értékekhez (x_{0E}, y_{0E}, r_E) képesti eltéréseket határozzuk meg:

$$\begin{aligned} v_{xi} &= x_{0E} + dx_0 + (r_E + dr)\cos\alpha_i - x_i, \quad \alpha \in [0{,}2\pi] \\ v_{yi} &= y_{0E} + dy_0 + (r_E + dr)\sin\alpha_i - y_i \end{aligned} \tag{15}$$

A (15) javítási egyenletek lineárisak, közvetlenül megoldhatóak és a normálegyenlet rendszer együttható mátrixa a (16) alakra egyszerűsíthető, ahol n a kör illesztéshez felhasznált pontok száma.

$$\begin{bmatrix} n & 0 & \sum\cos\alpha_i \\ 0 & n & \sum\sin\alpha_i \\ \sum\cos\alpha_i & \sum\sin\alpha_i & n \end{bmatrix} \tag{16}$$

3.2 Kiegyenlítő gömb

A kiegyenlítő körnél használt paraméteres egyenletre alapozott megoldás egyszerűen általánosítható a kiegyenlítő gömbre. A paraméteres egyenletekben (17) itt már két szög szerepel, az egyik az xy síkban (α), a másik pedig az xy síkkal bezárt szög (β).

$$\begin{aligned} x &= x_0 + r\cos\beta\cos\alpha \quad \alpha \in [0,2\pi] \\ y &= y_0 + r\cos\beta\sin\alpha \quad \beta \in [0,2\pi] \\ z &= z_0 + r\sin\beta \end{aligned} \tag{17}$$

A lineáris javítási egyenletek (17) megoldásánál itt is az ismeretlenek előzetes értékeiből kell kiindulnunk, hogy az iterációs eljárás során az egyes lépésekben az ismeretlenek egyre javuló értékeihez képesti eltérést kapjuk meg (18).

$$\begin{aligned} v_{xi} &= x_{0E} + dx_0 + (r_E + dr)\cos\beta_i\cos\alpha_i - x_i \\ v_{yi} &= y_{0E} + dy_0 + (r_E + dr)\cos\beta_i\sin\alpha_i - y_i \\ v_{zi} &= z_{0E} + dz_0 + (r_E + dr)\sin\beta_i - z_i \end{aligned} \tag{18}$$

3.3 További nemlineáris alakzatok

A paraméteres egyenletek iterációs megoldását további felületekre is alkalmazhatjuk. A függőleges tengelyű kúp paraméteres egyenlete (15) szintén lineáris közvetítő egyenleteket ad.

$$\begin{aligned} &x = x_0 + r(1-v)\sin u, \quad y = y_0 + r(1-v)\cos u, \quad z = z_0 + hv, \\ &u \in [0,2\pi], \quad v \in [0,1] \end{aligned} \tag{19}$$

A (19) egyenletben az ismeretlenjeink az alapkör középpontja (x_0, y_0, z_0) , az alapkör sugara r és a kúp magassága h. Az u paraméter a vízszintes síkban lévő szög, közelítő értékét az (x_i, y_i) és (x_0, y_0) pontok irányszögével adhatjuk meg. A v paraméter z-z_0 különbség aránya a h magassághoz. Az iterációs megoldáshoz használható javítási egyenletek egy három- és egy kétismeretlenes egyenletrendszerre esnek szét. Az x és y koordinátákra vonatkozó közvetítő egyenletekből az x_0, y_0 és r számítható ki, a z koordinátára vonatkozó egyenletekből pedig a z_0 és h.

A függőleges tengelyű forgási paraboloid paraméteres egyenlete (20) már nemlineáris összefüggésekre vezet. Az z koordinátára vonatkozó egyenlet linearizálása után alkalmazható a korábban bemutatott iterációs eljárás.

$$\begin{aligned} &x = x_0 + u \quad y = y_0 + v \quad z = \frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{a^2} \\ &u, v \in \Re \end{aligned} \tag{20}$$

4 Összefoglalás

A regressziószámítás során a közelítendő alakzat paraméteres felírása egyszerűbb összefüggéseket eredményez, melyek – igaz, hogy iteráció árán – a gyakorlatban könnyebben kezelhetők. A cikkben bemutatott térbeli egyenes, kiegyenlítő kör és kiegyenlítő gömb összefüggéseket a GeoEasy program regressziós moduljában alkalmaztam. A többi alakzat a következő verziókba fog belekerülni.

Hivatkozások

Detrekői Á (1991): Kiegyenlítő számítások. Tankönyvkiadó, Budapest. 685.

Newmann WM, Sproull RF (1985): Interaktív számítógépes grafika, Műszaki Könyvkiadó, Budapest 490.

Cook RD Cook, Weisberg S (1999): Applied Regression Including Computing and Graphics, Wiley, New York 602.

Grafarend E W (2006): Linear and nonlinear models: fixed effects, random effects, and mixed models, Walter de Gruyter 752.

Chernov N (2010): Circular and Linear Regression, CRC Press 256.

GNSS MÉRÉSEK KÖZEL VALÓSIDEJŰ FELDOLGOZÁSA METEOROLÓGIAI ALKALMAZÁSOKHOZ

Rózsa Szabolcs[*], Kenyeres Ambrus[**], Weidinger Tamás[***], Gyöngyösi András Zénó[***]

Near real-time processing of GNSS observations for meteorological applications – *The Global Navigation Satellite Systems belong to those geodetic tools, which can be applied for Earth observation. Since the satellite signals travel through the atmosphere, the observations can be used for estimating the electron content of the ionosphere or the water vapour content of the troposphere. The latter has particular importance for accurate weather predictions.*
This paper introduces the near real-time processing system of GNSS observations used for the estimation of integrated water vapour (IWV). Altogether more than 80 stations are used in the area of Central and Eastern Europe and the estimation of tropospheric delays are carried out on an hourly basis. The wet part of these delays has a strong correlation with the IWV.
The results of the IWV estimations are compared to some radiosounding observations in the study area. The preliminary results are quite reassuring, since the estimated IWV values agree with the radiosoundings slightly better than 1 mm in terms of standard deviation.

Keywords: GPS, troposphere, water vapour, meteorology

A Föld megfigyelésére alkalmazható geodéziai eszközök közé tartoznak a műholdas navigációs rendszerek. Kihasználva e rendszerek azon tulajdonságát, hogy a műholdakról kibocsátott rádióhullámok áthaladnak az atmoszférán, a mérési adatok elemzésével fontos információkhoz juthatunk az atmoszféra állapotáról. Ezen belül is egyrészről az ionoszféra elektrontartalmáról, másrészről a troposzférában található vízgőz mennyiségéről. Az utóbbi különös jelentőséggel bír a meteorológiai előrejelzések terén.
Jelen dolgozatban bemutatjuk a troposzférában található vízgőz monitorozásához felhasználható közel valósidejű GNSS feldolgozó rendszert. A rendszer segítségével óránként, a közép-európai térségben több mint 80 pontban becsüljük a troposzféra okozta teljes késleltetést, amelynek a nedves része az integrált vízgőztartalommal áll szoros kapcsolatban.
A feldolgozás eredményeit összevetettük néhány – a vizsgált térségben található – rádiószondás állomás méréseivel. Az előzetes eredmények igen bíztatóak, hiszen a GPS mérésekből levezetett értékek megközelítőleg 1 mm-es középhibával adták vissza a rádiószondás mérésekből levezetett értékeket a vizsgált tíz napos időtartamban.

Kulcsszavak: GPS, troposzféra, vízgőztartalom, meteorológia

1 Bevezetés

Bár a geodéziában a műholdas helymeghatározó rendszereket elsősorban pontok térbeli helyzetének meghatározására használjuk, a méréseink megfelelő feldolgozásával más fizikai mennyiségek meghatározására is mód nyílhat. Míg a helymeghatározásnál a méréseinket terhelő szabályos hibák hatását (óra-, és pályahibák, ionoszféra, troposzféra, stb.) modellekkel, vagy a megfelelő feldolgozási eljárásokkal kiküszöböljük, addig az atmoszféra állapotának megfigyelése esetén pontosan ezek a szabályos hibák hordoznak fontos információkat számunkra. Amennyiben a GNSS vevő koordinátái nagypontossággal ismertek, a helymeghatározás eljárását megfordíthatjuk, és a feldolgozás során már nem a vevő koordinátái szerepelnek majd ismeretlenként, hanem a különféle atmoszferikus paraméterek.

A közelmúltban már több szerző vizsgálta a GNSS mérések hazai alkalmazhatóságát a troposzférában található vízgőztartalom meghatározására (Borbás 2000, Bányai 2008, Rózsa és társai

[*] *BME Általános és Felsőgeodézia Tanszék,1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3, E-mail: szrozsa@agt.bme.hu*
[**] *FÖMI Kozmikus Geodéziai Obszervatórium,1592 Budapest, Pf. 585*
[***] *ELTE Meteorológia Tanszék, 1117 Budapest, Pázmány P. sétány 1/A*

2009). Az aktív GNSS hálózat kialakulását követően azonban megnyílt a lehetőség egy automatikus, közel valós időben működő adatfeldolgozás megvalósítására, amelynek eredményeként a felhasznált GNSS referenciaállomásokon óránként – megközelítőleg egy órás látenciával – megbecsülhető a troposzférában található vízgőz mennyisége.

A GNSS mérések meteorológiai alkalmazásának lehetőségeit több nemzetközi projektben is vizsgálták a közelmúltban (COST 716, MAGIC, THOUGH, E-GVAP), és napjainkban is folyik az EUMETNET keretében egy nemzetközi projekt (E-GVAP II) ebben a témakörben. Jelenleg már két meteorológiai szolgálat az operatív időjárás előrejelző modelljeibe is integrálta a GNSS mérések feldolgozásából származó teljes zenitirányú troposzférikus késleltetést. Egyes eredmények azt mutatják, hogy a GNSS mérések integrálásával megbízhatóbb csapadék-előrejelzések készíthetők (E-GVAP weboldal, 2011).

A cikkben bemutatott feldolgozórendszer kiépítésének egyik célja, hogy hazánk adatokkal is csatlakozni tudjon az E-GVAP projekthez. Ehhez azonban nem elegendő a feldolgozórendszer kiépítése, hanem a kapott troposzférikus késleltetések validálását is el kell végeznünk. Erre célszerűen alkalmazhatóak a rádiószondás észlelések.

Meg kell azonban említenünk, hogy a rádiószondás észlelésekből származó integrált vízgőztartalom akkor vethető össze a GNSS mérésekből származó értékekkel, ha egyrészről a GNSS feldolgozás során becsült teljes troposzférikus késleltetésből megfelelő pontosságú zenitirányú nedves késleltetést tudunk előállítani. Ehhez a hidrosztatikus egyensúlyban lévő légrétegek okozta zenitirányú késleltetést nagy pontossággal ismernünk kell. A hidrosztatikus késleltetést általában a felszínközeli légnyomás függvényeként határozzuk meg, különféle modellek segítségével. Ezek a modellek azonban – bár a helymeghatározáshoz megfelelőek – a meteorológiai célú felhasználásokhoz nem eléggé pontosak. Így jelen dolgozatban megkíséreltük a hidrosztatikus késleltetés becslését rádiószondás mérések alapján is, ezzel pontosítva a nedves késleltetést, illetve az abból származó integrált vízgőztartalom becslését.

A dolgozat célja, hogy bemutassuk a megvalósított feldolgozórendszert, valamint az első meghatározott eredményeket összevessük rádiószondás méréseken alapuló integrált vízgőztartalom értékekkel, és előzetesen értékeljük az eredményeket. Mivel a feldolgozórendszer a közelmúltban került beüzemelésre, így az eredmények végleges értékelését nagyobb adatmennyiség alapján kell majd elvégeznünk. Az előzetes eredmények alapján azonban annyi már látható, hogy – bár jó úton haladunk – további kutatásokra lesz szükség annak érdekében, hogy a GNSS mérésekből származó integrált vízgőztartalom értékek megbízhatóságát növelni tudjuk. E célból a Budapesti Műszaki- és Gazdaságtudományi Egyetem Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke, a Földmérési és Távérzékelési Intézet Kozmikus Geodéziai Obszervatóriuma, az Országos Meteorológiai Szolgálat, az MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézete valamint az Eötvös Loránd Tudományegyetem Meteorológiai Tanszéke munkatársai egy közös pályázatot nyújtottak be az Országos Tudományos Kutatási Alaphoz.

2 A troposzféra integrált vízgőztartalmának becslése GNSS adatokból

A troposzféra integrált vízgőztartalma GNSS mérésekből történő meghatározásával részletesen foglalkozik Bányai (2008), valamint Rózsa és társai (2009). Nagyon röviden áttekintve a folyamatot, a vízgőztartalom meghatározása a következők szerint történik. A GNSS feldolgozás során meghatározzuk a troposzféra ismeretlennek tekintett teljes zenitirányú késleltetését (zenith tropospheric delay – ZTD). Ez a mennyiség két részre osztható. Az egyik az ún. hidrosztatikus rész (zenith hydrostatic delay – ZHD), míg a másik az ún. „nedves” rész (zenith wet delay – ZWD). Az utóbbi két mennyiség közül a hidrosztatikus késleltetés viszonylag jól modellezhető (Hopfield 1969, Saastamoinen 1972). A teljes késleltetés ismeretében a nedves késleltetés az alábbi egyszerű összefüggéssel számítható:

$$ZWD = ZTD - ZHD, \tag{1}$$

A GNSS feldolgozásokból a ZTD értékét általában ±1-2 mm-es középhibával tudjuk meghatározni. A zenitirányú nedves késleltetés jó korrelációs kapcsolatban van a levegő integrált vízgőztartalmával. E két mennyiség közötti regressziós kapcsolatot leírhatjuk globálisnak tekinthető modellekkel (Bevis és társai 1992, Emardson-Derks 2000), illetve lokális modellekkel is (Rózsa és társai 2009). Mindegyik esetben közös, hogy a zenitirányú nedves késleltetést egy arányossági tényezővel számítják át integrált vízgőztartalommá:

$$IWV = Q \cdot ZWD, \tag{2}$$

ahol Q a felszínközeli hőmérséklettől függő arányossági tényező. Emardson-Derks európai rádiószondás mérésekből az alábbi összefüggést vezette le a Q arányossági tényezőre:

$$Q = \frac{1}{a_0 + a_1\left(T_f - \overline{T}\right) + a_2\left(T_f - \overline{T}\right)^2}, \tag{3}$$

ahol T_f a felszínközeli hőmérséklet, a_0=6,458 m^3/kg, a_1=-1,78×10^{-2} m^3/kg/K, a_3=-2,2×10^{-5} m^3/kg/K és $\overline{T}$=283,49 K. A Q arányossági tényező alapján a zenitirányú nedves késleltetés valamivel több mint hatszorosa az integrált vízgőztartalomnak. Az arányossági tényező meghatározásának bizonytalansága miatt az integrált vízgőztartalom meghatározása a fenti modellel maximum ±0,3mm-es középhibával határozható meg, amennyiben a nedves késleltetés hibátlan értékét ismernénk. Ez utóbbit azonban csak a hidrosztatikus késleltetés modellezésével tudjuk meghatározni. Saastamoinen (1972) az alábbi modellt állította fel a zenitirányú hidrosztatikus késleltetés meghatározására:

$$ZHD = 0{,}002277 \cdot p, \tag{4}$$

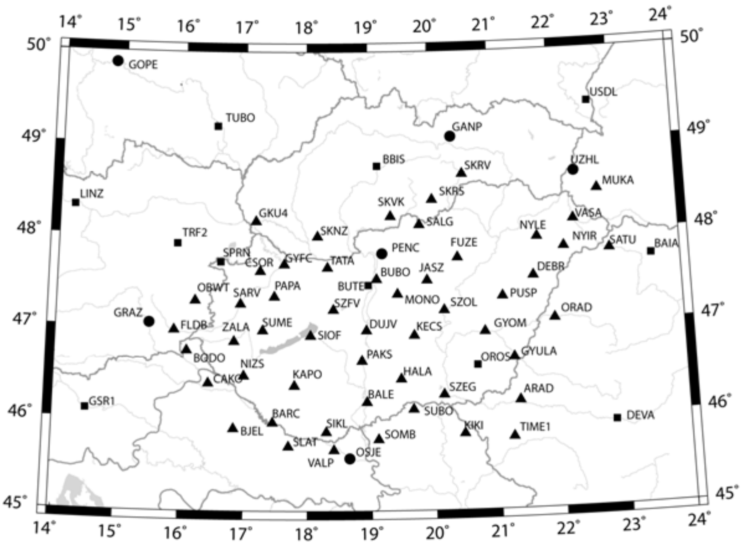
ahol p a felszínközeli légnyomás értéke.

3 A felhasznált adatok

A közel valósidejű automatikus GNSS feldolgozáshoz a GNSS adatokon kívül szükségünk van megfelelő pontosságú és valós időben is elérhető pályaadatokra, illetve órahibákra is. Ezen felül a vízgőztartalom meghatározásához ismernünk kell a felszínközeli légnyomást, illetve a felszínközeli hőmérsékletet is. Ennek megfelelően meteorológiai adatok is integrálásra kerültek a feldolgozórendszerbe.

A felhasznált adatok így az alábbiak voltak:

- ***GNSS mérések***: összesen 86 állomás óránként elérhető adatai. Ebből 17 a Nemzetközi GNSS Szolgálat (IGS) hálózatának tagja, további 17 az EUREF Permanens Állomások (EPN) hálózatának tagja, míg 52 állomás a FÖMI által üzemeltetett hazai aktív GNSS hálózat (GNSSNet.hu) tagja. A Kárpát-medence környékén található állomások az 1. ábrán láthatóak.
- ***GNSS pályaadatok***: a közel valósidejű adatfeldolgozáshoz szükségünk van kellő pontosságú pályaadatokra, illetve Földforgás paraméterekre. Erre a célra az IGS ultra-rapid pályamegoldásait, illetve a hozzájuk kapcsolódó Földforgás paramétereket használtuk fel.
- ***Felszínközeli meteorológiai mérések*** (légnyomás, hőmérséklet, harmatpont): a feldolgozáshoz jelenleg a reptéri METAR üzeneteket továbbító meteorológiai állomások adatait gyűjtjük óránként. Ez összesen 40 meteorológiai állomás észleléseinek gyűjtését, értelmezését és feldolgozását jelenti. A METAR táviratok az amerikai National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) szerverén szabadon elérhetőek.
- ***Rádiószondás észlelések***: hazánkban két helyen végeznek rendszeres rádiószondás észleléseket. Budapesten 12 óránként, míg Szegeden 24 óránként történnek az észlelések. A hazai rádiószondás méréseken túl a vizsgált területen található 31 egyéb rádiószondás állomás adatait használjuk fel a becsült vízgőztartalom ellenőrzésére.



1. ábra. A felhasznált GNSS állomások területi eloszlása Magyarországon és környezetében (háromszög: GNSSNet.hu állomás; négyzet: EPN állomás; kör: IGS állomás)

4 A közel valósidejű feldolgozórendszer

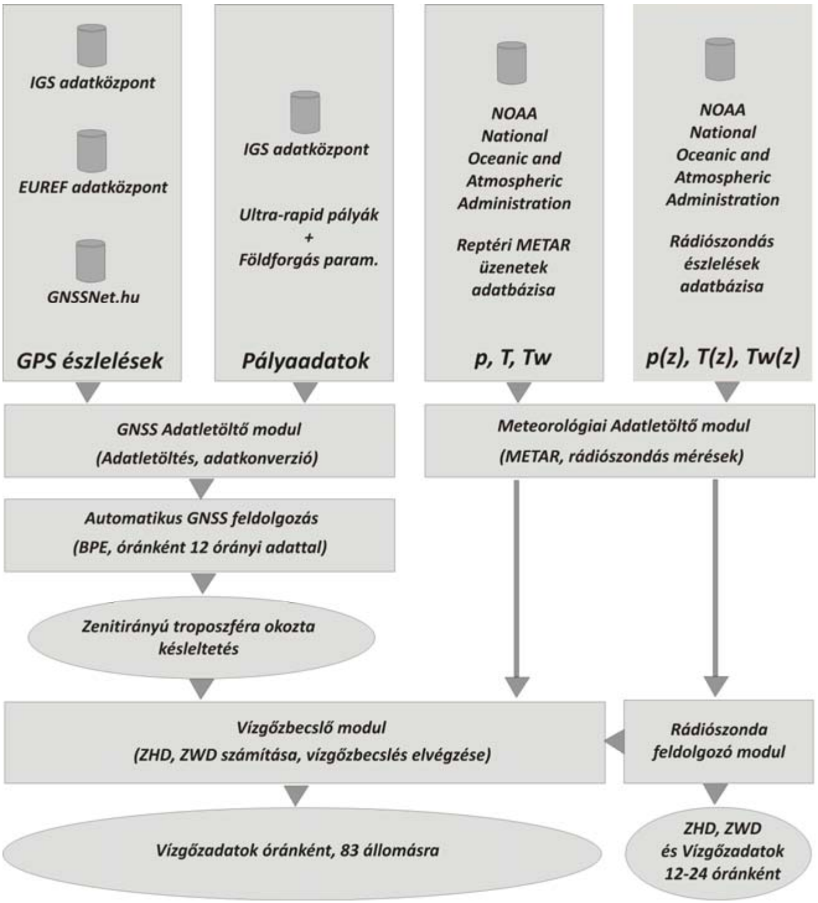
A GNSS mérések meteorológiai alkalmazásához nem csak a kellően pontos vízgőzbecslést kell biztosítanunk, hanem az eredmények gyors közlése is elengedhetetlen. A COST 716 projekt célkitűzései között az szerepel, hogy a vízgőzbecsléseket maximálisan 105 perccel az észlelés után elérhetővé kell tenni.

Ezt a kívánalmat úgy tudjuk teljesíteni, ha az adatgyűjtés, adatkonvertálás, elő-, és tényleges feldolgozás valamint az eredmények publikálásának a folyamatait teljes mértékben automatizáljuk. A GNSS mérések automatikus feldolgozásához a Bernese tudományos igényű feldolgozó szoftver 5.0-s verziójának automatikus feldolgozó motorját (Bernese Processing Engine – BPE) használtuk fel (Dach et al. 2007). A teljes feldolgozórendszer sematikus ábrája a 2. ábrán látható.

Az ábrán látható, hogy első lépésben letöltésre kerülnek a GNSS mérések a három – már említett – adatközpontból. Ezt követően az IGS szerveréről letöltjük a szükséges pálya, illetve Földforgás paraméter fájlokat. Mivel a GNSS adatokat óránként töltjük le, így az adatletöltő modulnak elő kell állítania a feldolgozáshoz szükséges fájlokat. Ennek keretében – az optimális troposzferikus késleltetés meghatározásához – állomásonként összefűzzük az elmúlt 12 óra méréseit egyetlen fájlba, majd elvégezzük a GNSS mérések feldolgozását a Bernese szoftver segítségével.

Az így kapott zenitirányú troposzferikus késleltetésből a felszínközeli légnyomás alapján számított hidrosztatikus késleltetést levonva megkapjuk a „nedves” összetevő értékét, amelyet a felszínközeli hőmérséklet alapján átskálázhatunk integrált vízgőztartalom értékké. Amennyiben az adott időpontban rádiószondás mérések is zajlottak az adott állomás környezetében, akkor a rádiószondás mérésekből szintén meghatározható a hidrosztatikus késleltetés értéke. Ezt felhasználva szintén elvégezhető az integrált vízgőztartalom meghatározása a GNSS mérésekből.

A GNSS mérések feldolgozásának nagy előnye, hogy óránként (vagy beállítástól függően akár rövidebb időbeli felbontásban is) lehetőségünk nyílik hazánkban mintegy 35 pontban az integrált vízgőztartalom meghatározására.



2. ábra. Az automatikus feldolgozórendszer elemei

Az eredmények ellenőrzését elvégezhetjük rádiószondás mérésekkel is. Mivel a rádiószondás mérések a NOAA szerverein – tudományos célra – szintén hozzáférhetőek, így célszerűnek látszott a rádiószondás mérések feldolgozásának integrálása is a rendszerbe. Ennek megfelelően jelenleg naponta töltjük le az előző napi rádiószondás méréseket a vizsgált területen található mintegy 33 állomásról, és a feldolgozott adatokat adatbázisban tároljuk a becsült integrált vízgőztartalom értékek ellenőrzéséhez.

A feldolgozórendszer GNSS méréseket feldolgozó részét a FÖMI Kozmikus Geodéziai Obszervatóriumában állítottuk fel, ahonnan a feldolgozás eredményeképpen megszületett teljes zenitirányú késleltetések a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszékére érkeznek minden órában. A feldolgozás további lépéseit már itt hajtjuk végre.

5 Az eredmények ellenőrzésének folyamata

Az eredmények ellenőrzéséhez a már említett rádiószondás méréseket használjuk fel. A rádiószondás méréseket a NOAA rádiószonda adatbázisszerveréről töltjük le naponta egyszer (*http://www.esrl.noaa.gov/raobs*). Az észlelések egy egyszerű szövegfájlban találhatóak meg, amelyekben a különböző légnyomásszintekhez rögzítik a magasságot, a hőmérsékletet, a harmatpontot, illetve a szélirányt és a szél erősségét. A magasság, légnyomás, hőmérséklet és a harmatpont ismeretében nem csak az integrált vízgőztartalom, hanem a zenitirányú troposzférikus késleltetés két összetevője (ZHD, ZWD) is meghatározható.

Ennek megfelelően minden – érvényes méréseket tartalmazó – nyomásszinthez tartozó észlelésből meghatározhatjuk a vízgőzsűrűséget és a levegő teljes sűrűségét is a magasság függvényében. A vízgőzsűrűség magasság szerinti integrálásával megkaphatjuk a troposzféra integrált vízgőztartalmát, míg a levegő teljes sűrűsége alapján a hidrosztatikus késleltetés határozható meg.

A harmatpont ismeretében meghatározható a vízgőz parciális nyomása az észlelési magasságban (Bosen, 1960):

$$e = 33{,}8639\left[(0{,}00738T_d + 0{,}8072)^8 - 0{,}000019(1{,}8T_d + 48) + 0{,}001316\right], \tag{5}$$

ahol T_d a harmatpont hőmérséklete °C–ban, e pedig a vízgőz parciális nyomása mbar egységben.

A vízgőz parciális nyomása alapján a vízgőzsűrűség az állapotegyenlet felhasználásával számítható:

$$\rho_v = e\frac{100}{R_v T}, \tag{6}$$

ahol R_v a vízgőz specifikus gázállandója (461,5 J/Kg/K), T a hőmérséklet Kelvinben. Így a vízgőzsűrűséget kg/m^3 egységben kapjuk meg.

Miután a vízgőzsűrűséget az egyes magasságokhoz meghatároztuk, azt a földfelszín és a tropopauza magassága (h_v) között integrálva, megkaphatjuk az integrált vízgőztartalom értékét:

$$IWV = \int_{h=h_0}^{h_v} \rho_v \, dh, \tag{7}$$

A troposzféra zenitirányú késleltetésének meghatározásához ki kell számítanunk a levegő sűrűségét az észlelési magasságokban. Ehhez első lépésként számítsuk ki a száraz levegő parciális nyomását:

$$p_d = p - e, \tag{8}$$

ahol p a mért légnyomás értéke, míg e az (5) képlettel számított vízgőz parciális nyomása.

A száraz levegő parciális nyomásának ismeretében az állapotegyenlet segítségével a száraz levegő sűrűsége is számítható (3. ábra):

$$\rho_d = p_d \frac{100}{R_d T}, \tag{9}$$

ahol R_d a száraz levegő specifikus gázállandója (286,9 J/Kg/K), T a hőmérséklet Kelvinben, míg p_d a száraz levegő parciális nyomása mbar egységben.

A teljes levegő sűrűségét a száraz levegő és a vízgőz sűrűségének összegeként kaphatjuk meg:

$$\rho = \rho_d + \rho_v. \tag{10}$$

A hidrosztatikus késleltetés a levegő teljes sűrűségének függvényében az ún. Thayer-integrállal határozható meg (Thayer 1974):

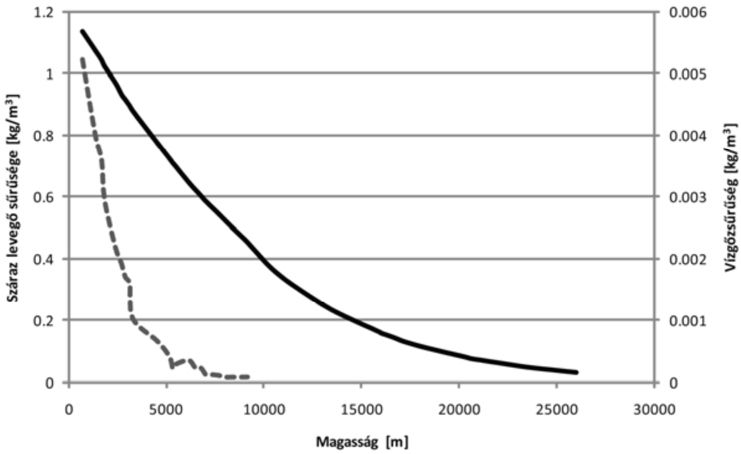
$$ZHD = 10^{-6} R_d k_1 \int_{h=h_0}^{h_T} \rho \, dh, \tag{11}$$

ahol k_1 tapasztalati állandó értéke 0,7760 K/Pa, h_T pedig a troposzféra teljes magassága.

A zenitirányú nedves késleltetés az alábbi integrállal határozható meg (Rózsa 2008):

$$ZWD = 10^{-6}\left[R_v\left(k_2 - k_1\frac{R_d}{R_v}\right)\int_{h=h_0}^{h_v} \rho_w \, dh + k_3 R_v \int_{h=h_0}^{h_v} \frac{\rho_v}{T} dh\right], \tag{12}$$

ahol T a hőmérséklet, Bevis és társai (1992) szerint a k_1, k_2 és k_3 tapasztalati konstansok értékei pedig rendre 0,7760 K/Pa, 0,704 K/Pa valamint 0,03739×10^5 K^2/Pa.



3. ábra. A száraz levegő és a vízgőzsűrűség alakulása a magasság függvényében, Poprád (GANP) – 2010.10.20.
(folytonos vonal: a száraz levegő sűrűsége, szaggatott vonal: a vízgőzsűrűség)

6 A feldolgozás eredményei

A 4. fejezetben bemutatott feldolgozórendszer segítségével 2010 októberétől folyamatosan végezzük a korábban bemutatott GNSS hálózat feldolgozását. A feldolgozás aktuális eredményei megtalálhatók a *http://gpsmet.agt.bme.hu* weboldalon. A feldolgozás eredményeképpen kapott teljes zenitirányú késleltetés ismeretében, földi meteorológiai adatok, illetve rádiószondás mérések felhasználásával meghatározható a hidrosztatikus összetevő nagysága, illetve a (3) képletben megadott arányossági tényező értéke is. Az arányossági tényező és a troposzféra nedves összetevője hatásának függvényeként az integrált vízgőztartalom meghatározható a (2) képlet segítségével. Ezt követően a GNSS mérésekből származó vízgőztartalom értékeket összehasonlíthatjuk az azonos időpontban végzett rádiószondás észlelésekkel.

A következőkben a 2010. október 10. és 19. közötti időszak eredményeit mutatjuk be. A feldolgozás eredményeként előállítottuk a BUTE állomáson az integrált vízgőztartalom értékeket, amelyeket összehasonlítottunk az OMSZ Marcell György Főobszervatóriumában végzett rádiószondás mérések eredményével.

Az integrált vízgőztartalom értékeket kétféleképpen határoztuk meg. Egyrészről a felszínközeli meteorológiai adatokból a Saastamoinen-modell segítségével határoztuk meg a zenitirányú hidrosztatikus késleltetést (4). Másrészről a rádiószondás mérésekből is meghatároztuk a ZHD értékét, így ki tudtuk küszöbölni a hidrosztatikus késleltetés modellezési hibáit.

Meg kell jegyeznünk, hogy a rádiószondás mérésekből levezetett hidrosztatikus késleltetés első körben nem összevethető a GNSS méréseket terhelő hidrosztatikus késleltetéssel. Ennek az az oka, hogy a rádiószondás észlelések nem érik el a troposzféra felső határát, míg a GNSS műholdak által sugárzott jelek áthaladnak a teljes troposzférán, így ezeket a troposzféra teljes hatása terheli. Az ebből adódó eltérést egy – a rádiószondás mérésekből meghatározott – korrekciós tényezővel vettük figyelembe. A szonda-adatokban található utolsó két légnyomás és magasság értékből extrapolálással határoztuk meg a troposzféra felső szintjének magasságát, majd itt $p=0$ feltételezéssel élve egy korrekciós tényezőt számítottunk. A rádiószondás észlelésekből származó teljes hidrosztatikus késleltetést így a mérésekből numerikus integrálással számított érték és a korrekció összegeként állítottuk elő.

Ezt követően állítottuk elő a nedves összetevőt:

$$ZWD = ZTD - ZHD\,, \tag{13}$$

majd a nedves összetevő ismeretében az integrált vízgőztartalom értékét:

$$IWV = Q \cdot ZWD\,. \tag{14}$$

Végül az így kapott értékeket összevetettük a rádiószondás mérésekből levezetett értékekkel. Az 1. táblázatban az illeszkedés statisztikai jellemzőit mutatjuk be.

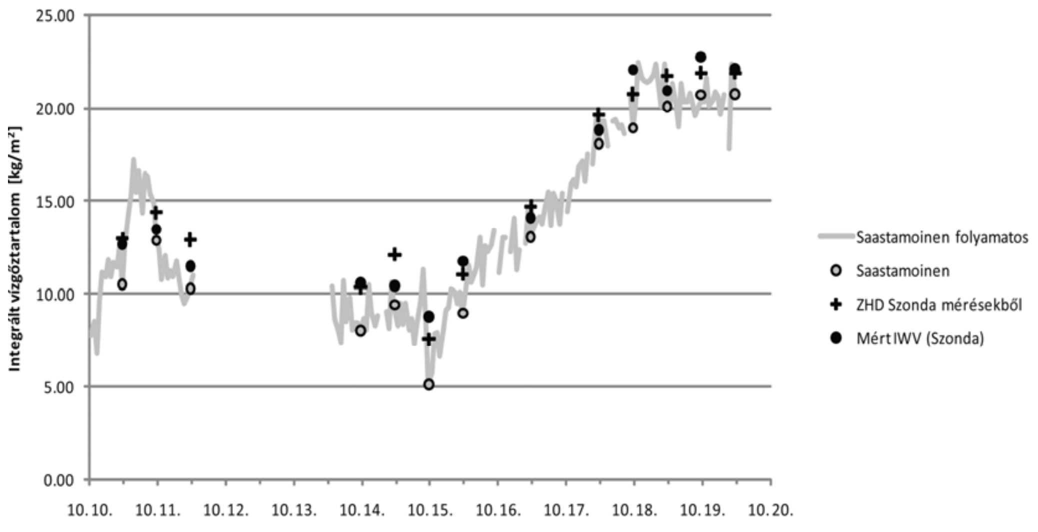
A táblázatból látható, hogy a Saastamoinen-modellel levezetett integrált vízgőztartalom értékek átlagosan mintegy 1,8 mm-rel alul becslik a troposzféra vízgőztartalmát. Ez annak köszönhető, hogy a Saastamoinen-modell a vizsgált időtartamon belül mintegy 1,2 cm-es átlagos értékkel (±3 mm-es szórás mellett) túlbecsülte a hidrosztatikus késleltetés értékét.

A második esetben, amikor a hidrosztatikus késleltetést a rádiószondás mérésekből vezetjük le, az átlagos eltérés csupán –0,16mm, míg a két adathalmaz eltérésének szórása is alacsonyabb értéket vett fel.

A 4. ábrán a GNSS mérésekből, illetve a rádiószondás észlelésekből számított integrált vízgőztartalom értékeket hasonlítjuk össze. Az ábrán szürke vonallal jelöltük a Saastamoinen-modell felhasználásával számított integrált vízgőztartalom értékeket. A rádiószondás mérésekkel egyidőben meghatározott értékeket szürke körrel ki is emeltük az ábrán. Fekete kereszt jelöli azokat a megoldásokat, amikor a hidrosztatikus összetevőt a rádiószondás mérésekből határoztuk meg, míg fekete kör jelzi a rádiószondás észlelésből számított integrált vízgőztartalom értékét.

Az ábrán jól látható, hogy a GNSS mérésekből számított értékek alapvetően jól követik a rádiószondás észlelésekből kapott értékeket. Ugyanakkor az is megfigyelhető, hogy jobb illeszkedés érhető el akkor, ha a hidrosztatikus késleltetést a rádiószondás adatokból határozzuk meg (a kereszttel jelölt mennyiségek általában közelebb vannak a fekete körökhöz, minta szürke körök).

A rádiószondás mérések időbeli felbontása azonban nem teszi lehetővé azok operatív alkalmazását a hidrosztatikus késleltetés meghatározására, hiszen a GNSS mérésekből történő integrált vízgőztartalom becsléshez óránként meg kell határoznunk a hidrosztatikus késleltetés értékét. Ennek megfelelően a jövőben olyan új modelleket kell kifejlesztenünk, amelyek földfelszíni meteorológiai adatok felhasználásával a jelenlegieknél pontosabban írják le a troposzféra hidrosztatikus késleltetését.



4. ábra. Az GNSS mérésekből becsült, illetve a rádiószondás mérésekkel meghatározott integrált vízgőztartalom Budapesten, 2010. október 10-19.
(szürke vonal: GNSS mérésekből levezetett integrált vízgőztartalom, fekete pont: rádiószondás észlelés eredménye)

1. táblázat. A GNSS mérésekből, illetve a rádiószondás észlelésekből meghatározott integrált vízgőztartalom értékek illeszkedése Budapesten kg/m^2 egységben (2010. október 10-19. közötti időtartamra)

Megoldás	min	max	átlag	Szórás
ZHD a Saastamoinen-modellből	0,60	3,65	1,78	1,06
ZHD a rádiószondás mérésből	-1,68	1,30	-0,16	0,98

7 Összegzés

Jelen dolgozatban bemutattuk a meteorológiai célú GNSS-feldolgozás lépéseit, illetve a közel valósidejű feldolgozórendszer elemeit, amelyek segítségével elvégezhető a GNSS mérések automatikus kiértékelése, valamint a troposzféra zenitirányú teljes késleltetésének a meghatározása is. Emellett bemutattuk, hogy rádiószondás mérések felhasználásával hogyan lehet a GNSS mérésekből levezetett integrált vízgőztartalom értékeket ellenőrizni.

A megvalósított feldolgozó rendszer Közép-Európában mintegy 86 GNSS állomás folyamatos feldolgozását végzi el. Így erre a 86 állomásra óránként szolgáltatja a teljes zenitirányú troposzférikus késleltetés értékét, amelyekből földi meteorológiai észlelések felhasználásával (légnyomás, hőmérséklet, harmatpont vagy relatív páratartalom) az integrált vízgőztartalom meghatározható.

Az eredményekből látható, hogy a GNSS mérések megközelítőleg ±1 mm-es szórással illeszkednek a rádiószondás mérésekből számított értékekhez, ami jó értéknek mondható. Ugyanakkor a troposzféra hidrosztatikus késleltetésének modellezéséhez felhasznált Saastamoinen-modell szignifikánsan magasabb értékeket ad, mint azt a rádiószondás mérések indokolják. Emiatt az integrált vízgőztartalom értékekben is mintegy 1,8 mm-es bias tapasztalható. Ennek megfelelően a további kutatásokban a hidrosztatikus késleltetés pontosabb modellezését kell célul kitűznünk.

Köszönetnyilvánítás. A cikkben bemutatott kutatás az Országos Tudományos Kutatási Alap K-83909 pályázatának anyagi támogatásával készült.

A munka szakmai tartalma kapcsolódik a "Minőségorientált, összehangolt oktatási és K+F+I stratégia, valamint működési modell kidolgozása a Műegyetemen" c. projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A projekt megvalósítását az ÚMFT TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-0002 programja támogatja.

Hivatkozások

Bányai L (2008): A műholdas helymeghatározás földtudományi alkalmazása. Geomatikai Közlemények, XI, 3-181.

Bevis, M, Businger, S, Herring, T A, Rocken, C, Anthes, A, Ware, R (1992): GPS meteorology: Remote sensing of atmospheric water vapor using the global positioning system. J. Geophys. Res., 97, 15 787–15 801.

Borbás É (1997): An Application of GPS Data to Meteorology: Precipitable Water Comparison for Penc Site. Reports on Geodesy, Warsaw University of Technology,, (4) 27, 461-468.

Bosen J F (1960): A formula for approximation of the saturation water vapor pressure over water. Monthly Weather Review, 88:8, 275-276.

Dach R, Hugentobler U, Fridez P, Meindl M (2007): Bernese GPS Software, Version 5.0. Astronomical Institute, University of Bern, 640.

E-GVAP weboldal (2011): http://egvap.dmi.dk

Emardson T R, Derks H J P (2000): On the relation between the wet delay and the integrated precipitable water vapour in the European atmosphere. Meteor. Appl., 7, 61–68.

Hopfield H S (1969): Two-quartic tropospheric refractivity profile for correcting satellite data. J. Gephys. Res., 74, 4487-4499.

Rózsa Sz, Dombai F, Németh P, Ablonczy D (2009): Integrált vízgőztartalom becslése GPS adatok alapján. Geomatikai Közlemények, XII, 187-196.

Saastamoinen J (1972): Contributions to the theory of atmospheric refraction. Bulletin Géodesique, 105, 106.

Thayer G D (1974): An improved equation for the radio refractive index of air. Radio Sci., 9, 803–807.

ZENIT IRÁNYÚ TROPOSZFÉRIKUS KÉSLELTETÉS MODELLEZÉSE, METEOROLÓGIAI ADATOKON ALAPULÓ HELYI REGRESSZIÓS MODELL SEGÍTSÉGÉVEL

Tuchband Tamás, Rózsa Szabolcs**

Modelling tropospheric zenith delays using regression models based on surface meteorology data – *The tropospheric zenith delay (ZTD) of GPS observations is closely related to the integrated water vapour (IWV) content of the atmosphere. The scale factor between the IWV and the ZWD is a function of the mean temperature of the water vapour, which can be computed by a linear regression equation based on the surface temperature. A similar linear regression can be used to compute the IWV from surface water vapour density. In this paper we show a formula derived from more than 10,000 radiosonde observations in Hungary. Using this relation, it is possible to estimate the IWV content of the atmosphere, which could be scaled down to tropospheric zenith wet delay. Two time intervals are used for the validation of the results. The first one was a stormy summer period, while the other was a dry winter period. The results show that this approach provides slightly better coordinate RMS than the Niell or the Hopfield model. Moreover the coordinate solutions are relatively stable during the summer period as well, when a heavy storm caused unstable weather conditions. Studying the performance of the local regression model, the Hopfield and the Niell (Saastamoinen + Niell mapping function) model, it could be seen that the local regression model gave the best a priori tropospheric delays for the processing.*

Keywords: GPS, troposphere, water vapour

A GPS mérések zenit irányú troposzférikus késleltetése (ZTD) szoros kapcsolatban van az atmoszféra integrált vízgőz tartalmával (IWV). A zenit irányú nedves késleltetés (ZWD) és az IWV közti szorzótényező a vízgőz átlaghőmérsékletének függvénye, amely lineáris regresszió segítségével számítható a felszín közeli hőmérsékletből. Egy hasonló lineáris regresszióval számítható az IWV a felszín közeli vízgőzsűrűségből. A cikkben több, mint 10.000 magyar rádiószondás mérésből levezetett összefüggéseket mutatunk be. Ezekkel az összefüggésekkel számíthatóvá válik az atmoszféra integrált vízgőztartalma, amelyet tovább alakíthatunk zenit irányú nedves késleltetéssé (ZWD).

Két időszakot használtunk fel az eredmények hitelesítésére. Az első 2006 nyarán egy viharos periódus, a második pedig 2007 telén egy légkörileg csendes időszak. Az eredmények szerint ez a módszer valamelyest kedvezőbb értékeket ad a koordináta megoldás során kapott maradék ellentmondásokra (RMS), mint a Niell- vagy a Hopfield-modell esetében. Ráadásul a koordináta megoldások stabilabbak maradtak a nyári változó időjárási körülmények között. A három modell közül – helyi regressziós, Niell (Saastamoinen + Niell-leképzés), Hopfield – a helyi regressziós módszer adta a legjobb 'a priori' troposzférikus késleltetéseket a feldolgozás során.

Kulcsszavak: GPS, troposzféra, vízgőz

1 Bevezetés

Manapság a felhasználók egyre jobb és megbízhatóbb pontosságot követelnek meg a valós és utófeldolgozott PPP (Precise Point Positioning) technikától. Több úton javíthatjuk a pontosságot. Figyelembe kell venni az összes mérőjelet zavaró tényezőt. Ezek közül kettő a légkörben található. Az első késleltető közeg az ionoszféra, melyet kiküszöbölhetünk, ha legalább kétfrekvenciás vevőt használunk. A második közeg a troposzféra (Brunner és Welsh 1993).

A troposzférikus késleltetést (ZTD) két részre bonthatjuk. A száraz, vagy pontosabban a hidrosztatikus részre, amely a késleltetés 90%-áért felelős, és a nedves részre mely a maradék 10%-ért felel. A hidrosztatikus rész könnyen modellezhető, hiszen csak a légnyomástól és a vevő fölötti

*BME ÁFGT, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. K. Mf. 16.
E-mail: tamas.tuchband@gmail.com

légoszlop magasságától függ. A nedves rész nehezebben modellezhető a számtalan tényező miatt. (Beutler et al. 1989).

Több modell létezik a troposzférikus késleltetés számítására, melyeket két fő csoportba, a globális és a lokális csoportokba sorolhatunk. A globális modellek az egész Földön használhatóak megbízható pontossággal. Lokális modellekhez viszont szükség lehet kiegészítő adatokra, mérésekre. A cikkben két széles körben használt globális modellt vetünk össze egy helyi regressziós modellel. A számított késleltetések a feldolgozásban mint 'a priori' értékek vesznek részt.

2 A modellek

Ebben a cikkben a Saastamoinen-modellt a Niell leképezési függvénnyel használjuk és a továbbiakban röviden Niell-modellnek fogjuk nevezni. Ez a modell az egyik leginkább használt modell:

$$ZTD = 0.002277 \cdot \left[p + \left(\frac{1255}{T} + 0.05 \right) \cdot e \right], \tag{1}$$

ahol ZTD a teljes troposzférikus késleltetés [m], p a felszín közeli légnyomás [mbar], T a felszín közeli hőmérséklet [K], míg e az integrált vízgőznyomás [mbar] (Seeber 1993).

A Hopfield-modell esetében a teljes troposzférikus késleltetés:

$$ZTD = \frac{10^{-6}}{5} \left[77.64 \cdot \frac{p}{T} \left[40136 + 148.72 \cdot (T - 273.16) \right] + \left(-12.96 \cdot \frac{e}{T} + 3.718 \cdot 10^5 \cdot \frac{e}{T^2} \right) \cdot 11000 \right], \tag{2}$$

ahol ZTD a teljes troposzférikus késleltetés [m], p a felszín közeli légnyomás [mbar], T a felszín közeli hőmérséklet [K], míg e az integrált vízgőznyomás[mbar] (Hofmann-Wellenhof et al. 2008).

E két modellen felül egy lokális troposzféra modellt is vizsgálunk. Mivel a modell csak a bizonytalan nedves késleltetést hivatott modellezni, ezért a hidrosztatikus késleltetést a Saastamoinen modellből vesszük át (Rózsa et al. 2007).

$$ZTD = ZHD + ZWD, \tag{3}$$

ahol ZTD a teljes troposzférikus késleltetés [m], ZHD a késleltetés hidrosztatikus része [m], míg ZWD a nedves késleltetés [m].

A troposzféra hidrosztatikus része a Saastamoinen modellből:

$$ZHD = 0.002277 \cdot p, \tag{4}$$

ahol p a felszín közeli légnyomás.

A nedves késleltetés számítható az alábbi összefüggésből:

$$ZWD = IWV \cdot R_v \left(-\frac{R_d}{R_v} k_1 + k_2 + \frac{k_3}{T_m} \right) \cdot 10^{-6}, \tag{5}$$

ahol IWV az integrált vízgőz tartalom, T_m a vízgőz átlagos hőmérséklete, R_d és R_v speciális gázállandók, míg k_1, k_2, és k_3 empirikus állandók. (Thayer 1974; Bevis et al. 1992)

Felszíni meteorológiai adatokból becsülhető az integrált vízgőz tartalom. Ehhez a budapesti állomás két rádiószondát bocsájt fel naponta. Ez az állomás a vizsgált GNSS permanens hálózat közepén helyezkedik el.

A több, mint 10.000 rádiószondás mérésből levezethető egy lineáris regresszió a mért felszín közeli vízgőzsűrűség és az integrált vízgőzsűrűség között (IWV). Így az IWV az alábbi képlettel számítható:

$$IWV = a \cdot \rho_W + b, \tag{6}$$

ahol a és b a regressziós egyenes paraméterei az 1. táblázatból, míg ρ_W a felszín közeli vízgőzsűrűség. Az 1. ábrán láthatóak a mért adatok és az éves regressziós egyenes.

A (6) képlet paramétereit számíthatjuk havi és éves adatokból. A havi esetnél a megfigyelés időpontja szerinti paramétereket kell felhasználni.

Ahhoz, hogy az így kiszámított IWV-t nedves késleltetéssé számíthassuk (ZWD) szükség van a $Q(T_m)$ szorzótényezőre, mely a vízgőz átlagos hőmérsékletének a függvénye (Bevis et al. 1992):

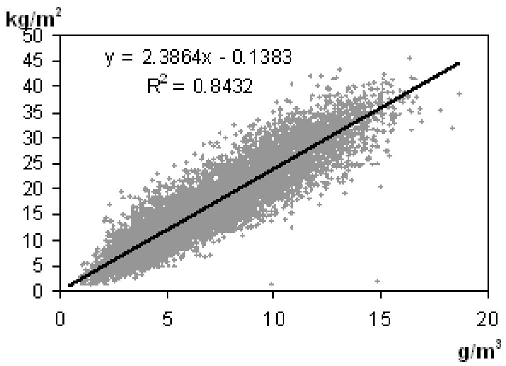
$$Q(T_m) = R_v \left(-\frac{R_d}{R_v} k_1 + k_2 + \frac{k_3}{T_m} \right) \cdot 10^{-6} . \tag{7}$$

A vízgőz átlagos hőmérséklete szintén egy lineáris regresszióval számítható a mért felszín közeli hőmérsékletből:

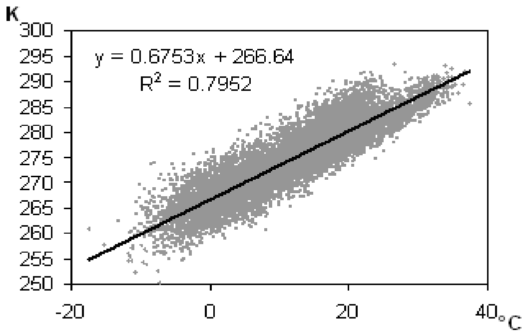
$$T_m = c \cdot T_s + d , \tag{8}$$

ahol T_s a mért felszín közeli hőmérséklet [°C], c és d a regressziós egyenes paraméterei a 2. táblázatból. A 2. ábrán láthatóak a mért adatok és az éves regressziós egyenes. Ezen regressziós paraméterek kialakítása a vízgőz keverési arányával való súlyozással történt. (Rózsa et al. 2007)

A $Q(T_m)$ kiszámításához más összefüggéseket is használhatunk (Emardson és Derks 2000).



1. ábra. Integrált vízgőztartalom [kg/m²] a felszín közeli vízgőzsűrűség függvényében [g/m³] (éves modell)



2. ábra. A vízgőz átlagos hőmérséklete [K] a felszín közeli hőmérséklet függvényében [°C] (éves modell)

1. táblázat. Lineáris regressziós paraméterek és jellemzői a felszín közeli vízgőzsűrűség [g/m³] és az integrált vízgőztartalom között [mm]: a és b regressziós paraméterek, R korrelációs együttható, σ szórás, míg N a vizsgált minták száma (Rózsa et al. 2007)

Hónap	a	b	R^2	σ	N
1	2.50	-0.24	0.53	2.90	849
2	2.43	-0.78	0.65	2.37	787
3	2.45	-0.79	0.73	2.34	862
4	2.28	0.06	0.78	2.26	837
5	2.18	0.86	0.72	2.93	847
6	2.13	2.16	0.64	3.75	828
7	2.24	2.08	0.65	3.79	864
8	2.21	2.50	0.63	3.86	857
9	2.43	-0.72	0.66	3.63	831
10	2.50	-1.13	0.70	3.83	865
11	2.47	-0.38	0.62	3.32	829
12	2.50	-0.05	0.54	3.07	859
Éves	2.39	-0.14	0.84	3.27	10115

2. táblázat. Lineáris regressziós paraméterek és jellemzői a felszín közeli hőmérséklet [°C] és a vízgőz átlagos hőmérséklete között: *c* és *d* regressziós paraméterek, *R* korrelációs együttható, σ szórás, míg *N* a vizsgált minták száma (Rózsa et al. 2007)

Hónap	c	d	R^2	σ	N
1	0.531	267.1	0.37	3.16	849
2	0.610	265.7	0.49	3.39	787
3	0.596	265.4	0.50	3.03	862
4	0.614	265.5	0.58	2.88	837
5	0.510	269.3	0.48	2.86	847
6	0.508	270.6	0.45	2.99	828
7	0.449	272.5	0.41	2.75	864
8	0.426	273.5	0.41	2.75	857
9	0.480	270.5	0.41	2.84	831
10	0.610	268.3	0.54	3.07	865
11	0.651	267.1	0.55	2.92	829
12	0.567	266.8	0.40	3.09	859
Éves	0.675	266.6	0.80	3.21	10115

3 Felhasznált adatok

A vizsgálathoz felhasznált GPS adatokat a hazai aktív permanens hálózatból kaptuk. A nyári időszakban négy, a téli időszakban pedig 6 Budapest körüli állomás adatait használtuk fel (3. ábra). A felszín közeli meteorológiai adatokat (hőmérséklet, páratartalom, légnyomás) az Országos Meteorológiai Szolgálattól (OMSZ) kaptuk.

A feldolgozást a Bernese v5.0 tudományos igényű feldolgozószoftverrel végeztük el, PPP beállításokat használva (Dach et al. 2007). A műhold pályák és órahibák modellezésére az IGS (International GNSS Service) termékeit használtuk fel, azaz precíz pálya és óra fájlokat. Az ionoszféra által okozott késleltetés kiejtésére az L_1 és L_2 frekvencia ionoszféra-mentes lineáris kombinációját (L_3) használtuk fel. A feldolgozás eredményeképpen napi koordináta megoldásokat kaptunk minden állomásra.

Két erősen különböző időszakot választottunk a modellek vizsgálatára. Egy csapadékos periódust 2006. augusztus 19-től 21-ig (benne a más forrásokból is ismert pusztító viharral), és egy meteorológiailag nyugodt, száraz időszakot 2007. február 26-tól 28-ig.

3. ábra. A permanens állomások elhelyezkedése.
2006 nyarán a hálózatból JASZ, MONO, SZFV és TATA állomásokat használtuk fel

4 Eredmények

A napi koordináta megoldásokat a fentebb említett modellek (Niell-, Hopfield-, regressziós modell) segítségével számítottuk. A Niell-modell esetén ’a priori’ troposzféra modellként a Saastamoinen-modellt használtuk mind a nedves, mind a hidrosztatikus rész modellezésére. A számítás során a maradék nedves késleltetés becslése a Niell leképzési függvénnyel történt.

A második esetben a Hopfield-modellt használtuk az ’a priori’ troposzféra késleltetések számítására. A maradék nedves késleltetés becslésére szintén a Hopfield-modellt használtuk.

A harmadik esetben a havi értékeken alapuló regressziós modellel számítottuk az ’a priori’ nedves késleltetést, míg a hidrosztatikus részt a Saastamoinen modell megfelelő részével. A maradék nedves késleltetés becslésére – mivel csak beépített modellt használhattunk – ezért a Niell-féle leképzési függvényt választottuk. A maradék nedves késleltetéseket mindegyik esetben két óránként becsültük.

A feldolgozás után számos összehasonlítást végeztünk. Először megvizsgáltuk a koordináta-eltéréseket a különféle troposzféra modellek függvényében. A Hopfield- és a regressziós modell koordináta megoldásait a legtöbbet használt Niell-modellhez hasonlítottuk. Az eredményeket a 3. táblázat tartalmazza a nyári időszakra, míg a télire a 4. táblázat.

Az eltéréseket északi, keleti és magassági komponensekre bontva vizsgáltuk. A táblázatokból kiolvasható, hogy a regressziós modell jobban teljesít, mint a Hopfield-modell. Ez leginkább a viharos nyári időszakra igaz, ahol jelentősen rosszabb eredményt hoz, különös tekintettel a magassági komponensekre. Meg kell jegyezzük azonban, hogy a Niell- és a regressziós modell feldolgozás kizárólag az ’a priori’ modellben tért el egymástól, a ferdeségi szorzótényező ugyanolyan módon lett számítva mindkét esetben.

A modellek vizsgálatához felhasználtuk a koordináta megoldás maradék ellentmondásait (RMS) is. A 4. és 5. ábrán a nyári illetve a téli 3 nap átlag RMS értékei láthatóak. Ezek az értékek a magassági komponensek RMS értékei minden egyes állomáson, mindhárom modell felhasználásával.

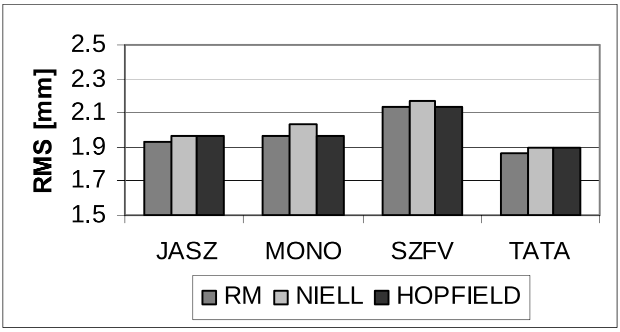
Látható, hogy a regressziós modell felhasználásával ugyanolyan, vagy valamelyest jobb RMS értékeket kaphatunk a koordináta megoldások során. Az egyes modellek közötti különbségek nem túl nagyok, ez betudható a felhasznált meteorológiai adatoknak, amelyek mindhárom esetben részt vettek a számításokban.

3. táblázat. Koordináta-eltérések [mm] a Hopfield–Niell modellek esetén, és a regressziós modell – Niell-modell esetén. Északi, keleti és magassági komponensekre bontva az egyes állomásokon (nyári időszak)

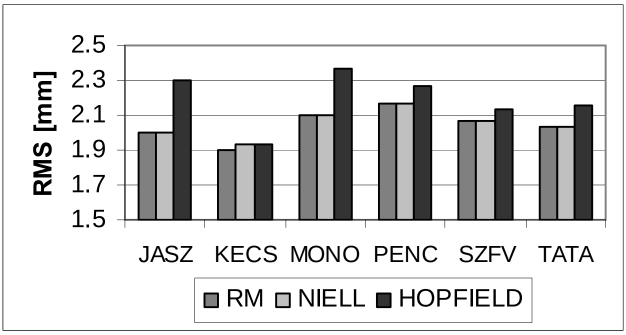
2006.08.	Hopfield			Regressziós modell		
	É	K	M	É	K	M
JASZ	0.4	1.3	27.8	0.5	1.4	8.2
MONO	0.2	0.7	26.4	0.3	0.6	7.3
SZFV	0.3	0.6	25.6	0.5	0.5	5.1
TATA	0.3	1.2	25.2	0.1	1.4	6.0

4. táblázat. Koordináta-eltérések [mm] a Hopfield–Niell modellek esetén, és a regressziós modell – Niell-modell esetén. Északi, keleti és magassági komponensekre bontva az egyes állomásokon (téli időszak)

2007.02.	Hopfield			Regressziós modell		
	É	K	M	É	K	M
JASZ	0.7	0.5	13.7	0.2	0.2	3.3
KECS	0.3	0.3	16.1	0.1	0.1	3.5
MONO	0.5	0.4	13.3	0.2	0.1	2.9
PENC	0.6	0.9	11.1	0.1	0.2	0.8
SZFV	0.9	0.5	11.5	0.1	0.3	3.2
TATA	0.4	5.6	29.3	0.1	0.1	2.7



4. ábra. A magassági koordináták maradó ellentmondásai [mm] az egyes troposzféra modellek esetén állomásonként (nyári időszak)

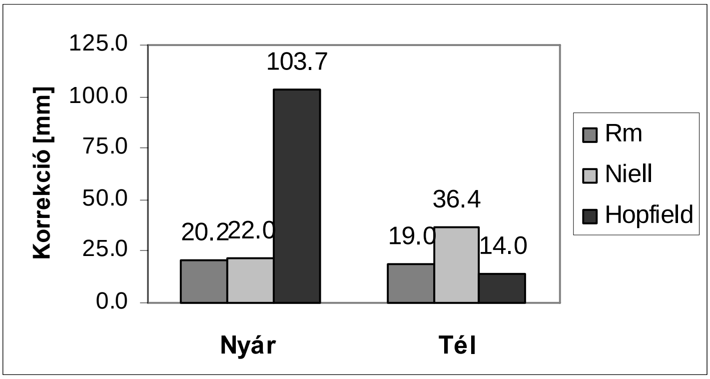


5. ábra. A magassági koordináták maradó ellentmondásai [mm] az egyes troposzféra modellek esetén állomásonként (téli időszak)

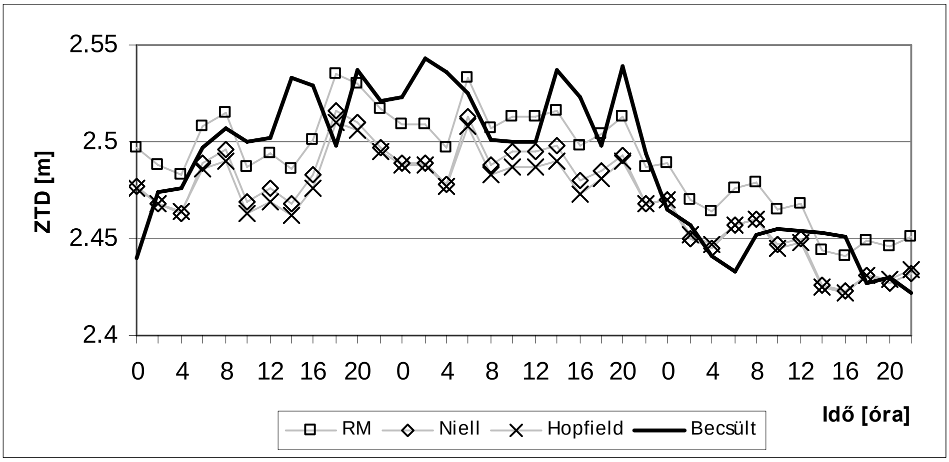
A 6. ábrán az egyes 'a priori' modellek teljes késleltetésének és a feldolgozás során becsült késleltetések átlagos eltérését láthatjuk a két periódus esetén.

A nagy eltérés a nyári időszakban a Hopfield-modell esetén az erős időjárási frontnak tulajdonítható, mivel ez a kiugró eltérés nem érzékelhető a téli időszakban. Ugyanakkor érdemes azt is megfigyelni, hogy a regressziós modell a nyári időszakban kismértékben, míg a téli időszakban jelentősen jobb 'a priori' értékeket adott, mint a Niell-modell.

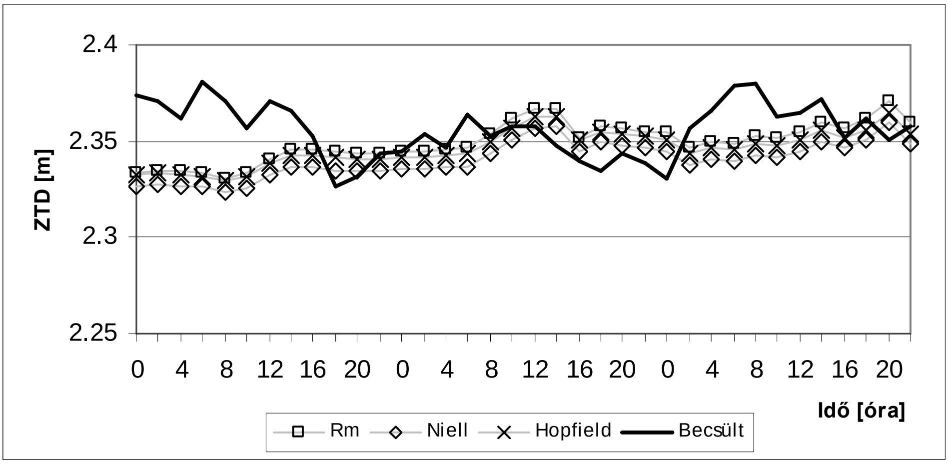
A feldolgozás során kapott teljes troposzférikus késleltetések (ZTD) és az egyes 'a priori' modellek értékei láthatóak a 7. és 8. ábrán JASZ állomáson. Az ábrából látható, hogy a regressziós modell értékei jobban megközelítik a valós késleltetéseket, mint a másik két modell értékei.



6. ábra. Átlagos eltérések az 'a priori' és a feldolgozás során becsült troposzférikus késleltetések között



7. ábra. A priori ZTD értékek és a feldolgozáskor kapott ZTD értékek JASZ állomáson. 2006. augusztus 19 – 21



8. ábra. A priori ZTD értékek és a feldolgozáskor kapott ZTD értékek JASZ állomáson. 2007. február 26 – 28

5 Összefoglalás

Az eredmények szerint a regressziós modell eredményesen használható a zenit irányú nedves késleltetés modellezésére. A regressziós modell felhasználásával hasonló koordinátákat kapunk, mint a Niell-modell esetén, míg ez nem mondható el a Hopfield-modellről a nyári időszakban. Télen a regressziós modell felhasználásával jobb RMS értékeket kapunk, mint a Niell-modell esetén, míg nyáron ugyan csökken az eltérés, de így is kissé jobb értékeket kapunk.

A koordináta-eltérések kisebbek a regressziós és a Niell modellek között, mint a Hopfield- és a Niell-modellek esetén, ami betudható az azonos leképezési függvény használatának is.

Az ’a priori’ nedves késleltetések javításai kisebbek a regressziós modell esetén, mint a többi modellnél, ami azt jelenti, hogy az előzetes értékek közelebb állnak a valós értékekhez. Az elérhető pontosság így növelhető, ha a lokális regressziós modellt használjuk, akár valós idejű, akár kinematikus PPP alkalmazásoknál is (Tuchband 2011). Az eredményeket egybevetve látható, hogy a troposzférikus késleltetés javításai kisebbek a téli időszakban. Ez magyarázható a téli, stabilabb légkörrel és annak esetlegesen kisebb víztartalmával.

Köszönetnyilvánítás. Ezt a kutatást a Földmérési és Távérzékelési Intézet (FÖMI) valamint az Országos Meteorológiai Szövetség (OMSZ) támogatta.

Hivatkozások

Beutler G, Bauersima I, Gurtner W, Rothacher M, Schildknecht T, Geiger A (1989): Atmospheric refraction and other important biases in GPS carrier phase observations. In monograph 12, "Atmospheric Effects on Geodetic Space Measurements", F.K.Brunner (ed.), School of Geomatic Engineering, The University of New South Wales, 15–44.

Bevis M, Businger S, Herring T A, Rocken C, Anthes A, Ware R (1992): GPS meteorology: Remote sensing of atmospheric water vapor using the global positioning system. J. Geophys. Res., 97, 15 787–15 801.

Brunner F K, Welsch W M (1993): Effect of the troposphere on GPS measurements. GPS World, 4(1), 42–51.

Dach R, Hugentobler U, Fridez P, Meindl M (2007): Bernese GPS Software, Version 5.0, Astronomical Institute, University of Bern, 231–232.

Emardson T R, Derks H J P (2000): On the relation between the wet delay and the integrated precipitable water vapour in the European atmosphere. Meteor. Appl., 7, 61–68.

Hofmann-Wellenhof B, Lichtenegger H, Wasle E (2008): Global Navigation Satellite System. Springer-Verlag Wien, 132.

Rózsa Sz, Dombai F, Németh P, Ablonczy D (2009): Integrált vízgőztartalom becslése GPS adatok alapján. Geomatikai Közlemények, XII, 187–196.

Seeber G (1993): Satellite Geodesy: Foundations, Methods & Applications. Walter de Gruyter, Berlin New York, 531.

Thayer G D (1974): An improved equation for the radio refractive index of air. Radio Sci., 9, 803–807.

Tuchband T (2011): GPS Precise Point Positioning with kinematic data. Pollack Periodica Vol. 6. (közlésre benyújtva).

A VALÓS IDEJŰ, TÉRINFORMATIKAI CÉLÚ MŰHOLDAS HELYMEGHATÁROZÁS PONTOSSÁGÁNAK JELLEMZÉSE A BARLANGKATASZTER SZEMPONTJÁBÓL

*Tarsoly Péter**

Characterization of accuracy of real-time DGPS-measurements in terms of the cave cadastre – *The cave cadastre in Hungary is using nowadays only post-processing methods (GIS receivers, code measurement, environment-dependent elevation cut off angle) to determine the position of entrances. In my research I aimed to investigate the accuracy of real-time, GIS purpose satellite positioning applying CMAS standard and furthermore, to formulate those requirements which allow the wide application of the real-time technology together with post-processing in the area of the cave cadastre.*

Keywords: accuracy, DGPS, EGNOS, cave cadastre

A magyarországi barlangkataszter jelenleg utófeldolgozásos technológiát (térinformatikai vevők, kódmérés, terepi helyszín függvényében választott kitakarás) alkalmaz a bejáratok helyének meghatározására. Kutatásomban célul tűztem ki a valósidejű, térinformatikai célú műholdas helymeghatározás pontosságának vizsgálatát a CMAS-módszer alapján, valamint azon alkalmazhatósági feltételek meghatározását, amelyek lehetővé teszik, hogy a valós idejű technológia az utófeldolgozás mellett a barlangkataszter szélesebb körben használt módszere lehessen.

Kulcsszavak: pontosság, DGPS, EGNOS, barlangkataszter

1 Bevezetés

A GNSS technológiák mára széles körben elterjedtek, pontosságuk a dekaméterestől a milliméteresig terjed. A felhasználók általában reális pontossági mérőszámot is elvárnak a helymeghatározó adatok mellé, ez azonban összetett feladat. Beletartozik a GNSS-mérésre való alkalmasság vizsgálata (a természetes és épített környezet kitakarása, multipath hatás, interferencia), a felhasznált alaprendszerek (GPS, Glonass) és kiegészítő rendszerek (passzív- és aktív hálózatok), az alkalmazott mérési és feldolgozási technológiák, beállítások hatásának ismerete. A rendszer-elemek változása miatt ezeknek a GNSS-mérés minőségére gyakorolt hatását indokolt minél jobban ismerni. Jelenleg a barlangkataszterben utófeldolgozásos technológiát alkalmaznak a Földmérési és Távérzékelési Intézet GNSS Szolgáltató Központja által üzemeltetett referenciaállomásokhoz, valamint a Geotrade Kft. által üzemeltetett permanens állomásokhoz képest. Kutatásomban a GPS- és EGNOS-rendszerekre alapuló, valósidejű térinformatikai célú műholdas helymeghatározás alkalmazási lehetőségeit és pontosságát vizsgálom meg a barlangkataszter, mint lehetséges felhasználási terület szempontjából. A GPS- és EGNOS-rendszerek együttes használatának előnyei, hogy mind a két rendszer ingyenesen áll a felhasználók rendelkezésére. Az abszolút GPS-mérésekhez képest az EGNOS-korrekciók vételével a pontosság javulása érhető el.

2 A vizsgálati mérések folyamatának bemutatása

A vizsgálati mérések végrehajtására a Nyugat-magyarországi Egyetem Geoinformatikai Kar épületének tetején elhelyezett középső betonpilléren került sor, ideális mérési környezetben. A méréseket bő egy év időtávlatában végeztem (2009.08.11. és 2010.09.03 között.) egy TDS Recon kéziszámítógépre szerelt Hemisphere Crescent vevő (csak GPS és EGNOS holdak jelének vétele) segítségével különböző évszakokban, napszakokban és időjárási körülmények között, hogy a troposzféra, ionoszféra és műholdkonstelláció hatását változó körülmények között tudjam vizsgálni. A kísérletek során vizsgáltam a különböző beállítási lehetőségeket, úgy mint a hagyományos navigá-

*NyME GEO, 8000 Székesfehérvár, Pirosalma u.1-3.
E-mail: tp@geo.info.hu

ciós üzemmódot (abszolút GPS-mérés), EGNOS korrekciók vételét, a mérések ismétlésszámát (1-10-100-500-1000-szeres mérési ismétlésszám, az átlagolást a műszer végezte) és a különböző észszerűségi keretek között mozgó kitakarási szögeket (5-10-15-20 fok). Egy mérésnek egyetlen epochányi, azaz körülbelül 1 másodpercnyi mérést neveztem. A vizsgált időszakban 747 darab koordináta hármast határoztam meg WGS84 (X, Y, Z) rendszerben. Az EGNOS-korrekciók vétele mellett lényegében az ITRF2000 rendszerben kapunk koordinátákat, azonban a WGS84 és ITRF2000 között meglévő mintegy 5 centiméteres eltéréstől a barlangkataszter gyakorlati felhasználási szempontjai miatt eltekintettem. A barlangbejáratok 3D objektumok, azonban a földfelszínen lévő bejárat ábrázolásához elegendők a vízszintes koordináták is. A vízszintes- és magassági koordináták között meglévő pontosságkülönbség indokolttá teszi, hogy a vizsgálatokat ne WGS84 csak térbeli derékszögű koordinátákkal (3D), hanem síkvetületi és magassági (2D+1D) adatokkal is elvégezzem.

Az összehasonlítás alapját képező referencia-koordinátát egy Leica 500-as típusú geodéziai célú vevővel, statikus méréssel határoztam meg az ETRS89 rendszerben. A statikus mérés természetesen szigorú értelemben nem tekinthető hibátlannak – hiszen a fázismérésnek ugyanúgy megvannak a hibái, mint a kódmérésnek – azonban a vizsgálatom szempontjából a centiméteres pontossággal jellemezhető geodéziai célú helymeghatározás hibátlannak tekinthető a méteres pontossággal jellemezhető DGPS-technikához képest. A mérési jegyzőkönyvben (saját Excel táblában, a kutatás céljára kialakított jegyzőkönyvben) a koordináták mellett számos más, a mérési körülményeket jellemző paramétert is tároltam, amelyek segítségével lehetőség nyílt a mérések megbízhatóságát befolyásoló tényezők jobb megértésére. A mérési jegyzőkönyv elemei vázlatosan a következők voltak:

1. A mérés sorszáma, helyszíne és időpontja, a pillér WGS84 koordinátái a referenciamérésből.
2. Az aktuális beállítások értékei, valamint a vevő által meghatározott koordináták, azok különbségei a referencia-koordinátához képest, továbbá a 3D lineáris eltérések a referencia-értékhez képest.
3. A vevő által kijelzett PDOP-érték, 3D középhiba, jel/zajviszony-átlaga, észlelt műholdak száma.

3 A DGPS-technika pontosságának meghatározása a CMAS-módszerrel

A pontosság jellemzésére használt egyetlen mérőszám azt az érzetet keltheti, mintha a pontosság egy egyszerűen, könnyen és egzaktul meghatározható mérőszám lenne. A valóságban azonban túl sok tényező befolyásolja ezt az értéket; és ezen tényezőknek nem ismerjük minden esetben a hatásmechanizmusát. Sokkal megfoghatóbb, egyben árnyaltabb megoldást ad, ha a pontosságot egy intervallumon belül becsüljük, és minden intervallumhoz valamilyen valószínűségi szintet rendelünk hozzá. A valószínűség fogalmának bevezetése magában hordozza a bizonytalanságot is, amelyet ugyan ki lehet fejezni matematikai módon, azonban mégis közvetíti a felhasználó számára azt az értékes információt, hogy a kapott mérőszámnak megvannak a korlátai.

A CMAS-módszert (Circular Map Accuracy Standard) eredetileg a topográfiai- és földrajzi térképek adatai helyzeti pontosságának az ellenőrzésére alakították ki (Maling 1989), azonban megfelelő újragondolás után alapelemei használhatók a műholdas helymeghatározás pontosságának a becslésében is (Tarsoly 2009). A módszer által használt paramétereknek nem ismert magyar nyelvű fordítása, ezért a továbbiakban az angol megfelelő betűszavaival fogok hivatkozni rájuk.

Tekintsük a helymeghatározás azon esetét, amikor a célunk az x, y síkkoordináták meghatározása. A CMAS-módszer alkalmazásának előfeltétele, hogy ismerjük az egyes koordináta-összetevők középhibáit (μ_x, μ_y). Ha feltételezzük, hogy méréseinket csak véletlen jellegű hibák terhelik, akkor lényegében a két középhiba egy ellipszis alakú függvényt fog meghatározni. Képzeljük el a terepen a hibátlannak tekintett ponthelyet, a helyi vízszintes síkjában pedig olyan koncentrikus ellipsziseket, melyek kis- és nagytengelyeinek méretei eltérő valószínűségi szinteken jellemzik a pontosságot. A valószínűség, hogy a mért ponthely valamely ellipszisen belülre fog esni, arányos az ellipszis kis- és nagytengelyeinek méretével. Ha a két koordináta középhibája egyenlő, vagy egyenlőnek tekinthető, akkor az ellipszisek körré válnak, amelyet sokkal egyszerűbb kezelni matematikailag. Ebben az esetben a hibátlannak tekintett ponthely körül a helyi vízszintes síkjában különböző valószínűségi szinthez tartozó, különböző sugarú koncentrikus körökkel fogjuk tudni jellemezni a pontosságot. A valóságban a koordinátahibák középhibája nem azonos (Tarsoly 2003) és a GPS-mérésekre jelentősen hatnak szabályos hibák is. Ezektől azonban jelen vizsgálat keretei között eltekintünk.

Egy vektor meghatározása esetén legyenek az *x, y* koordináták középhibái μ_X, μ_Y, továbbá tételezzük fel, hogy a két mennyiség legyen egyenlő egymással ($\mu_X=\mu_Y$).

A vektor középhibája (ponthiba), és a CMAS-módszer alapparamétere (σ_c), azaz a közepes ponthiba ekkor:

$$\mu_V = \sqrt{(\mu_X^2 + \mu_Y^2)}$$
$$\sigma_c = \frac{\mu_V}{\sqrt{2}} \tag{1}$$

A σ_c paraméter ismeretében számíthatók a CMAS-módszer paraméterei (1. táblázat), azaz lényegében a koncentrikus körök sugarai. A számított paramétereket egy valószínűségi diagramon lehet ábrázolni (1. ábra).

4 A DGPS-technika pontosságának vizsgálata EOV-ban a CMAS-módszerrel

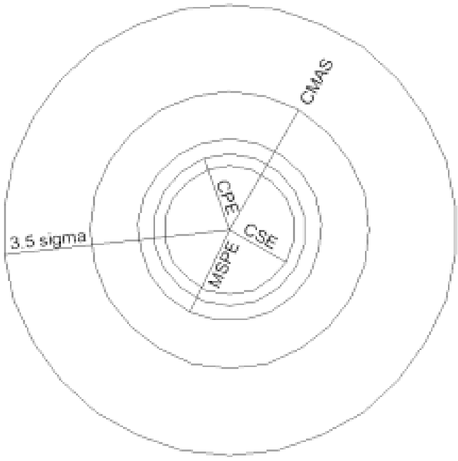
A gyakorlati felhasználás számára a WGS84 térbeli derékszögű koordináták vizsgálata kevésbé szemléletes. Érthetőbb információt szolgáltat a síkkoordináták vizsgálata, ezt legkönnyebben az EOV-re történő transzformációval oldhatjuk meg. Az EOV-ban történő vizsgálathoz azonban több tényezőt is figyelembe kell venni.

Első lépésben az *EUREF Permanent Network* honlapján található transzformációs programmal átszámítottam a koordinátákat ETRS89 rendszerbe. Az így kapott koordinátákat, továbbá a referenciapont koordinátáit az EHT[2] program segítségével transzformáltam tovább. Az így kapott transzformált koordináták lényegében 2D+1D értékekként értelmezhetők, tehát a síkkoordináták (*y, x*) és a magasság külön elemezhetők. Ennek megfelelően a CMAS-paraméterek vizsgálatát is szét kell bontani 2D-re és 1D-re. Két dimenzióban a hibátlannak tekintett ponthely körül a pontosságot hibakörök fogják szemléltetni, amennyiben az *y* és *x* irányú koordináta-összetevők középhibáit azonosnak tekintjük. A valóságban az előfeldolgozások eredményeiből látható, hogy az *y, x* koordináták középhibái mintegy 1.5 méteres intervallumon belüli szórást mutatnak. A barlangkataszter szempontjából ez a középhiba eltérés nem tekinthető mértékadónak, így lehetővé válik, hogy a pontosságot a nehezen kezelhető ellipszissel szemben egy körön belül értelmezzük. Egy dimenzióban a pontosságot az álláspont függőlegesére illesztett hibaszakasz fogja jelképezni. A magassági érték különálló vizsgálatát az is indokolja, hogy a GPS-méréseken alapuló magasságmeghatározás megbízhatatlanabb, mint a síkban értelmezett koordinátáké (Borza et al. 2005). A későbbi következtetések szempontjából tehát szükséges ismerni, hogy az egyes összetevő-tényezők hogyan befolyásolják a kapott végeredményeket.

Az EOV-koordinátákra végzett feldolgozások eredményét abszolút GPS-mérés, továbbá EGNOS1-10x beállítási mód esetén a különböző kitakarási szögek értékek mellett a 2. táblázat tartalmazza (EGNOS10x a továbbiakban EGNOS-korrekciókkal segített, 10-szeres ismétléssel meghatározott pozíciókat jelent). A gyakorlati életben a 90%-os valószínűségi szint vizsgálatának van jelentősége, hiszen ez mutatja azt a reális valószínűséget, amely mellett még érdemes dolgozni terepen, így a táblázat ezen értékeinek az összehasonlítását végeztem el részletesebben (Tarsoly 2003).

1. táblázat. A CMAS-módszer paraméterei

Név	Rövidítés	Valószínűség (%)	Származtatás
Circular standard error	σ_c	0.39	1.0 σ_c
Circular probable error	CPE or CEP	0.50	1.1774 σ_c
Circular mean square positional error	MSPE	0.63	1.4142 σ_c
Circular map accuracy standard	CMAS	0.90	2.1460 σ_c
Three-five sigma error	3.5 σ	0.99	3.5 σ_c



1. ábra CMAS-paraméterek ábrázolása (CPD-diagram)

2. táblázat. A CMAS-módszer alkalmazása EGNOS0 (abszolút GPS-mérés), EGNOS1x és EGNOS 10x mérések esetén (P(%)=valószínűség) az EOV rendszerben

		Értékek (m)								
		5°		10°		15°		20°		
	P(%)	2D	1D	2D	1D	2D	1D	2D	1D	
CSE	39	2.1	2.7	1.9	2.8	1.8	3.2	2.4	4.3	EGNOS (0)
CPE	50	2.5	3.2	2.2	3.2	2.1	3.8	2.9	5.0	
MSPE	63	3.0	3.8	2.7	3.9	2.5	4.6	3.4	6.0	
CMAS	90	4.1	5.8	4.0	5.9	3.8	7.0	5.2	9.1	
3.5σ	99	7.4	9.4	6.6	9.6	6.2	11.3	8.5	14.9	
		Értékek (m)								
		5°		10°		15°		20°		
	P(%)	2D	1D	2D	1D	2D	1D	2D	1D	
CSE	39	1.2	2.2	1.3	2.4	1.4	3.5	1.7	4.2	EGNOS 1x
CPE	50	1.4	2.6	1.5	2.8	1.6	4.1	2.0	4.9	
MSPE	63	1.7	3.1	1.8	3.4	1.9	4.9	2.4	5.9	
CMAS	90	2.6	4.7	2.8	5.1	2.9	7.5	3.7	9.0	
3.5σ	99	4.3	7.7	4.5	8.3	4.8	12.2	6.0	14.6	
		Értékek (m)								
		5°		10°		15°		20°		
	P(%)	2D	1D	2D	1D	2D	1D	2D	1D	
CSE	39	1.2	2.0	1.2	2.2	1.3	3.4	1.9	4.4	EGNOS 10x
CPE	50	1.4	2.4	1.5	2.6	1.6	4.0	2.2	5.2	
MSPE	63	1.7	2.9	1.8	3.1	1.9	4.8	2.7	6.2	
CMAS	90	2.5	4.4	2.7	4.7	2.8	7.2	4.0	9.4	
3.5σ	99	4.1	7.1	4.3	7.7	4.6	11.8	6.6	15.4	
		Mérési időtartam (1s=kb.1 epocha)								
1s	10s									

Abszolút GPS-mérés (a táblázatban EGNOS(0)) esetén a vízszintes (a táblázatban 2D) pontosság 5-10-15 fokos kitakarási szögek esetén kis mértékű, de határozott javulást mutat, míg a 20 fokos kitakarási szög esetén a korábbiakhoz képest egyértelműen romlik. A magasság (a táblázatban 1D) meghatározások pontossága az 5 fokos kitakarás mellett a legjobb, és folyamatosan romlik a kitakarási szög növekedésével. Az egyes beállítási módok pontosságának általános jellemzéséhez kiszámítottam a különböző kitakarási értékekhez kapott pontossági mérőszámok számtani átlagát. Az átlagolt értéket tekintve abszolút-GPS mérés esetén a vízszintes meghatározás pontossága 90%-os valószínűségi szinten várhatóan ±4.5 méter, a magassági meghatározásé pedig ±7.0 méter.

EGNOS1x beállítás esetén a vízszintes meghatározás pontossága a kitakarási szög növelésével egyértelmű romlást mutat. A magasságok esetén ugyanez a tendencia figyelhető meg. Nem szabad azonban azt a következtetést levonni ebből, hogy az 5 fokos kitakarás adja a legpontosabb megoldást, hiszen a vizsgálati méréseket ideális, kitakarás-mentes környezetben végeztem; ezzel szemben a barlangmérések terepi körülményei egészen mások. A megfelelő kitakarási szög megválasztása fontos feladat, csak az álláspont körüli kitakarás mérlegelésével lehetséges (a kitakarási szög becslése terepen a legegyszerűbben egy tájoló és lejtmérő segítségével elvégezhető), és mindenkor a mérést végző személy felelőssége. EGNOS1x mérés esetén a vízszintes meghatározás pontossága 90%-os valószínűségi szinten várhatóan ±3.0 méter, a magasság meghatározásé pedig ±6.5 méter.

EGNOS10x beállítás esetén pontosság azonos tendenciát mutat az EGNOS1x beállításnál kapott értékekkel, tehát romlik a kitakarási szögek növekedésével. EGNOS10x mérés esetén a vízszintes meghatározás pontossága 90%-os valószínűségi szinten várhatóan ±3.0 méter, a magasság meghatározásé pedig ±6.5 méter, tehát nem mutat javulást az EGNOS1x beállításhoz képest. Én a táblázatból azt a következtetést vonnám le, hogy 20 fokos kitakarási szögnél minden esetben lényegesen csökkent a pontosság, ugyanakkor az 5-10-15 fokos értékeknél elhanyagolható a pontosság különbség. A szakirodalom alapján sem indokolt a 20 fokos kitakarási szög.

A Keszthelyi-hegység, a Bakony és a Balatonfelvidék barlangkatasztere során korábban végzett mérések és vizsgálatok (Tarsoly 2003) során kiderült, hogy a barlangkataszterben végzett mérések szempontjából a 10 fokos magassági kitakarási szög választása jelenti az optimális megoldást, így az EGNOS100-500-1000x mérési beállítások esetén már csak ezt a kitakarási szög értéket vizsgáltam. Az eredményeket a 3. táblázat tartalmazza.

EGNOS100x mérés esetén a vízszintes meghatározás pontossága 90%-os valószínűségi szinten várhatóan ± 2.4 méter, a magassági meghatározásé pedig ± 4.9 méter, tehát lényeges javulást az EGNOS10x beállításhoz képest csak a magasságok meghatározása mutat. A pontosság javulása mindösszesen 20 % az EGNOS10x méréshez képest a síkkoordináták esetében, és 26% a magasságok esetében. A mérési időtartamot vizsgálva azonban az EGNOS100x mérés esetében mintegy 200 epochával több került mérésre (200 epocha ~ 200s) mint az EGNOS10x esetében, ami nagyobb mértékű pontosság javulást tenne indokolttá, ezért ennek a beállítási módnak további behatóbb vizsgálata szükséges. EGNOS500x mérés esetén a vízszintes meghatározás pontossága 90%-os valószínűségi szinten várhatóan ± 0.9 méter, a magassági meghatározásé pedig ± 1.5 méter, tehát a pontosság javulása a síkkoordináták esetében 62%-os, míg a magassági érték esetében pedig 69%. EGNOS1000x mérés esetén a vízszintes meghatározás pontossága 90%-os valószínűségi szinten várhatóan ± 0.8 méter, a magassági meghatározásé pedig ± 1.4 méter. A pontosság javulása az EGNOS500x beállításhoz képest mindösszesen 10%-os a vízszintes pontossági értékek esetében és 12%-os a magasságok esetében. Mindezen értékek megerősítik azt, hogy az EGNOS-korrekciók alkalmazása esetén a meghatározott koordináták pontossága egyértelműen javulást mutat az ismétlésszám függvényében, és az ismétlésszám ésszerűségi határa valahol 100-500 között húzódik, azonban ennek megállapítására további vizsgálatok elvégzése szükséges. Az adatok elemzéséből az is kitűnik, hogy a magassági meghatározás pontossága lényegesen rosszabb a síkkoordinátákénál. Az összesített értékek vizsgálatából megállapítható, hogy a magassági értékek pontosságánál a síkkoordinátákhoz képest mintegy 1.5-2.0 szorzótényezővel lehet számolni.

3. táblázat. A CMAS-módszer alkalmazása EGNOS100x, EGNOS500x és EGNOS 1000x mérések esetén

	Értékek (m)			
	10°			
	Valószínűség (%)	2D	1D	
CSE	39	1.1	2.3	EGNOS 100x
CPE	50	1.3	2.7	
MSPE	63	1.6	3.2	
CMAS	90	2.4	4.9	
3.5σ	99	4.0	7.9	
	Értékek (m)			
	10°			
	Valószínűség (%)	2D	1D	EGNOS 500x
CSE	39	0.4	0.7	
CPE	50	0.5	0.8	
MSPE	63	0.6	1.0	
CMAS	90	0.9	1.5	
3.5σ	99	1.4	2.5	
	Értékek (m)			
	10°			
	Valószínűség (%)	2D	1D	EGNOS 1000x
CSE	39	0.4	0.6	
CPE	50	0.4	0.7	
MSPE	63	0.5	0.9	
CMAS	90	0.8	1.4	
3.5σ	99	1.3	2.2	
	Mérési időtartam (1s = kb. 1 epocha)			
3.5 perc	10-15 perc			30 perc

5 A valós idejű helymeghatározás a barlangkataszterben

A CMAS-módszer alkalmazásával levezetett pontossági mérőszámok ismeretében látható, hogy az EGNOS-korrekciókkal segített helymeghatározás alkalmas lehet megfelelő feltételek teljesülése mellett a barlangkataszter céljaira. Gyakorlati megfontolásokból a 10 fokos magassági kitakarási szöget és 500-szoros ismétlésszámot érdemes alkalmazni, mert a barlangkataszter által megkövetelt ±1.0-1.5 méteres pontosságot ez a típusú meghatározás várhatóan biztosítja.

A jelenlegi kataszter utófeldolgozásos technológiát használ, melynek lényege, hogy a terepen csak nyers mérési adatokat rögzítenek, és azokat a mérés befejezése után, irodában, valamely referenciaállomás vagy permanens állomás mért adatainak a felhasználásával kiértékelik. Ügyelve arra, hogy a permanens állomás és a vektor végpontja közötti távolság a megfelelő korláton belül maradjon (50-60 km), még kódmérés felhasználásával is elérhető a megkövetelt ±1.0-1.5 méteres pontosság. A megoldás azonban három kérdést is felvet: szükség van-e arra, hogy a barlangok bejáratait deciméter pontossággal ismerjük, és milyen romlást eredményez a számított koordináták pontosságában a vektorhossz kritikus távolság fölé növelése? Figyelembe véve az időráfordítást, megbízhatóságot, gazdaságosságot és műszerigényt, az utófeldolgozásos vagy a valósidejű technológia felel meg jobban a barlangkataszter céljainak?

A bejáratok koordinátáit nem szükséges ismerni deciméteres pontossággal, sok esetben nem is lehetséges a bejárat azonosítása, csak méter élesen. A koordinátát tehát elegendő ismernünk méteres pontossággal; ez a meghatározási pontosság elegendő a bejárat újbóli terepi megtalálásához. Ezt a pontosságot biztosítja az utófeldolgozás még 50-60 kilométert meghaladó vektorhossz esetén is, azonban műszer és számítás igénye, a ráfordított idő és a gazdaságosság tekintetében kedvezőtlenebb, mint a valósidejű meghatározás. Az optimális megoldás azonban az utófeldolgozásos és valósidejű technológiák együttes alkalmazásában rejlik, mert jelenleg nem minden pont koordinátáját lehet valósidejű technológia felhasználásával meghatározni. Az EGNOS-korrekciókkal segített helymeghatározás egyik legmeghatározóbb korlátozó tényezője például, hogy alapfeltétele – a déli irányban, kis magassági szög alatt látszódó EGNOS-holdak jelének vétele – terepen nem mindenhol biztosítható.

6 DGPS-technika a Velencei-hegység barlangkataszterében

A Velencei-hegység hazánk legkisebb és egyben egyik legöregebb középhegysége. Alapkőzete gránit, amely csak kis mértékben hajlamos az üregesedésre. A hegységben jelenleg 27 barlang ismert. A 2010-2011-es évben a hegységben kilenc új barlangot fedeztem fel, és az új barlangok bejáratának meghatározása mellett elvégeztem egyben a hegységből már korábbról ismert bejáratok újbóli bemérését is. A Velencei-hegység barlangjai nem-karsztos kőzetbe mélyednek és jellemzően kis kiterjedésűek, így nyilvántartásukat elsődlegesen a Vulkánszpeleológiai Kollektíva (VK) vezeti (csak síkbeli koordináták). A VK honlapján (http://geogr.elte.hu/nonkarstic, 2010.05.05.) megadott koordináták esetében sajnos semmilyen metaadat nincsen feltüntetve a koordináták származásáról, pedig a felhasználhatóság szempontjából hasznos információt közvetítene, ha meg lenne adva, hogy ki, mikor, milyen műszerrel és módszerrel, milyen pontossággal határozta meg a koordinátákat.

A hegység keleti peremén és középső részén lévő barlangok esetében a VK és az általam mért értékek 3-5 méteren belüli egyezést mutatnak. Ez az eltérés származhat akár a bejáratok nehéz beazonosíthatóságából is. A korábbi tesztmérések során bebizonyosodott, hogy a vevő által kijelzett középhibák (HRMS, VRMS) jól fedik a valóságos értékeket, így ezen értékeket figyelembe véve elmondható, hogy a részben fedett terep ellenére a koordinátákat ±1.5 méteres síkbeli, és ±3.0 méteres magassági pontossággal sikerült meghatároznom. A hegység nyugati részén lévő barlangok nyílt terepen helyezkednek el, tehát EGNOS-korrekciókkal történő bemérésüket semmi nem korlátozta. Meglepő módon a VK nyilvántartásában szereplő értékektől több száz méterre eltérő koordinátákat határoztam meg (4. táblázat). A vevő által kijelzett pontossági mérőszámokat figyelembe véve a síkbeli pontosság ezen barlangoknál átlagosan ±0.9 méter volt, a magassági pontosság pedig ±1.5 méter. Később topográfiai térképre feltéve az adatokat egyértelműen bebizonyosodott, hogy a VK nyilvántartásában lévő koordináták hibásak voltak. Az Országos Barlangnyilvántartásban (http://www.termeszetvedelem.hu/index.php?pg=caves, 2010.05.05.) a Velencei-hegység barlangjai közül mindösszesen 3 darab szerepel (Pirofillit-bánya barlangja, Hasadék-barlang, Zsivány-barlang), melyeknek koordinátáit utófeldolgozással, kódméréssel határozták meg. Összevetve a három meghatározás eredményeit (OBNY, VK, saját) a következő megállapításokat lehet tenni:

- a hegység középső és keleti részén lévő barlangok 3-5 méteren belüli koordináta-egyezést mutatnak (a meglévő eltérésnek oka lehet a bejáratok különböző beazonosítása is)
- a nyugati részen lévő barlangok esetében a saját és az OBNY által nyilvántartott koordináták továbbra is jó egyezést mutatnak (2-3 méter), azonban mind az OBNY, mind a saját étékeim jelentősen eltérnek a VK által nyilvántartott koordinátáktól.

4. táblázat. Síkbeli eltérések a bejáratok koordinátáiban a Velencei-hegység nyugati részén a VK nyilvántartása és a saját méréseim között

Név	Y_VK	X_VK	Y_DGPS	X_DGPS	ΔY (m)	ΔX (m)	E (m)
Iker-kő barlangja	611477	210282	611307	210248	170	34	173
Oroszlán-kő barlangja	611615	210377	611435	210295	180	82	198
Gömb-kő barlangja	611586	210456	611406	210484	180	-28	182
Kis-barlang	611837	210758	611614	210573	223	185	290
Zsivány-barlang	611846	210759	611621	210583	225	176	286
Teraszos-barlang	611855	210761	611622	210580	233	181	295
Osztott-barlang	611862	210758	611630	210579	232	179	293
Háromszájú-barlang	611871	210761	611630	210577	241	184	303

Az EGNOS-korrekciókkal segített helymeghatározás barlangkataszterbeli létjogosultságának a megállapításához további tesztmérésekre és esettanulmányokra van szükség, azonban az eddig elvégzett vizsgálatokból is látható, hogy a valós idejű meghatározásnak egyre hangsúlyosabb szerep fog jutni a felmérési munkák bármely területén.

7 Összefoglalás

Kutatásomban megvizsgáltam az EGNOS-korrekciókkal segített helymeghatározás alkalmazásának lehetőségét a barlangkataszterben, továbbá megvizsgáltam a pontosságát a CMAS-módszer segítségével. Eredményeimet táblázatokban foglaltam össze, amelyek arra hivatottak, hogy segítsék a barlangkutatókat a terepi munkavégzésben. További terveim között szerepel a pontosság vizsgálata más matematikai módszerek segítségével, továbbá a valósidejű terepi DGPS-alkalmazások barlangkataszteri felhasználásához szükséges további egységes elvek megfogalmazása.

Hivatkozások

Borza T, Gerő A, Mohoz Z, Szentpéteri L (2005): GPS mindenkinek. Sztrato Kft, Budapest, 256.

Maling, DH (1989): Measurements from maps. Pergamon Press, Oxford University, 577.

Tarsoly P (2003): GPS alkalmazása barlangbejáratok helyének meghatározására. OTDK Konferencia, Debrecen, 54.

Tarsoly P (2009): Digital topographical maps-positional accuracy (How CMAS-method works in the practise). 7th FIG Regional Conference, Hanoi, Vietnam, http://www.fig.net/pub/vietnam/papers/ts07d/ts07d_tarsoly_3639.pdf

VALÓSZÍNŰSÉGI ELOSZLÁSOK FÖLDI LÉZERSZKENNERES PRIZMAMÉRÉSEKNÉL

Barsi Árpád, Berényi Attila*, Lovas Tamás**

Probability distribution of laser scanner measurements with retro-reflectors – *Airborne and terrestrial laser scanning is an emerging technology in surveying natural and man-made objects of the Earth surface. As always in case of a new method, it is recommended to investigate the probability distribution of the measured values, since they significantly affect the obtained parameters. In most cases, according to the derived parameters, Gauss-distribution is assumed for the directly measured values. In this paper a laboratory investigation of a terrestrial laser scanner is discussed, especially regarding Gauss-distribution, supposing independent measured values. Since the parameters obtained by laser scanning are based on vast number of measurements, laser scanned data sets are especially suitable for normality analysis.*

Keywords: probability distribution, reflector, terrestrial laser scanning

A cikkben a viszonylag új mérési módszernek számító földi lézerszkennelés illesztőpontokra (ún. prizmákra) történő méréseinek elemzését tárgyaljuk. Vizsgálatra került a mérések valószínűségi eloszlása, korszerű matematikai módszerekkel a mérési eredmények (vízszintes- és magassági szög, valamint távolság) normalitásvizsgálatának eredményeit értékeltük.

Kulcsszavak: valószínűségi eloszlás, prizma, földi lézerszkennelés

1 Bevezetés

A légi és földi lézerszkennelés viszonylag új mérési módszer a földfelszínen elhelyezkedő természetes és mesterséges objektumok felmérésében. Mint az új mérési eljárások esetében mindig, itt is célszerű megvizsgálni, hogy a mért mennyiségek milyen valószínűségi eloszlást követnek, mivel a mérésekből levezetett értékek (pl. távolságok) tulajdonságait is lényegesen befolyásolják.

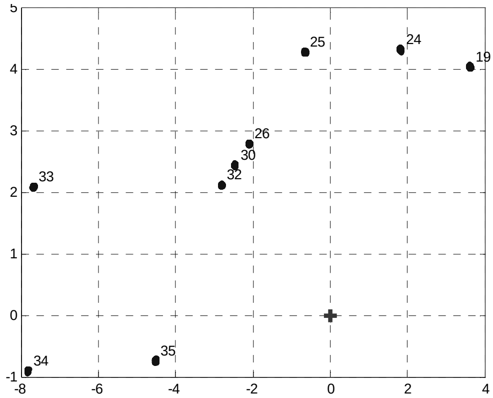
A legtöbb származtatott mérőszám előállításakor abból az alapfeltételezésből indulunk ki, hogy a közvetlen méréssel mért valószínűségi változók eloszlása a Gauss-féle normális eloszlást követi. Dolgozatunkban ezért egy földi lézerszkennerrel végzett minősítő mérést vizsgáltunk meg, elsősorban a normális eloszlás szempontjából, az egyes mért mennyiségek függetlenségének feltételezése mellett. A lézerszkennerrel végzett mérések különösen alkalmasak a normalitás ellenőrzésére, mivel a kapott eredmények nagyszámú mérésből származnak, vagyis elegendő statisztikai sokaság kiértékelésével lehet levonni a következtetéseket.

2 A mérés

A mostani statisztikai vizsgálathoz a 2009. április 4-i, Riegl LMS-Z420i szkennerrel végzett szkennerminősítő méréseket használtuk fel (Berényi et al. 2010a, Berényi et al. 2010b). A mérés során kilenc prizmát helyeztünk ki különböző irányba és távolságra (1. ábra).

A prizmákat egy mérőállomással is megmértük, jelen vizsgálatba azonban ezeket az eredményeket nem vontuk be. A prizmákra a lézerszkenner kezelő szoftvere külön változókat (SOCS – scanner own coordinate system, vagyis a szkenner saját koordináta rendszerét biztosító pontok) hoz létre, majd ezekben tárolja a mérési eredményeket illetve a levezetett koordinátákat. Ezen változók a következő mezőket tartalmazzák: X, Y, Z koordináták, távolság, vízszintes és magassági szög, valamint a visszaérkező jel amplitúdója. Ez utóbbi érték gyakorlatilag a mért pont visszavert intenzitása, amely kiválóan alkalmas a nagy visszaverő-képességű prizma környezetétől való megkülönböztetésére. Az amplitúdók 0 és 1 közötti számok. Tapasztalati sűrűséggrafikonon (2. ábra) ábrázolva

*BME Fotogrammetria és Térinformatika Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. E-mail: barsi@eik.bme.hu



1. **ábra.** A prizmák elhelyezkedése a műszer (0,0) körül

kétcsúcsú függvényt kapunk: az első, nagyobb amplitúdójú csúcs a prizmáról, a második, kisebb amplitúdójú pedig a háttérről visszaérkező pontok szerint készült.

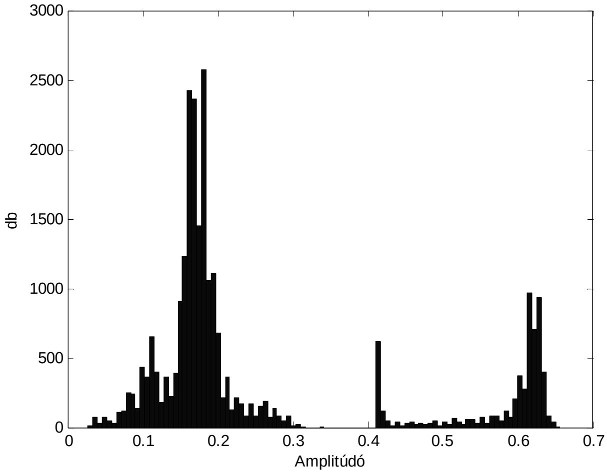
A prizmákat így a csúcsok közötti küszöbbel, esetünkben 0,5-es amplitúdónál meg lehet különböztetni a háttértől. A küszöböléssel tehát kiemeljük a prizmákat a teljes pontfelhőkből. A 3. ábrán látható, hogy a kilenc mért prizma és azok környezete hány mérést jelent.

A hisztogramról leolvasható, hogy átlagosan 38000 pontként értelmezett jel érkezett vissza egy-egy prizma környezetéből, a küszöbölés után átlagosan 6800 pont maradt meg a statisztikai vizsgálatra. Ez a mérésszám alkalmasnak bizonyult a megbízható értékelésre.

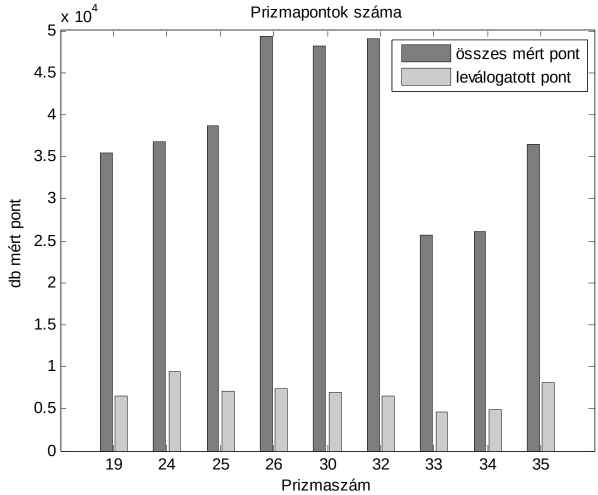
3 A prizmamérés elemzése

Az egyes prizmákról rögzített eredmények tehát a három térbeli koordináta, a három eredeti mérési érték (szögek és távolság), illetve a visszaérkező jelek amplitúdói. A 19-es számú prizma kapcsán a 4. ábra mutatja, hogy az összesen rögzített 6511 pontmérés mezőnkénti hisztogramjai hogyan alakulnak.

A többi prizma tapasztalati sűrűségfüggvényei is hasonlóan alakulnak. Megállapítható, hogy az első oszlopban látható X koordináta egészen jól leírható a haranggörbével. A távolságértékek szintén jól jellemezhetők a harangfüggvénnyel. Az eltérések oka többek között arra vezethető vissza, hogy a prizma nem pontosan párhuzamosan helyezkedett el a koordinátarendszer tengelyeivel.



2. ábra. Az amplitúdók hisztogramja a 34-es prizmánál

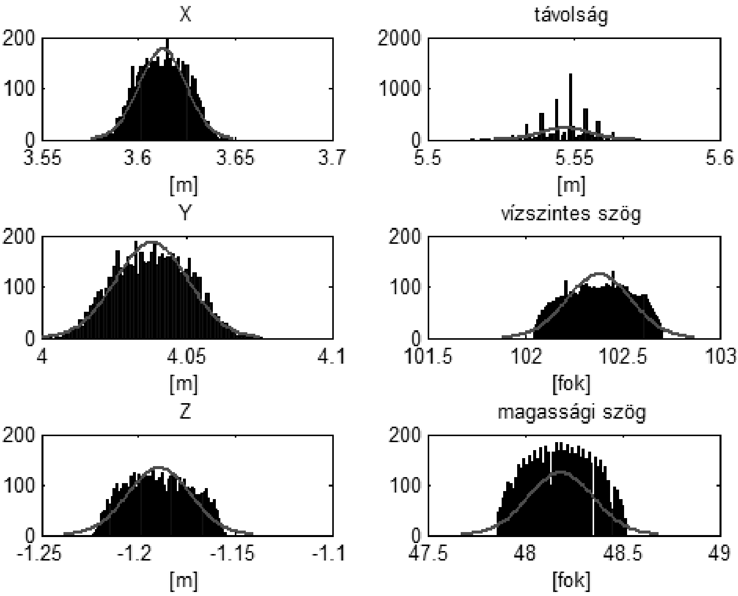


3.ábra. A prizmák környezetében mért pontok és a leválogatott pontok száma

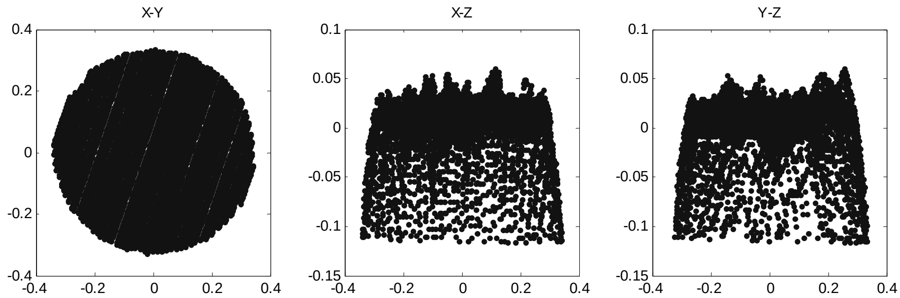
Főtengely-transzformáció segítségével a mért adatokat a legnagyobb kiterjedés szerint elrendezett rendszerbe lehet elforgatni és eltolni, így ezt a negatív befolyásoló hatást ki lehet küszöbölni. A feldolgozásban az adatokon értelmezett általános Hotelling T2-transzformációt alkalmaztuk, mivel a hagyományos főtengely-transzformációval (PCA – Principal Component Analysis) ellentétben ez nem feltételezi a normális eloszlást, s nem a pontfelhőt jellemző kovariancia-mátrix felhasználásával számítja a transzformációs együtthatókat.

A transzformációt követően kapott pontfelhő nézetei láthatók az 5. ábrán. A transzformált pontokról készült hisztogramok már többször jobb haranggörbe-alakot mutatnak (6. ábra).

Az X-Y ábrán látszik, hogy a prizma kör alakú, a másik két nézetből pedig leolvasható, hogy a pontok nagy része a prizma belsejéből és csak kis hányaduk a széléről verődött vissza.



4.ábra. A 19-es prizma rögzített mérési eredményeinek hisztogramjai a rájuk illesztett normális eloszlás sűrűségfüggvényével. Az első oszlop a koordináták, a második a nyers poláris mérés hisztogramjai



5.ábra. A Hotelling-transzformációval kapott prizma-pontfelhő

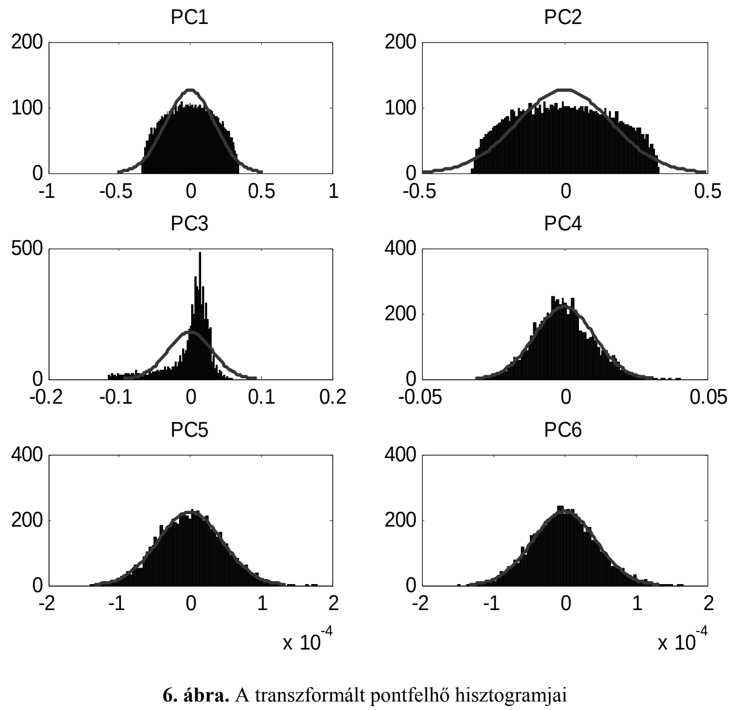
4 Hipotézisvizsgálatok

A normalitás vizsgálatára a statisztikában a hipotézisvizsgálatok között is találunk eszközöket. A munkánk során két módszert választottunk ki, amelyekkel minden prizma minden rögzített értékét elemeztük.

Az első hipotézisvizsgálat a Lilliefors-teszt, amelynek nullhipotézise, hogy a megfigyelések normális eloszlás-családból származnak. Az alternatív hipotézis szerint nem normális eloszlású mérésekről van szó. A teszt Monte-Carlo szimulációt tartalmazó módosított Kolmogorov–Smirnov-próba. A próba statisztikájának számítása az alábbiak szerint történik:

$$KS = \max_{x} | SCDF(x) - CDF(x) |, \tag{1}$$

ahol $CDF(x)$ a normális eloszlás eloszlásfüggvénye (kumulált sűrűségfüggvénye), amelynek paramétereit, az átlagot és a szórást a mintából számítjuk. Az $SCDF(x)$ a minta tapasztalati eloszlásfüggvénye.



6. ábra. A transzformált pontfelhő hisztogramjai

A 7. ábra a 26-os prizma Y koordináta-megfigyeléseinek tapasztalati eloszlását és a ráillesztett normális eloszlás eloszlásfüggvényét mutatja be. Az ábrán látható tapasztalati eloszlásfüggvény lépcsőzetessége a nagy megfigyelésszám miatt csak a nagyított részleten látszik.

A normalitást ellenőriztük továbbá Jarque–Bera-teszttel is. Ennek a tesztnek a segítségével ismeretlen átlagértékű és szórású normális eloszlást lehet nullhipotézisként vizsgálni, szemben az alternatív hipotézissel, mely szerint a sokaság nem normális eloszlású. A teszt mérőszáma a következők szerint számítható:

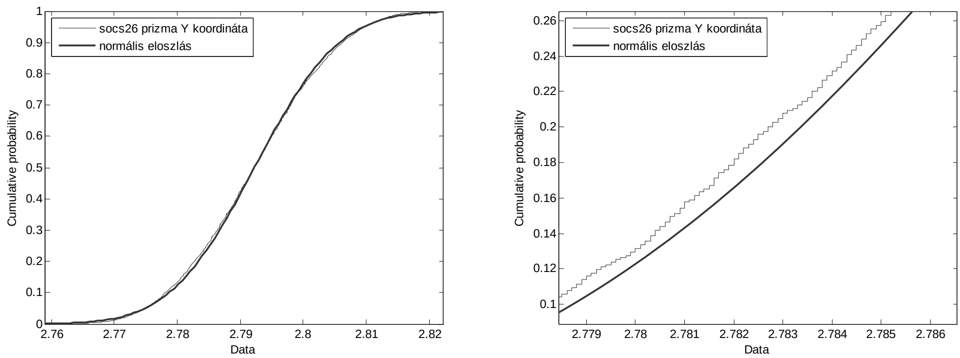
$$JB = \frac{n}{6}\left(s^2 + \frac{(k-3)^2}{4}\right), \tag{2}$$

ahol n a minta sokaságának száma, s a minta ferdesége (skewness), k pedig a minta lapultsága (kurtosis). Ez utóbbi két jellemző a mintából számítható. A JB-teszt a khi-négyzet eloszlás vizsgálaton keresztül jut eredményre, szintén a nagyobb pontosság érdekében Monte-Carlo szimuláció felhasználásával.

A két használt hipotézisvizsgálat segítségével mind a kilenc prizma mind a hat jellemzőjét vizsgáltuk. A nyers mérések alapján a Lilliefors-teszt csak a 33-as prizma X koordinátáját, a JB-teszt pedig csak a 35-ös prizma X koordinátáját találta normális eloszlásúnak; előbbit 0,0014-es (99,86%), utóbbit 0,0030-as (99,7%) – meglehetősen alacsony – szignifikancia szinten (p-szint).

A főkomponens-transzformációt követően elvégzett tesztek az 5. és 6. főkomponensre (PC5, PC6) az 1. táblázatban foglalhatók össze. A táblázatban sötétebb háttérrel jelölt cellákban a két teszttel azonosan normális eloszlásúnak talált jellemzők látható, míg a halványabb cellák a két teszt által eltérően megítélt eredményeket mutatják.

A Lilliefors-teszt rendre magasabb p-értéket adott a normalitásvizsgálatkor, mint a Jarque–Bera-teszt. A normális eloszlásúnak talált mennyiségek átlagos szignifikancia-szintje PC5-re a Lilliefors és JB-tesztek szerint 0,1127 (88,73%) és 0,0355 (96,45%), a PC6-ra pedig 0,1703 (82,97%) és 0,0119 (98,81%). A kétes döntések esetében csak a Lilliefors-teszt minősítette a transzformált főkomponenseket normális eloszlásúaknak, mégpedig a PC5 esetében átlagosan 0,0119 (98,81%), a PC6 esetében 0,0447 (95,53%) szignifikancia-szint mellett. Ez utóbbi két számérték is jóval alacsonyabb, mint a JB-teszttel is elfogadott mezők esetében. Kizárólag a 19-es prizma transzformált 5. és 6. komponense bizonyult mindkét teszt szerint normális eloszlásúnak. Ezen két mennyiség grafikusan megszemlélhető a 6. ábrán.



7.ábra. Az elméleti és tapasztalati eloszlásfüggvények illeszkedése a 26-os prizma Y koordinátáinak megfigyelései alapján – a teljes függvény és egy kiemelt részlet

1. táblázat. A normalitásvizsgálat eredménye minden prizmára

ID	PC5		PC6	
	L	JB	L	JB
19	+	+	+	+
24	+	-	+	-
25	-	-	+	+
26	+	+	+	-
30	-	-	+	-
32	+	-	-	-
33	-	-	-	-
34	-	-	+	-
35	-	-	+	+

5 Összefoglalás

A hipotézisvizsgálatok a mért kilenc prizma hat jellemzőjének eredeti, mért értékei esetében csak egyet-egyet találtak normális eloszlásúnak. Az adatokon elvégzett főkomponens-transzformáció után kapott mezők közül 5 esetben találtak a tesztek azonosan normális eloszlást, 6 esetben csak az egyik teszt minősítette a megfigyeléseket normális eloszlásúnak.

Mivel a prizmamérések megfelelően sok mérési értéket jelentenek, így a statisztikai elemzéstől megbízható értékelést vártunk. A kétféle módon elvégzett normalitásvizsgálat a vizuális analízis után azonban ellentmondó eredményre vezetett. Ezek alapján tehát nem lehet egyértelműen kijelenteni, hogy a vizsgált lézerszkenner az adott mérési körülmények között csak normális eloszlású méréseket szolgáltatott volna.

A cikk szerzői tervezik, hogy a megkezdett vizsgálatokat a jövőben további kalibrációs mérésekkel folytatják, más műszerek méréseinek kiértékelésével is.

A gyakorlati alkalmazások között olyan témákon gondolkozunk, mint a prizmák mérés alatti merőlegességének vizsgálata utólagos ellenőrzéssel. Természetesen az eredmények felhívták a figyelmet arra is, hogy a prizmák esetén a távolság hatását elemezzük, illetve azonos méretű prizmák használatakor azok lehetséges távolságát megállapítsuk. Ennek inverze is tanulmányozható: milyen prizmaméretekkel kell számolni a gyakorlatban adott távolságok esetében.

Köszönetnyilvánítás A munka szakmai tartalma kapcsolódik a "Minőségorientált, összehangolt oktatási és K+F+I stratégia, valamint működési modell kidolgozása a Műegyetemen" c. projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A projekt megvalósítását az ÚMFT TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-0002 programja támogatja.

A cikkben tárgyalt kutatás a Bolyai János Kutatási ösztöndíj támogatásával készült.

Hivatkozások

Prékopa A (1974): Valószínűségelmélet, Műszaki Könyvkiadó, Budapest.

Rényi A (1966): Valószínűségszámítás, Tankönyvkiadó, Budapest.

Vincze I (1975): Matematikai statisztika ipari alkalmazásokkal, Műszaki Könyvkiadó, Budapest.

Berényi A, Lovas T, Barsi Á (2010a): Földi lézerszkenner laboratóriumi vizsgálata, Geodézia és Kartográfia, LXII(4), 11-16.

FÖLDI LÉZERSZKENNEREK MINŐSÍTŐ VIZSGÁLATAINAK LEHETŐSÉGEI

Berényi Attila[*], *Lovas Tamás*[*], *Barsi Árpád*[*],
Tóth Zoltán[**], *Rehány Nikolett*[***], *Tarsoly Péter*[**]

Possibilities for the qualifying test of terrestrial laser scanners – *The accuracy values given by the manufacturers of current terrestrial laser scanners are below the centimetre level. However, in most cases these values are valid only in particular circumstances, e.g. in the manufacturer's laboratory. The paper describes the methodological enhancement of a previous investigation that covers wider horizontal and vertical angles and longer distances, and also includes a new instrument in order to prove the manufacturer's claim on accuracy. To evaluate the results the previously developed methodology was used, and the results proved again its efficiency and reliability. The results confirmed the manufacturer's claim, nevertheless the authors' aim to carry out further investigation with the tested instrument.*

Keywords: terrestrial laser scanning, qualifying test

A földi lézerszkennerek gyártói által közölt értékek manapság jobbára centiméter alatti pontosságot mutatnak. A legtöbb gyártó azonban azt is kiköti, hogy az adott érték csak bizonyos speciális körülmények fennállása esetén igaz. A cikkben részletesen bemutatjuk a korábban megkezdett kísérletsorozat folytatását, ahol az első vizsgálathoz képest nagyobb távolságokra, és nagyobb vízszintes- és magassági szögtartomány mellett vizsgáltuk egy másik gyártó műszerét. Az eredmények kiértékelésére a korábban ismertetett metodikát alkalmaztuk, amely ebben az eseten is bizonyította alkalmasságát. Az elemzések igazolták a gyártó által megadott pontosság értéket, mindazonáltal a szerzők célja, hogy további vizsgálatokat végezzenek az adott műszerrel.

Kulcsszavak: földi lézerszkennelés, minősítő vizsgálatok

1 Bevezetés

A Budapesti Műszaki Egyetem Fotogrammetria és Térinformatika Tanszékén végzett korábbi, földi lézerszkennerek minősítésére irányuló vizsgálatok folytatására a Nyugat-magyarországi Egyetem Geoinformatikai Karával együttműködésben került sor. A megelőző kísérletsorozat eredményeit és tapasztalatait egy új műszer vizsgálatában tudtuk kamatoztatni, emellett lehetőségünk nyílt a kidolgozott metodika és eljárás igazolására is. Az eredmények fényében elmondhatjuk, hogy a módszerek megfelelőek, így jövőbeni célunk további műszerek bevonása a vizsgálatba, valamint a vizsgálati szempontok és módszerek körének bővítése.

2 Földi lézerszkennelés

A földi lézerszkennelés, annak ellenére, hogy immár több évtizedes múltra tekinthet vissza, még mindig új adatnyerési technológiának számít, különösen igaz ez hazánkra. Pozitív tendencia mutatkozik mind a technológia elterjedését, mind a hozzáférhetőségét illetően, hiszen egyre több magyarországi oktatási intézmény és cég rendelkezik ilyen berendezéssel.

A technológia működésének részletezésére nem térünk ki mérnöki alapossággal, hiszen erre számos példát találunk a hazai és a külföldi szakirodalomban egyaránt (Lovas és Barsi 2005, Fröhlich és Mettenleiter 2004). Annyit azonban érdemes megismételni, hogy a mérés elve az ismert irányban kibocsájtott lézersugár visszaverődéséig eltelt idő meghatározásán alapul. Célunk a kísérletekkel az, hogy megtudjuk, a műszergyártók által megadott pontosságértékek megfelelnek-e a

[*]*BME Fotogrammetria és Térinformatika Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.*
[**]*NymE Geoinformatikai kar, Geodézia Tanszék, 8000 Székesfehérvár, Pirosalma u. 1-3.*
[***]*BME Építőmérnöki Kar, BSc. képzés, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.*
E-mail: aberenyi@mail.bme.hu

valóságnak, valamint annak vizsgálata, hogy milyen tényezők befolyásolják a műszerbe visszaérkező lézersugarat.

3 A műszereket jellemző pontosság

A pontosságról leegyszerűsítve a következőt állíthatjuk: „A pontosság a mért érték és az aktuális (valós) érték hasonlóságának foka"; a meghatározás az egyik műszergyártótól származik (http://www.riegl.com/uploads/tx_pxpriegldownloads/10_DataSheet_VZ400_20-09-2010.pdf, 2010-12-11). A mai (földi) lézerszkennerek esetében ez az érték 4-5 mm körüli, azonban a gyártók nem minden esetben specifikálják pontosan, hogy ez az érték a távmérési vagy az általános, 3D pontosságot jellemzi.

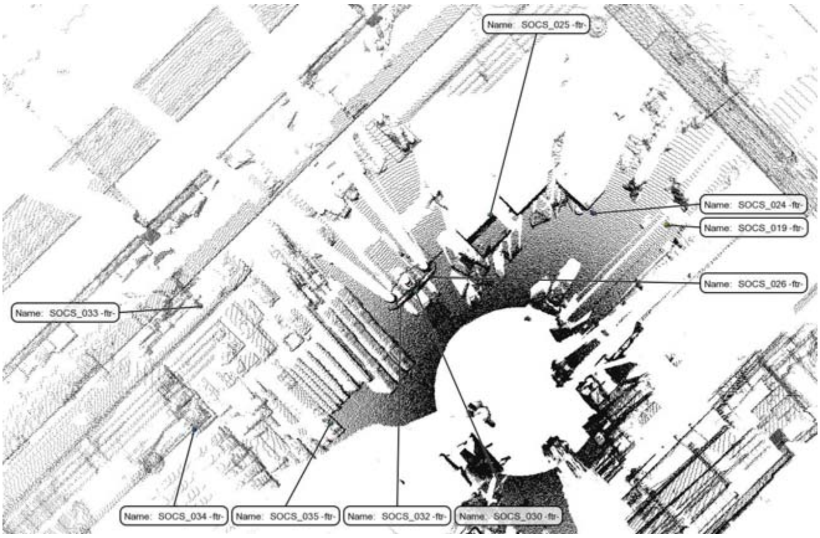
Az (építő)mérnöki gyakorlatban a legtöbbször ezzel az értékkel tudjuk meghatározni, hogy a lézerszkennelés, mint technológia alkalmas-e az adott feladat elvégzésére. Ebből kifolyólag különösen fontosnak gondoljuk annak alátámasztását, hogy a gyártók által meghatározott értékek a valóságban megállják-e a helyüket vagy sem. Figyelembe kell venni azt is, hogy a gyártók által megadott érték a legtöbb esetben korlátozott távolságon belül (pár tíz méter) és speciális körülmények mellett érvényes.

Vizsgálataink további célkitűzése volt annak vizsgálata is, hogy a változatos távolságokban és nagyobb szögtartományban elhelyezkedő kontrollpontok (ún. prizmák, 1. ábra), valamint a csak hegyesszögben mérhető objektumok befolyásolják-e a mérés pontosságát, és amennyiben igen, milyen mértékben.

4 A korábbi vizsgálat eredményei és tapasztalatai

A korábban elvégzett laborkísérlet alkalmával az adott körülmények között a vizsgált műszerrel csupán a tér egy korlátozott szegmensében elhelyezett 9 db prizmára tudtunk méréseket végezni, így vízszintes értelemben 180°-os (2. ábra), függőleges értelemben ~20°-os lefedettséget (3. ábra) sikerült biztosítanunk. A levezetett eredmények igazolták a gyártó által megadott pontossági értéket, azonban a pontok csekély száma és a korlátozott lefedettség, továbbá a pontok viszonylagos közelsége, és nagyságrendileg azonos távolsága miatt a vizsgálati módszer további tesztelését tűztük ki célul.

1. ábra. Prizma



2. ábra. Az első labormérés pontjai (felülnézet)

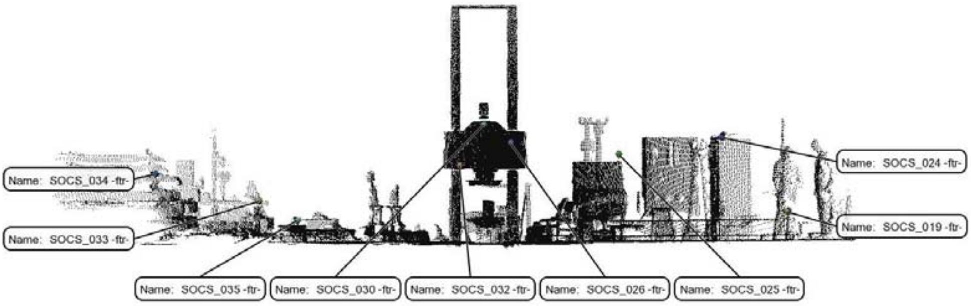
A vizsgálat kiterjedt különböző, az építőmérnöki gyakorlatban gyakran alkalmazott anyagok visszavert lézersugárra gyakorolt hatására is. Az eredmények azt mutatták, hogy a lézerjelet legjobban visszaverő anyag a fa, a pontokat legjobban „szétszóró" pedig az acél. Emellett sikerült bizonyítanunk, hogy a felmérendő objektum színe is befolyásolja a lézersugár intenzitását, amit a jel kibocsátási és visszaérkezési energiájának hányadosaként definiálhatunk. A legkedvezőbb visszaverődést a fehér szín biztosítja, míg a fekete színű objektumokról visszaverődő lézersugár energiája jóval kisebb. Itt jegyezzük meg, hogy a korai (főként légi) lézerszkennerek esetén tapasztalható volt akár 100%-os jelvesztés is fekete színű objektumok esetén (Berényi et al. 2010a, Berényi et al. 2010b).

5 A kiterjesztett vizsgálat

Az előző mérés tapasztalatait felhasználva a következő célok megvalósítását tűztük ki célul:

1. Lehetőség szerint egy másik gyártótól származó szkenner vizsgálata.
2. A prizmák által lefedett területrész jelentős bővítése.
3. A prizmák távolságának változatosabbá tétele.

Mérésünk helyszínéül a székesfehérvári Jáky József Műszaki Szakközépiskola tornatermét választottuk (4. ábra), mivel itt állandónak tekintett hőmérséklet és páratartalom mellett, légmozgásmentes körülmények között, azaz közel laboratóriumi feltételeket kielégítve tudtunk méréseket végezni.



3. ábra. Az első labormérés pontjai (elölnézet)

4. ábra. A „laboratórium"

A vizsgálatban részt vevő műszer egy Leica C10 típusú lézerszkenner volt, melynek pontossági értékeit a gyártó külön határozta meg távmérési (4 mm) és általános, 3D-s értelemben (6 mm). Számításainkat ±4 mm-es középhiba értékkel végeztük.

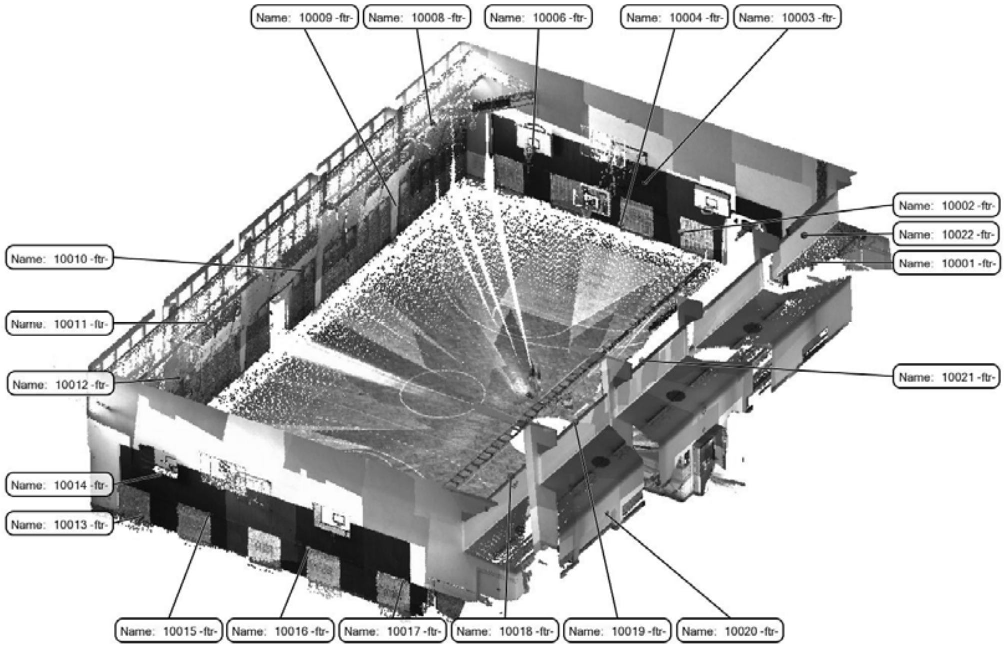
A pontok elhelyezésénél törekedtünk minél változatosabb szögértékek és távolságok elérésére, így a kihelyezett 20 db prizmával 360°-os vízszintes és 45°-os magassági (50°-95°) lefedettséget sikerült elérnünk úgy, hogy a korábbi 3-8 méteres távolságtartomány felső határát kitoltuk 20 méterre (5. ábra). A tornateremben elhelyezett prizmákat megmértük egy Sokkia SET 230R típusú (távmérési középhiba: ±3 mm + 2 ppm) mérőállomással és a szkennerrel is. Amíg a mérőállomás egyetlen pont koordinátáit méri meg, addig a szkenner az egész prizma környezetét beszkenneli, több száz pontot megmérve, így felmerülhet a kérdés, hogy a két eredmény hogyan vethető össze. A lézerszkennerek a speciális pontjellel megjelölt pontok koordinátáit a következő lépésekben határozzák meg:

1. A pontjel (prizma) és környezetének nagy felbontású szkennelése. Mivel a prizma egy kör alakú, nagy visszaverő-képességű anyaggal bevont felületet is tartalmaz, így az erről a területről visszaérkező sugarak intenzitása jóval nagyobb a környezetről visszaverődő pontokénál, tehát a prizma pontjai egyszerűen leválogathatóak.
2. A leválogatott pontokból a szkenner automatikusa meghatározza a prizma középpontját. Megjegyezzük, hogy természetesen léteznek nem kör alakú prizmák is, ilyenkor a feldolgozási lépés kiegészül a prizmák típusának beállításával is.

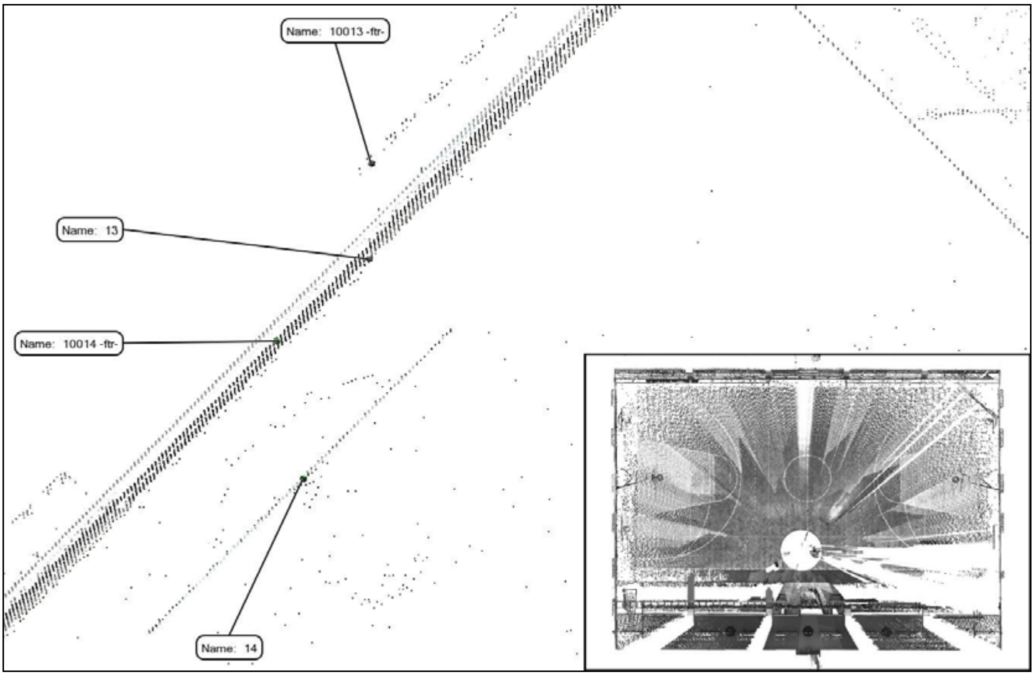
Az eredmények (pontok koordinátái) közvetlenül nem vethetőek össze egymással, mivel mindkét műszer a saját koordináta-rendszerében határozta meg a pontok koordinátáit, valamint az eredmények torzítatlansága érdekében a transzformálás lehetőségét is elvetettük.

Kézenfekvő megoldásként kínálkozott a pontok egymástól mért távolságainak számítása, azonban a kezdeti eredmények néhány pont esetében nagy eltérést mutattak. Megvizsgálva ezeket a pontokat bebizonyosodott, hogy a sugár irányú távolságszámítás hibás eredményeket adott a szkenner esetén azoknál a prizmáknál, ahol a környezetében jelentősebb (sugár irányú) mélységkülönbség tapasztalható (pl. a falsík a prizma mögött).

A 6. ábrán tízezres nagyságrenddel a szkenner által meghatározott pontok, tízes nagyságrenddel pedig a mérőállomással mért (csupán az ábrázolás miatt transzformált) pontok láthatók.



5. ábra. A kihelyezett prizmák a pontfelhőben



6. ábra. Sugár irányú eltérések

A hibával terhelt pontok (6 db) elhagyása után a fennmaradó 14 ponttal folytattuk a vizsgálódást. A hibaterjedés törvényeinek segítségével, és a nyers mérési eredményeket (vízszintes-, és magassági szög, távolság) felhasználva levezettük a pontok koordinátatengely irányú (X,Y,Z) középhibáit. Erre a feladatra a korábbi vizsgálat során a Fotogrammetria és Térinformatika Tanszéken készített szoftvert alkalmaztuk (1. táblázat).

Ha hibaellipszoidok segítségével ábrázoljuk az egyes pontok középhibáit, összefüggést fedezhetünk fel a 45° körüli magassági szög és a pont Z-irányú középhibájának nagysága között (7. ábra). Ez az összefüggés a korábbi vizsgálat esetén is felfedezhető volt, a pontok változatosabb magassági elhelyezésével hatása még jobban érzékelhető, így érdemes a mérések megtervezésénél ezt a jelenséget figyelembe venni. Ahhoz azonban, hogy tágabb értelemben vett következtetést vonhassunk le ezekből a megfigyelésekből, további műszerek vizsgálatára van szükség. Ez különösen fontos lehet olyan mérési helyszíneken, ahol nincs lehetőségünk a felmérendő objektumtól megfelelő távolságra felállítanunk a műszert. Előfordulhat, hogy ilyen esetben a helyszínen (pl. a műszeren található kijelző méretei miatt) nem is vesszük észre a magassági szög okozta hibát, csak a feldolgozás közben szembesülünk vele. A hiba ismeretében azonban gondos méréstervezéssel ez a negatív hatás kiküszöbölhető.

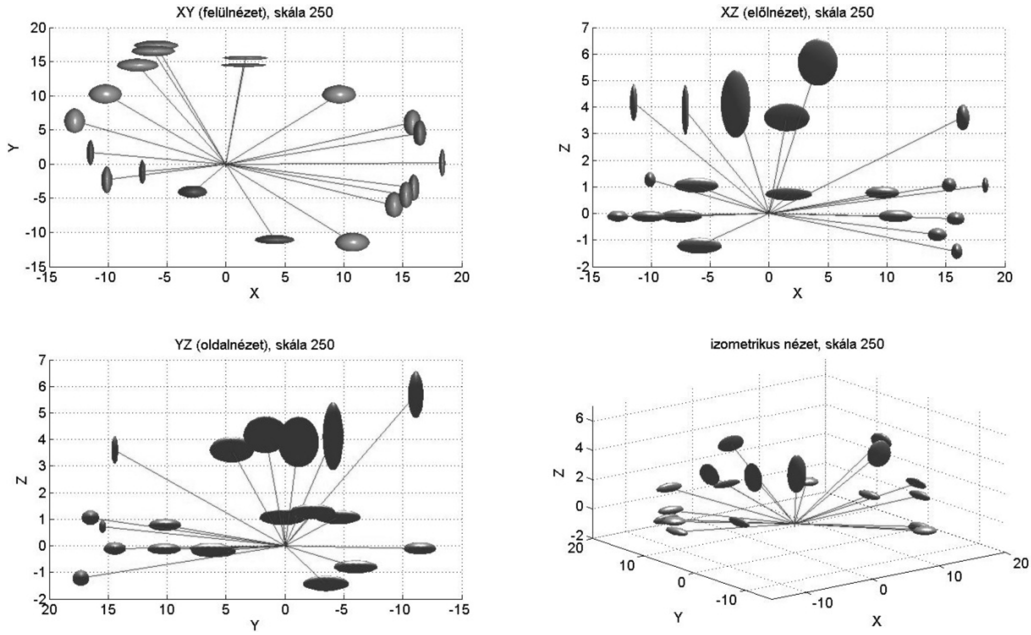
Az egyes pontok középhibáit felhasználva meghatároztuk az egyes pontok közötti távolságok középhibáját is. Az eredménymátrixot teljes egészében nem közöljük, a fontosabb statisztikai adatokat a 2. táblázat tartalmazza. A mátrix elemeinek átlaga alátámasztja a gyártó által megadott középhiba értéket, ugyanakkor egyes távolságok esetén meghaladja azt (Rehány 2010). Az eredmények értékelésénél szem előtt kell tartanunk azt a fontos tényezőt is, hogy a mérési eredmények csak az adott, közel laboratóriumi körülmények között érvényesek.

1. táblázat. Koordináta középhibák

pontszám	irányszög [° ' "]	távolság [m]	középhiba [mm]		
			X	Y	Z
10001	136-53-28,51	15,684	5,8735	5,5074	0,9140
10002	112-47-47,3	15,494	3,2048	7,3735	0,9913
10003	106-29-1,62	15,955	2,4328	7,6587	1,0703
10004	102-18-35,6	16,357	1,9352	7,7892	1,1781
10008	74-37-21,12	17,423	2,2858	7,5539	1,9300
10009	69-4-26,44	16,932	3,0016	7,4801	0,9897
10011	5-56-29,28	14,961	7,7260	1,1629	2,1042
10012	6-2-35,17	15,585	7,9477	1,2325	0,9786
10016	314-59-29,81	14,496	5,6872	5,6888	0,8461
10017	296-6-5,18	14,315	3,5982	7,1932	0,8352
10018	278-14-22,32	12,350	1,2704	7,4572	2,7840
10019	257-2-22,95	10,462	1,8758	7,7401	1,1437
10020	260-52-30,55	8,189	1,1903	6,9495	3,8328
10021	214-55-57,31	6,456	5,0605	3,5406	5,1168

2. táblázat. Távolságok középhibái

	középhiba [mm]
min	0,6000
átlag	4,7568
max	8,9137



7. ábra. Hibaellipszoidok (a láthatóság érdekében 250-szeres nagyításban)

6 További vizsgálati lehetőségek

A technológia gyakorlati alkalmazása során a laboratóriumi körülmények viszonylag ritkán adottak. A szerzők további vizsgálataikban szeretnék megvizsgálni a nagy (akár több száz méteres) távolságok és a légköri befolyásoló tényezők (köd, por) hatását.

A hibás távolságmérésből adódó téves koordináta meghatározás és az ilyen hibával terhelt pontok szűrése a jelen vizsgálatnál – még laboratóriumihoz közeli körülmények között is – fontos szerepet játszott. Az ilyen jellegű hibák kiküszöbölése lehetőségeinek vizsgálata is fontos kutatási terület lehet a jövőben.

Terveink között szerepel az anyagi jellemzők további vizsgálata, úgy mint az üvegfelület hatásának elemzése, valamint a különböző hőmérsékletű objektumok hatása a visszavert lézersugárra.

További vizsgálati lehetőségeket hordoz magában a földi lézerszkennelés összehasonlítása más földi adatnyerési technológiákkal. A szerzők tervei között szerepel a közelfotogrammetriai adatnyeréssel történő összevetés, ami kifejezetten fontosnak tekinthető annak fényében, hogy a manapság forgalomban lévő földi lézerszkennerek tartalmaznak beépített képalkotó berendezéseket (pl. Leica C10), vagy lehetőséget adnak azok csatlakoztatására (pl. Riegl VZ-400).

Az anyagok és színek hatását vizsgáló korábbi kísérlet (Berényi et al. 2010a) folytatása is szerepel a szerzők tervei között, annak igazolására, hogy az első kísérletből levont következtetések megállják-e a helyüket, ha egy (vagy akár több) különböző gyártmányú műszerrel mérjük meg az adott objektumot, vagy a színek hatásának vizsgálatára létrehozott tesztmezőt.

7 Összefoglalás

A Nyugat-magyarországi Egyetem Geoinformatikai Karával együttműködésben sikerült mindegyik, saját magunk által kitűzött célt teljesíteni. A laborkísérletek eredményei ebben az esetben is igazolták a gyártó által megadott pontossági mérőszámokat, azonban a távmérési hibákból adódó ellentmondások rávilágítanak arra, hogy milyen fontos szerepe van a lézerszkennelés esetében is a gondos méréstervezésnek és az adatok feldolgozásában az utófeldolgozási lépésnek, amelyek nélkül akár téves adatokból vonhatunk le következtetéseket vagy alkothatunk modelleket.

Annak ellenére, hogy szinte kivétel nélkül minden gyártó laboratóriumi körülmények mellett határozza meg az adott műszerre jellemző pontossági értékeket, a terepi körülmények közötti vizsgálatok különösen fontosak, hiszen az esetek döntő többségében nem teljesülnek a laboratóriumi feltételek.

A szerzők emellett tovább szeretnék bővíteni a vizsgált műszerek körét is, amellyel még biztosabb alapot nyújthatnak a technológia jövőbeni felhasználóinak a megfelelő műszerválasztáshoz, és akár elősegíthetik ennek a távérzékelési módszernek a terjedését Magyarországon. Továbbá tervezik a földi lézerszkennelés összehasonító vizsgálatát más adatnyerési módszerekkel, különös tekintettel a közelfotogrammetriára, hiszen a mai műszerek többsége rendelkezik képalkotó eszközökkel is.

Köszönetnyilvánítás. A cikkben tárgyalt kutatás a Bolyai János Kutatási ösztöndíj támogatásával készült. A munka szakmai tartalma kapcsolódik a "Minőségorientált, összehangolt oktatási és K+F+I stratégia, valamint működési modell kidolgozása a Műegyetemen" c. projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A projekt megvalósítását az ÚMFT TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-0002 programja támogatja.

Hivatkozások

Lovas T, Barsi Á (2005): Lehetőségek a földi lézeres felmérésben, Geomatikia Közlemények, VIII, 303-308.

Fröhlich C, Mettenleiter M (2004): Terrestrial Laser Scanning – New Perspectives in 3D Surveying, International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, XXXVI-8/W2, 7-13.

Berényi A, Lovas T, Barsi Á (2010a): Földi lézerszkenner laboratóriumi vizsgálata, Geodézia és Kartográfia, LXII(4), 11-16.

Berényi A, Lovas T, Barsi Á (2010b): Terrestrial Laser Scanning – Civil Engineering Applications, International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing. XXXVIII(5), 81-85.

Rehány N (2010): Földi lézerszkenner pontossági vizsgálata, TDK dolgozat, BME.

KÖLCSÖNÖS TÁJÉKOZÁS SZÜKSÉGESSÉGE A DIGITÁLIS FOTOGRAMMETRIÁBAN

*Jancsó Tamás**

The necessity of the relative orientation in the digital photogrammetry – *The relative orientation is a compulsory task at the digital photogrammetric workstations, since the model, which is necessary for the stereo-viewing, is formed by this way. At the same time it can be proved that the elements of the relative and absolute orientation can be derived and computed from the exterior orientation elements. It means, that if we have enough control points on one photo-pair, then measuring these control points we can calculate the exterior orientation elements and based on these elements – if it's necessary for the later evaluation process – we can calculate the elements of the relative and absolute orientation as well. The relative orientation and the measurement of Gruber points can be avoided, this orientation procedure and the measurement of further points are not necessary. The recent paper discusses this topic and it gives an algorithm for calculation of relative and absolute orientation elements, where a sample calculation is presented as well.*

Keywords: relative orientation, absolute orientation, exterior orientation, orientation elements

A digitális fotogrammetriai munkaállomásokon a kölcsönös tájékozás elvégzése kötelező feladat, hiszen így állítható elő a térmodell, ami a sztereoszemlélés biztosításához szükséges. Ugyanakkor belátható, hogy a külső tájékozás elemei alapján levezethetők és kiszámolhatók a kölcsönös- és abszolút tájékozás elemei. Tehát, ha van elegendő illesztő pontunk egy képpáron, akkor ezek mérése alapján kiszámíthatók a külső tájékozási elemek, melyekből levezethetők a relatív- és abszolút tájékozás elemei is, ha erre szükség van a későbbi kiértékelési folyamatban. A kölcsönös tájékozás elvégzése és az ahhoz kapcsolódó Gruber pontok mérése elkerülhető, ennek a tájékozási folyamatnak és ezekhez kapcsolódó méréseknek a szükségessége nem indokolt. A cikk ezt a problémakört tárgyalja, és levezetést ad a kölcsönös- és abszolút tájékozási elemek kiszámítására, melyet gyakorlati példa is szemléltet.

Kulcsszavak: kölcsönös tájékozás, abszolút tájékozás, külső tájékozás, tájékozási elemek

1 Bevezetés

Egy képpár kiértékeléskor szükség van a képek sztereoszkópikus szemlélésére, ezért a relatív tájékozás a mai napig része a tájékozási folyamatnak. Ugyanakkor a (1) kollineár egyenletek matematikailag pontosan leírják a kapcsolatot a képpont (ξ, η) képkoordinátái és a képpontnak megfelelő terepi pont (X_G, Y_G, Z_G) geodéziai koordinátái között, ezért ezt a módszert előnyben részesítik a terepi pontok koordinátáinak kiszámításánál, vagyis fölöslegesség válik a modellkoordináta, hiszen közvetlenül képkoordinátából végezzük a számítást. A relatív tájékozást elsősorban csak azért kell elvégezni, hogy később sztereoszkópikusan végezhessük az irányzást.

$$
\begin{aligned}
\xi &= -c_k \frac{r_{11}(X_G - X_O) + r_{21}(Y_G - Y_O) + r_{31}(Z_G - Z_O)}{r_{13}(X_G - X_O) + r_{23}(Y_G - Y_O) + r_{33}(Z_G - Z_O)} \\
\eta &= -c_k \frac{r_{12}(X_G - X_O) + r_{22}(Y_G - Y_O) + r_{32}(Z_G - Z_O)}{r_{13}(X_G - X_O) + r_{23}(Y_G - Y_O) + r_{33}(Z_G - Z_O)}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Jelölések:

- ξ, η : képkoordináták,
- X_G, Y_G, Z_G : geodéziai koordináták,

* *NYME Geoinformatikai Kar, Fotogrammetria és Távérzékelés Tanszék*
8000 Székesfehérvár, Pirosalma u. 1-3.
E-mail: t.jancso@geo.info.hu

- X_O, Y_O, Z_O : vetítési centrum geodéziai koordinátái,
- c_k : kameraállandó (kalibrált fókusztávolság),
- r_{ij} : a forgatási mátrixot alkotó iránykoszinusz.

Egy képpár külső tájékozása kétféleképpen végezhető el. Elvégezhetjük a külső tájékozást illesztőpontok alapján a (1) kollineár egyenletek alapján, ekkor megkapjuk mindkét képhez a vetítési centrumok helyét és a képek forgatási szögeit a geodéziai koordináta-rendszerben. A feladat kiegyenlítéssel történő megoldásához legalább 4 illesztőpontra van szükség.

Alternatívaként elvégezhetjük a külső tájékozást két lépésben is. Ehhez először a relatív tájékozást kell elvégezni, melyhez legalább 6 db Gruber-pontot kell mérnünk. A relatív tájékozás elvégzése után előáll a térmodell. Ezután következhet az abszolút tájékozás. Legalább 3 illesztőpontot kell mérni ahhoz, hogy a relatív tájékozáskor létrejött modellt áttranszformáljuk a geodéziai koordináta-rendszerbe. Ehhez térbeli hasonlósági transzformációt alkalmazunk. Mindezeket a 1. táblázat foglalja össze.

Jelölések:

- $\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2$: képpontok képkoordinátái a sztereo képpár bal és jobb képén,
- X_M, Y_M, Z_M : modellkoordináták,
- X_G, Y_G, Z_G : geodéziai koordináták,
- $\varphi', \kappa', \varphi'', \omega'', \kappa''$: relatív tájékozás forgatási szögei a bal és jobb képen,
- $X_E, Y_E, Z_E, \Phi, \Omega, K, m$: abszolút tájékozás elemei, X_E, Y_E, Z_E az eltolási paraméterek, Φ, Ω, K forgatási szögek a modell és geodéziai koordináta-rendszer tengelyei között, m a méretarány-tényező,
- $X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, \varphi_1, \omega_1, \kappa_1, X_{02}, Y_{02}, Z_{02}, \varphi_2, \omega_2, \kappa_2$: külső tájékozási elemek, képenként a vetítési centrum geodéziai koordinátái és a kép forgatási szögei.

A feladat a következőképpen fogalmazható meg: Ismertek a külső tájékozási elemek, számítsuk ki a relatív és az abszolút tájékozási elemeket.

$$\begin{Bmatrix} X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, \varphi_1, \omega_1, \kappa_1 \\ X_{02}, Y_{02}, Z_{02}, \varphi_2, \omega_2, \kappa_2 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} \varphi', \kappa', \varphi'', \omega'', \kappa'' \\ X_E, Y_E, Z_E, \Phi, \Omega, K, m \end{Bmatrix} \tag{2}$$

1. táblázat. Külső tájékozások alternatívái

Tájékozás	Cél	Paraméterek	Matematikai modell	Mérendő pontok
Relatív	$\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2 \rightarrow X_M, Y_M, Z_M$	5 db $\varphi', \kappa', \varphi'', \omega'', \kappa''$	Komplanár feltétel	Gruber pontok ≥ 6
Abszolút	$X_M, Y_M, Z_M \rightarrow X_G, Y_G, Z_G$	7 db $X_E, Y_E, Z_E, \Phi, \Omega, K, m$	Térbeli hasonlósági tr.	Illesztő pontok ≥ 3
Külső tájékozás kollineár egyenletekkel	$\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2 \rightarrow X_G, Y_G, Z_G$	12 db $X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, \varphi_1, \omega_1, \kappa_1,$ $X_{02}, Y_{02}, Z_{02}, \varphi_2, \omega_2, \kappa_2$	Kollineár egyenletek	Illesztő pontok képenként ≥ 4

2 Összefüggések a forgatási mátrixok között

Az 1. táblázatban leírt tájékozások forgatási mátrixai egymással összefüggenek (Lobanov et al. 1987):

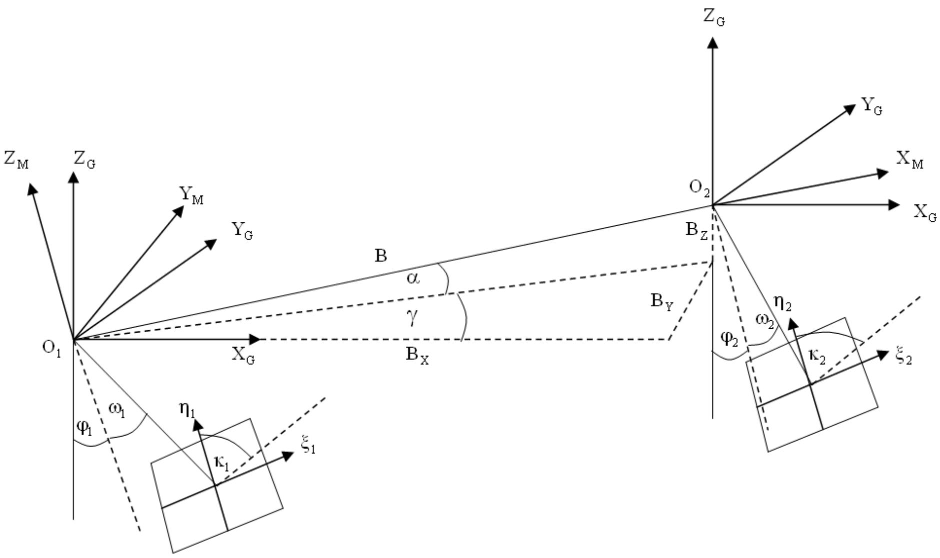
$$\begin{aligned}
\boldsymbol{R}_{\varphi_1\omega_1\kappa_1} &= \boldsymbol{R}_{\Phi\Omega K} \cdot \boldsymbol{R}_{\varphi'\kappa'} \\
\boldsymbol{R}_{\varphi_2\omega_2\kappa_2} &= \boldsymbol{R}_{\Phi\Omega K} \cdot \boldsymbol{R}_{\varphi''\omega''\kappa''} \\
\boldsymbol{R}_{\varphi'\kappa'} &= \boldsymbol{R}_{\Phi\Omega K}^{T} \cdot \boldsymbol{R}_{\varphi_1\omega_1\kappa_1} \\
\boldsymbol{R}_{\varphi''\omega''\kappa''} &= \boldsymbol{R}_{\Phi\Omega K}^{T} \cdot \boldsymbol{R}_{\varphi_2\omega_2\kappa_2}
\end{aligned} \tag{3}$$

A (3) összefüggésekből látható, hogy a relatív tájékozási elemek forgatási mátrixait $\left(\boldsymbol{R}_{\varphi'\kappa'}, \boldsymbol{R}_{\varphi''\omega''\kappa''}\right)$, csak akkor tudjuk kiszámolni, ha az abszolút tájékozás forgatási mátrixa is ismert $\left(\boldsymbol{R}_{\Phi\Omega K}\right)$. Ezért első lépésben az abszolút tájékozási elemeket kell meghatározni.

3 A relatív- és abszolút tájékozási elemek kiszámítása

Vizsgáljuk meg az 1. ábrát. Az ábrán a könnyebb értelmezés érdekében a geodéziai koordináta-rendszer kezdőpontját eltoltuk az O_1 és az O_2 vetítési centrumokba, így együtt láthatók a $\left(X_M, Y_M, Z_M\right)$ modell koordináta-rendszer tengelyeivel a geodéziai koordináta-rendszer X_G, Y_G, Z_G tengelyei. Az ábrán bejelöltük a külső tájékozás $\varphi_1, \omega_1, \kappa_1, \varphi_2, \omega_2 \kappa_2$ forgatási szögeit, valamint a B bázishoz tartozó α, γ elfordulási szögeket.

Az ábra alapján belátható, hogy az abszolút tájékozás Φ szögének megfelel az α szög, az abszolút tájékozás K szögének pedig a γ szög. A rajzon az abszolút tájékozás Ω szögének megfelelő β szöget az α, γ szögekhez hasonló módon nem tudjuk ábrázolni, mivel ez a modell teljes elfordulását jelenti az X_G tengely körül. A modell bázisát tetszőleges értéknek választhatjuk. Abban az esetben, ha ezt 1-nek választjuk, akkor a két rendszer közötti m méretarány egyenlő lesz B felvételi bázis értékével.



1. ábra. Kapcsolat a modell és a geodéziai koordináta-rendszerek tengelyei között

Összefoglalva, az abszolút tájékozás elemei a következők lesznek:

$$\begin{aligned} &\Phi = \alpha \\ &\Omega = \beta \\ &K = \gamma \\ &X_E = X_{O1} \\ &Y_E = Y_{O1} \\ &Z_E = Z_{O1} \\ &m = B \end{aligned} \tag{4}$$

Az α, γ szögek kiszámítása a következőképpen végezhető el:

$$\begin{aligned} &\alpha = \arcsin \frac{B_Z}{B} = \operatorname{arctg} \frac{B}{\sqrt{B_X^2 + B_Y^2}} \\ &\gamma = \operatorname{arctg} \frac{B_Y}{B_X} \end{aligned} , \tag{5}$$

ahol

$$\begin{aligned} &B_X = X_{O2} - X_{O1} \\ &B_Y = Y_{O2} - Y_{O1} \\ &B_Z = Z_{O2} - Z_{O1} \\ &B = \sqrt{(X_{O2} - X_{O1})^2 + (Y_{O2} - Y_{O1})^2 + (Z_{O2} - Z_{O1})^2} \end{aligned} \tag{6}$$

A β szög kiszámításához (ami az Ω szöget adja majd meg) írjuk fel a (3) összefüggések közül a harmadikat kifejtve a forgatási mátrixok elemeit:

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{R}_{\varphi'\kappa'} = \boldsymbol{R}_{\Phi\Omega K}^T \cdot \boldsymbol{R}_{\varphi_1\omega_1\kappa_1} \\ &\begin{bmatrix} a_1' & a_2' & a_3' \\ b_1' & b_2' & b_3' \\ c_1' & c_2' & c_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{a}_1 & \bar{a}_2 & \bar{a}_3 \\ \bar{b}_1 & \bar{b}_2 & \bar{b}_3 \\ \bar{c}_1 & \bar{c}_2 & \bar{c}_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{7}$$

A relatív tájékozási elemeknél a bal képhez csak a φ' és κ' szögeket értelmezzük, az ω' értékét 0-nak vesszük és eltekintünk tőle. Ebből következik, hogy az $\boldsymbol{R}_{\varphi'\kappa'}$ mátrixban a $b_3' = 0$. Írjuk fel b_3' iránykoszinuszt felhasználva a (7) egyenletben az $\boldsymbol{R}_{\Phi\Omega K}^T$ forgatási mátrix 2. sorát és az $\boldsymbol{R}_{\varphi_1\omega_1\kappa_1}$ 3. oszlopának tagjait:

$$a_2\bar{a}_3 + b_2\bar{b}_3 + c_2\bar{c}_3 = b_3' = 0 \tag{8}$$

Fejtsük ki (8)-ban a Φ, Ω, K forgatási szögeket tartalmazó iránykoszinuszokat:

$$\begin{aligned} &(-\cos\Phi \sin K - \sin\Phi \sin\Omega \cos K) \cdot \bar{a}_3 + \\ &\cos\Omega \cos K \bar{b}_3 + \\ &(-\sin\Phi \sin K + \cos\Phi \sin\Omega \cos K) \cdot \bar{c}_3 = 0 \end{aligned} \tag{9}$$

Rendezzük az egyenletet $\sin\Omega$ szerint:

$$(C^2 - D^2)\sin^2\Omega + 2EC\sin\Omega + E^2 - D^2 = 0 , \tag{10}$$

ahol
$$C = \cos K(\cos \Phi \bar{c}_3 - \sin \Phi \bar{a}_3)$$
$$D = \cos K \bar{b}_3 \tag{11}$$
$$E = -\sin K(\cos \Phi \bar{a}_3 + \sin \Phi \bar{c}_3)$$

Helyettesítsük x-szel $\sin\Omega$ -t. A létrejött $(C^2 - D^2)\cdot x^2 + 2EC\cdot x + E^2 - D^2 = 0$ másodfokú egyenletet x-re megoldva megkapjuk a keresett β , illetve Ω szöget:

$$\beta = \arcsin(x) = \Omega \,. \tag{12}$$

Ezzel meghatároztuk az abszolút tájékozás elemeit. Alkalmazva a (3) összefüggések közül a 3. és 4. egyenletet kiszámíthatjuk a relatív tájékozás elemeit is. Így a relatív tájékozás és az arra épülő abszolút tájékozás elvégzése elkerülhető, ezek szükségessége, külön mérési folyamattal támogatva, nem indokolt.

4 Számpélda

Számpéldánk kiinduló adatai a 2. és 3. táblázatban láthatóak (Lobanov 1973). A kameraállandó értéke $c_k = 200$ mm. A későbbi ellenőrzés kedvéért a 4. táblázat szerint tekintsük ismertnek a felhasznált illesztőpontok modellkoordinátáit is.

A relatív. és abszolút tájékozás elemeit számoljuk ki először hagyományos módon kiegyenlítéssel (Albertz és Kreiling 1975) a 4. táblázatban megadott pontok és koordináták alapján. Az eredmények az 5. táblázatban láthatók.

Most számítsuk ki ugyanezeket az elemeket jelen cikkben ismertetett lépések szerint, vagyis (4)–(12), majd (3) egyenleteket alkalmazva megkapjuk az 6. táblázat adatait.

A 7. táblázatban láthatjuk a kétféle számítással (kiegyenlítéssel és átszámítással) kapott tájékozási elemek különbségeit. Megállapítható, hogy az eltérések nagysága a kiegyenlítés pontosságán belül van, tehát az átszámítással kapott értékek megfelelnek a kiegyenlítéssel kapott értékeknek.

2. táblázat. Kiinduló adatok – képkoordináták

Pontszám	$\xi_1(mm)$	$\eta_1(mm)$	$\xi_2(mm)$	$\eta_2(mm)$
7	-74.99510	76.46210	-88.39944	64.23841
9	84.76567	61.37481	73.33038	86.17855
21	-72.71549	-3.35005	-87.93338	3.49101
24	89.14018	1.65018	72.80513	3.49101
34	-70.39226	-84.68914	-88.07786	-56.84634
36	92.70205	-59.79649	72.27519	-79.93689

3. táblázat. Kiinduló adatok – külső tájékozási elemek

Képszám	$X_O(m)$	$Y_O(m)$	$Z_O(m)$	$\varphi(^0)$	$\omega(^0)$	$\kappa(^0)$
1	25000.0	24300.0	8000.0	+20.0	+1.0	-2.0
2	32500.0	24400.0	7900.0	-20.0	+1.0	0.0

4. táblázat. Illesztőpontok geodéziai és modell koordinátái

Pontszám	$X_G(m)$	$Y_G(m)$	$Z_G(m)$	$X_M(m)$	$Y_M(m)$	$Z_M(m)$
7	25000.0	27400.0	60.0	0.01943	0.39856	-1.063837
9	32500.0	27400.0	120.0	1.01890	0.38553	-1.042507
21	25000.0	24400.0	60.0	0.01410	-0.00126	-1.058396
24	32500.0	24400.0	240.0	1.01336	-0.01407	-1.021072
34	25000.0	21400.0	100.0	0.00870	-0.40102	-1.047623
36	32500.0	21400.0	300.0	1.00793	-0.41379	-1.007634

5. táblázat. Kiegyenlítéssel kapott tájékozási elemek

Paraméter	Érték
φ'	+ 20° 45' 46.71"
κ'	- 2° 26' 15.56"
φ''	-19° 15' 56.63"
ω''	- 1° 29' 04.21"
κ''	- 0° 58' 42.01"
X_E	25000.006 m
Y_E	24300.031 m
Z_E	8000.027 m
Φ	- 0° 45' 51.06"
Ω	+ 0° 46' 47.08"
K	+ 0° 45' 11.24"
m	7501.870318

6. táblázat. Átszámítással kapott tájékozási elemek

Paraméter	Érték
φ'	+ 20° 45' 44.83"
κ'	- 2° 26' 16.18"
φ''	- 19° 15' 45.29"
ω''	- 1° 29' 03.89"
κ''	- 0° 58' 42.62"
X_E	25000.0 m
Y_E	24300.0 m
Z_E	8000.0 m
Φ	- 0° 45' 49.79"
Ω	+ 0° 46' 47.47"
K	+ 0° 45' 50.03"
m	7501.333215

7. táblázat. Átszámítással kapott tájékozási elemek összehasonlítása

Paraméter	Eltérés
φ'	+1.88"
κ'	-0.62"
φ''	+11.34"
ω''	+0.32"
κ''	-0.61"
X_E	+0.006 m
Y_E	+0.031 m
Z_E	+0.027 m
Φ	+1.27"
Ω	-0.39"
K	-38.79"
m	+0.537103

5 Összefoglalás

A cikkben levezetésre került, hogyan lehet kiszámítani a relatív és abszolút tájékozás elemeit, ha ismertek a képpár külső tájékozásai elemei. Bizonyítást nyert, hogy ezzel a viszonylag egyszerű átszámítással elkerülhető a relatív és abszolút tájékozás végrehajtása. Az átszámítással kapott relatív tájékozási elemeket felhasználhatjuk a digitális fotogrammetriai munkaállomáson a maradék harántparallaxisok kiszámításához, valamint kiküszöböléséhez, így biztosítva folyamatos sztereoszemlélést.

Köszönetnyilvánítás. Köszönöm Dr. Mélykúti Gábornak a javaslatokat, melyek szemléletesebbé tették számomra a feladatot.

Hivatkozások

Albertz J, Kreiling W (1975): Photogrammetrisches Taschenbuch, Wichmann Verlag, Karlsruhe, 58-59.,228-229.
Lobanov AN, Burov MI, Krasznopevcev BV (1987): Fotogrammetria, Moszkva, Nedra, 110-111.
Lobanov AN (1973): Analiticsicseszkije modeli mesztnosztyi i sznyimkov, Moszkva, Nedra, 50-51.

WEB ALAPÚ FOTOGRAMMETRIAI ALKALMAZÁS PONTOSSÁGI VIZSGÁLATA

*Molnár Bence**

Accuracy analysis of a Web based photogrammetry application – *More and more job will be done by web applications, but is it possible to create a photogrammety application running in a web browser and will it meet the accuracy needs? This paper is about the accuracy analysis of a web based application using Direct Linear Transformation, paying special attention to the reduction of the impact of gross errors applying Huber-method. In the case of a frequently used photogrammetry application the probability of gross errors increases. The test is based on a large number of samples by a real model.*

Keywords: direct linear transformation, Huber-method, accuracy analysis, web based photogrammetry

Egyre több munkát végzünk az interneten webes alkalmazások segítségével, de vajon lehetséges-e egy böngészőben megfelelő pontosságú fotogrammetriai alkalmazást készíteni? Jelen tanulmány a Direkt Lineáris Transzformációt alkalmazó web alapú szoftver pontossági vizsgálatáról értekezik, külön figyelmet fordítva a durva hibák hatásának csökkentésére Huber-módszer segítségével. Egy széles körben használt fotogrammetriai alkalmazás esetén a durva hibák várható aránya megnövekszik. A minősítést nagy elemszámú minta alapján végeztük, valós modellen.

Kulcsszavak: direkt lineáris transzformáció, Huber-módszer, pontossági vizsgálat, web alapú fotogrammetria

1 Bevezetés

Napjaink fotogrammetriai kiértékelései általában nem nevezhetőek jól felügyelt megoldásoknak vagy a nagyfokú automatizálás miatt, vagy a kiértékelő szakmai tudásának hiánya miatt. Éppen ezért a kidolgozott eljárások robusztus mivolta kiemelkedő szerepet kap, a durva hibák hatásának minimalizálása elsődleges szempont. Az internet nyújtotta lehetőségeket kihasználva, és a jelenlegi fejlődési irányt követve, web alapú, bárki által egyszerűen használható új alkalmazás készült. Amennyiben a széles körben való használhatóságot tűzzük ki célként, akkor a felhasználók szakértelmére és céleszközökre nem lehet alapozni, éppen ezért a számítások során különböző ellenőrző folyamatokat kell beépíteni (Molnár 2010). Mindezeket úgy, hogy a számítási idő elfogadható szinten maradjon. Természetesen ezen célok mellett a szélső pontosságról le kellett mondani, bár a kidolgozott algoritmus pontosságot befolyásoló általánosításokat nem tartalmaz. Az eljárás használhatósága egy nagy elemszámú és összetett modell segítségével került megvizsgálásra, különös tekintettel a durva hibák hatásának minimalizálására. Az eljárás fontos eleme a Huber-módszer (Huber 1981) segítségével történő durvahiba-szűrés. A minősítés fő célja a Huber-módszer hatásának vizsgálata a fejlesztett alkalmazásban. A vizsgálat tárgya a máriabesnyői bazilika és kolostor épülete volt.

2 Web alapú alkalmazások

Napjainkban legkönnyebben az internetböngésző segítségével lehet széles körben elérhetővé tenni egy alkalmazást. A kitűzött cél érdekében egy szerver-kliens modell kialakításával és a weboldal létrehozásával valósult meg az alkalmazás (http://dlt.fmt.bme.hu). Fontos feladat volt a terheléselosztás megtervezése, illetve a hálózati forgalom minimalizálása a gyors használat érdekében (Grussenmeyer és Drap 2001). A kialakításkor cél volt a szabad szoftverek használata és a szab-

* *BME Fotogrammetria és Térinformatika Tanszék,1111 Bp, Műegyetem rkp. 3.*
E-mail: molnar.bence@fmt.bme.hu

ványhűség, hogy minden böngészőben azonos legyen a megjelenés és a működés. A web alapú megvalósítás további előnye a munkaállomástól független munkafolyamat (1. táblázat).

3 Számítási lépések

A böngészőben a felhasználói felület segítségével a felhasználó feltölti a képeket a szerverre, majd elvégzi a képkoordináta-mérést (1. ábra). A számítás ezután a szerveroldalon történik, Octave matematikai programnyelv segítségével.

A fotogrammetriai számítás alapjaként Direkt Lineáris Transzformáció (DLT) szolgál, mely lehetővé teszi amatőr kamerákkal készült képek feldolgozását is (Abdel-Aziz és Karara 1971). A DLT további nagy előnye, hogy bár minimálisan befolyásolja a számítás pontosságát, de lineáris formulát ad a számításokra (1), így a számítási idő csökkenthető, az iterációk elkerülhetőek. A DLT segítségével végrehajtott képkiértékelés során a sugárnyaláb-kiegyenlítésnél, az egy kép esetében megszokott 3+6 tájékozási adat helyett, 11 paraméter meghatározása szükséges, így az illesztőpontok száma ennek megfelelően legalább 6. A kiegyenlítés súlyozott legkisebb négyzetek módszerével oldható meg. A fotogrammetriában sűrűn előforduló rosszul kondicionált egyenletek számítása szinguláris érték szerinti felbontással javítható.

$$\begin{aligned} L_1X + L_2Y + L_3Z + L_4 - xL_9X - xL_{10}Y - xL_{11}Z - x = 0 \\ L_5X + L_6Y + L_7Z + L_8 - yL_9X - yL_{10}Y - yL_{11}Z - y = 0 \end{aligned}, \qquad (1)$$

ahol $L_{1\text{-}11}$ a transzformációs paraméterek, X, Y, Z a tárgyoldali koordináták és x, y a pixel koordináták.

Mivel a képkoordináták tapasztalatlan felhasználók munkája nyomán jönnek létre, a durva hibák valószínűsége nagyobb. A legkisebb négyzetek módszere a durva hibákra igen érzékeny eljárás, ezért azok hatását a kiegyenlítés eredményére minimalizálni célszerű. Erre jól alkalmazható a Huber-módszer (Huber 1981), mely a legkisebb négyzetek módszerének célfüggvényét kiegészíti a mérési hibák alapján fordított arányosan (Závoti 1996) történő súlyozással:

$$\psi(x) = \begin{cases} x, & |x| \le a, \\ a\dfrac{x}{|x|}, & |x| > a, \end{cases} \qquad (2)$$

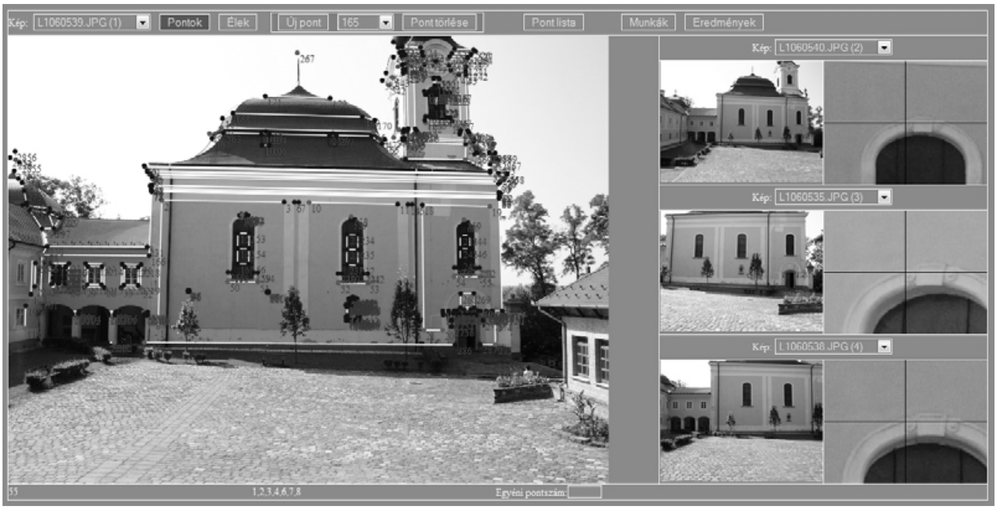
ahol x a valószínűségi változó, itt koordinátajavítás, $\psi(x)$ az x hatásfüggvénye és a a küszöbérték.

A számítás iterációkkal hajtható végre, de a tapasztalatok alapján jól konvergál, 3 iteráció már megfelelő eredményre vezet. A Huber-módszer előnye az egyéb, gyakran használt újrasúlyozó függvényekkel szemben, hogy hatásfüggvénye konvex, így minden esetben konvergens, és súlyfüggvénye hatékonyan számítható.

Fontos megemlíteni, hogy a paraméterek meghatározásához használt illesztőpontok tárgyoldali koordinátáit hibátlan mérésnek feltételezi az alkalmazás, mely később módosítható. A számítás során az x és y, illetve az X, Y és Z koordinátákat független változóként kezeli a program.

1. táblázat. Web alapú alkalmazások előnyei és hátrányai

Előnyök	Hátrányok
Operációs rendszertől független	Szélessávú internetkapcsolat szükséges
Nincs szükség programtelepítésre	A nagy képek nagy adatforgalmat eredményeznek
Nem igényel rendszergazdai jogokat	Korlátozások a böngésző miatt
Nincs szükség szoftverfrissítésre	Adatvédelmi aggályok
Hely- és időfüggetlen	
Mindig megszokott felhasználói felület	
Gazdaságos	



1. ábra. Felhasználói felület a képkoordináta-méréskor

4 Minősítő modell

Az alkalmazott algoritmus minősítésére a máriabesnyői bazilika és kolostor szolgált, mely Gödöllő mellett található. 1750-től kezdve több részletben épült, melynek következtében megfelelően tagolt (2. ábra). Az épületkülső konvergens fotogrammetriai hálózat segítségével került felmérésre. Természetesen a körülmények miatt csak korlátolt mértékben volt lehetséges a hálózat magassági kiterjesztése. Az illesztőpontok meghatározása geodéziai alapponthálózat segítségével, prizma nélküli üzemmódban történt.

A minősítés végső célja megállapítani, hogy a kifejlesztett programkörnyezet építészeti pontosságot kielégítően alkalmas-e épülethomlokzati rajzok készítésére. Ezáltal olyan alkalmazás válhat elérhetővé a leendő felhasználók számára, mely megfelelő megbízhatóságú eredménnyel szolgál majd különleges szakmai tudás és fotogrammetriai céleszközök nélkül is.

2. ábra. A máriabesnyői bazilika és kolostor

5 Minősítő vizsgálat

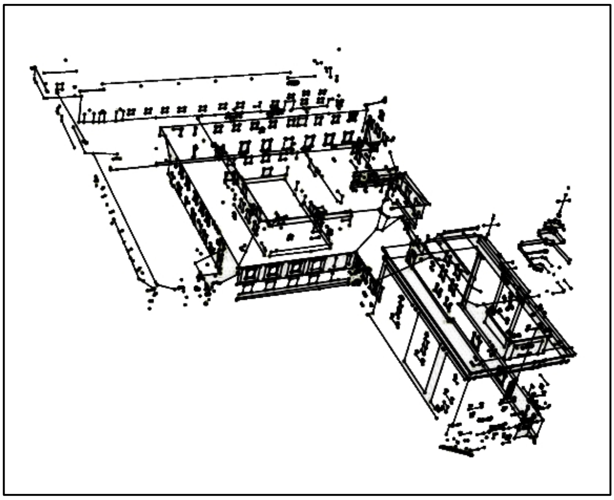
A minősítő vizsgálat során 600 geodéziai úton meghatározott illesztőpont került felhasználásra a képek tájékozásához. A teljes kiértékelés 150 kép segítségével történt, melyek állványról, egy Leica Digilix 3 típusú digitális fényképezőgéppel készültek, 3136x2352 pixeles geometriai felbontással, JPEG formátumban tömörítve. A képeken legalább 9 illesztőpont került digitalizálásra, a meghatározott pontok legalább 5 képen jelentek meg. A modell elkészítése során 3000 új pont koordinátája került meghatározásra (3. ábra).

A vizsgálat kiemelt célja volt a durva hibával terhelt mérések hatásának megfigyelése legkisebb négyzetek módszerével, illetve ugyanannak Huber-módszerrel történő kiegészítésével. A számított pontok középhibájának statisztikai elemzése (Detrekői 1991) során kiderült, hogy az átlagos középhiba 3 mm-es értéket mutatott, ami megfelelőnek mondható, de a maximális érték 50 mm volt. A magas középhiba érték egyértelműen az épület több méteres beugrásainál, fákkal takart részein volt megfigyelhető, tehát igen rossz metszésviszonyok mellett.

A minősítés következő lépése az illesztőpontok geodéziai és fotogrammetriai (a transzformációs paraméterek meghatározása után ismeretlen térbeli koordinátájú pontnak feltételezve) úton történő meghatározásának összehasonlítása volt. Átlagosan 3 mm eltérés volt tapasztalható, de mivel a maximális érték 160 mm volt, ami elfogadhatatlan mértékű, ezért további vizsgálatok elvégzése vált szükségessé. A kritikus pontok beazonosítása során kiderült, hogy azok a templom tetőszerkezetén, illetve a süvegen találhatóak, bádogból készültek. Ilyen körülmények között a geodéziai mérés megbízhatósága technikai okokból – a mérőjel beesési szöge és a felület visszaverő képessége miatt – igen kérdéses, ellenőrző mérések során bizonyíthatóvá vált a geodéziai mérés jelentős hibája. Ebből adódóan megállapítható, hogy az illesztőpontok tárgyoldali koordinátáit is hibával terhelt mérésként kell kezelni. Fontos kijelenteni, hogy bár az illesztőpont-meghatározás pontatlan, a magasan elhelyezkedő illesztőpontok felhasználása mégis igen fontos a képek tájékozásának nagyobb stabilitása érdekében.

A geodéziai- és a fotogrammetriai úton meghatározott pontok összesen 35 esetben adtak 5 mm-nél nagyobb eltérést, *X* irányban 25, *Y* irányban 30, *Z* irányban 7 darabot. A *Z* irány nagyobb megbízhatósága magyarázható azzal, hogy ez az irány a képsíkokkal mindig közel párhuzamos, míg az *X*- és *Y* irányok minden irányban előfordulhatnak.

A képek tájékozása során fel nem használt illesztőpontok fotogrammetriai úton történő meghatározása további minősítő vizsgálatra ad lehetőséget. A 15 pontra kiterjedő vizsgálat átlagos hibája 4 mm, maximális értéknek 6 mm adódott (2. táblázat). Huber-módszer használata nélkül ezen pontok átlagos eltérése 10 mm volt, maximális értéknek 23 mm adódott.



3. ábra. A kapott pontfelhő és élek

2. táblázat. Pontossági vizsgálat eredményei

Vizsgálatok	Eredmények
Ismeretlen pontok átlagos középhibája	3 mm
Ismeretlen pontok maximális középhibája	50 mm (rossz metszésviszonyok)
Illesztőpontok újraszámításának átlagos hibája	3 mm
Illesztőpontok újraszámításának maximális hibája	160 mm (hibás illesztőpont-meghatározás)
Ellenőrzött pontok átlagos eltérése	4 mm
Ellenőrzött pontok maximális eltérése	6 mm
Durva hibás mérések	28

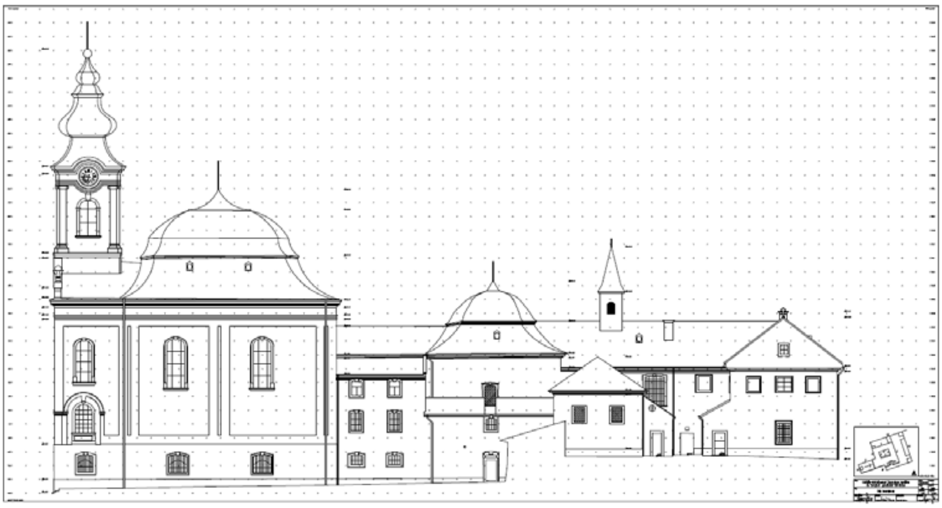
A végeredmények tehát a kitűzött célnak megfelelnek, amennyiben a tévesen felhasznált illesztőpontok figyelmen kívül hagyásával további javulás érhető el.

Fontos azonban megvizsgálni a Huber-módszer teljesítményét az adott algoritmus tekintetében. A Huber-módszer küszöbszáma – ahonnan az adott mérést durva hibával terheltnek tekinti – 2 pixelben került meghatározásra. A számítás során durva hibás méréseknek minősített képkoordináták száma a 16000 digitalizált pontból 28, melyek valóban elazonosításból származó hibák.

6 Összefoglalás

A nagy elemszámú minta alapján kapott statisztikai mérőszámok igazolják, hogy az alkalmazott algoritmus az elvárt módon viselkedik, miközben a számítási idő (150 kép, 600 illesztőpont és 3000 mért pont 3 perc alatt) is elfogadható mértékű. A vizsgálat elején kitűzött építészeti pontosságnak a kapott végeredmény megfelel, a program által durva hibásnak ítélt képkoordináták, valamint a geodéziai mérések hibáit javítva mindenhol 5 mm-es megbízhatósággal végezhető el a számítás. A pontfelhő alapján az épület homlokzatrajza is elkészíthetővé vált (4. ábra).

A web alapú alkalmazás egy jövőbeni lehetőség a fotogrammetria hétköznapi használatára, alacsony költséggel, mind a felhasználók, mind az alkalmazást fejlesztők számára a szabad szoftvereknek köszönhetően. A szerveren futó kód további előnye, hogy nem szükséges különböző verziókhoz támogatást nyújtani. A kidolgozott algoritmus megfelelő lehetőséget ad a durva hibákkal terhelt képkoordináta-mérések alapján történő számításra, így elérhető egy, a hétköznapi célokra jól használható térbeli mérést lehetővé tevő eszköz.



4. ábra. A mért pontok alapján készült homlokzatrajz

Hivatkozások

Abdel-Aziz YI, Karara HM (1971): Direct Linear Transformation from Comparator Coordinates into Object Space Coordinates, ASP Symposium on Close-Range Photogrammtery, 1-18.

Detrekői Á (1991): Kiegyenlítő számítások, Tankönyvkiadó, Budapest, 685.

Grussenmeyer P, Drap P (2001): Possibilites and limits of Web photgrammetry - Experiences with the ARPENTEUR web based tool. Heidelberg, Photogrammetric Week 01, Wichmann Verlag, 275-282.

Huber PJ (1981): Robust Statistics, John Wiley & Sons, New York, 301.

Molnár B (2010): Direct Linear Transformation Based Photogrammetry Software On The Web, in ISPRS Commission V Mid-Term Symposium. Vol. XXXVIII, Part 5, 462-465.

Závoti J (1996): Robusztus becslési módszerek a geodéziában. BME habilitációs disszertáció, 35.

A DIGITÁLIS FOTOGRAMMETRIA GYAKORLATI ALKALMAZÁSA AZ ÉPÍTÉSZETBEN

*Szerdahelyi András**

The practical application of digital photogrammetry in architecture – *The accurate measurement and documentation of historical monuments is one of the primary assignments of architecture and institutions dealing with protection of monuments. Working with PhotoModeler we can create centimetre accurate photo-textured and measurable 3D model.*

Keywords: protection of monuments, photo-textured 3D model

A PhotoModeler modellalkotó szoftver – mint a digitális fotogrammetria eszköze – gyakorlati példákon történő bemutatása, értékelése, alkalmazási lehetőségei az építészet terén. A műemlék jellegű épületek megfelelő pontosságú felmérése és dokumentálása az építészet, illetve a műemlékvédelem egyik alapvető feladata.

Kulcsszavak: műemlékvédelem, fotó-realisztikus 3D modell

1 Bevezetés

A műemlék jellegű épületek megfelelő pontosságú felmérése és dokumentálása az építészet, illetve a műemlékvédelem egyik alapvető feladata. A végeredményként szolgáló alaprajzok, metszetek, valamint homlokzati rajzok tájékoztatást adnak a vizsgált épület kiterjedéséről, formájáról, a részletek arányairól, a felületek elhelyezkedéséről.
A felmérések fontosak lehetnek a jövőben:

- a művészettörténészeknek az építészeti módszerek tanulmányozásához és a formák, a részletek, valamint a homlokzatok időrendi és stílusfejlődési tanulmányozásához;
- az építészeknek a műemlék védelmét célzó építészeti tanulmányok készítéséhez, az esetleges épületmozgások meghatározásához;
- archiválási célból, amely lehetővé teszi az eredeti állapot visszaállítását esetleges természeti katasztrófa okozta részleges vagy teljes rongálódás esetén (Kis Papp 1981).

A fent említett célok elérését különféle módszerek segítik. A feladat elvégezhető:

- geodéziai felmérés útján (térbeli előmetszés, prizma nélküli ú.n. „DR" mérés);
- fotogrammetriai felméréssel, amely lehet
    - klasszikus földi fotogrammetria,
    - digitális fotogrammetria vagy
    - lézerszkennelés.

Mindegyik felhasználható technológiának természetesen megvannak a maga előnyei, hátrányai (1. táblázat).

Az analitikus (klasszikus) fotogrammetriát egyre inkább felváltja az olcsóbb digitális fotogrammetria, melynek nagy előnye, hogy nem szükséges hozzá speciális fényképezőkamera, kiértékelő szoftver. A végeredményként kapott fotó-realisztikus 3D-s modell középkategóriás fényképezőgépekkel, PC alatt futó alkalmazásokkal is elérhető. Kellő tervezés után nincs szükség pótmérésre, az irodában a mérést követően bármikor elkészíthető a cm pontos modell (Szerdahelyi 2008).

*BME, Általános- és Felsőgeodézia Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.
E-mail: a.szerdahelyi@freemail.hu

1. táblázat: Felmérési módszerek előnyei, hátrányai

	geodézia	klasszikus fotogrammetria	lézerszkennelés
hátrány	kitakarások miatt több álláspont → több idő	objektum megvilágítása szükséges, több álláspont	kitakarások miatt több álláspont
	pontvázlat készítése	speciális műszer, szoftver igény	speciális műszer, szoftver igény
	az utófeldolgozás jelentős (struktúra kialakítása)	illesztőpontokat kell mérni	az utófeldolgozás hosszadalmas
	kimaradt részletek csak pótméréssel pótolhatók		szakembert igényel
			nagy költségvonzat
előny	optika nagyítása nagy /lézerfénnyel való mérés	gyors terepi „mérés”	gyors terepi mérés
	műszerhibák számíthatók	nem kell pótmérés	nem kell pótmérés
	akár mm-es pontosság		fotó-realisztikus hatás a 3D-s modellben

2 A modellezés tárgya

Budapest XIV. kerületében található Ajtósi Dürer sor – Hermina út – Ida utca határolta önkormányzati épületegyüttes homlokzatállaga az utóbbi évek során sokat romlott. Az épülettömbben kapott helyet:

- a Teleki Blanka Gimnázium (1. ábra),
- a Városligeti Magyar - Angol Két Tanítási Nyelvű Általános Iskola,
- valamint a Herminka Óvoda.

Funkcióját tekintve elengedhetetlen az építményt nemcsak statikailag biztosítani, hanem esztétikailag is rendben tartani.

2009 februárjában kaptuk a felkérést, hogy végezzük el az épület homlokzatfelmérését, egy önkormányzati felújítás előkészítése kapcsán. Feladatunk a homlokzatrészek függőlegességének vizsgálata volt a legfelső szint párkánymagasságában található téglasorához képest (2. ábra).
Az épület felső része egy oromfal, amely nem csatlakozik a tetőhöz, ezért az esőzések hatására többségben befelé (tető irányába), esetenként kifelé (utca/udvar irányába) dől.

Cél, hogy geodéziai, illetve – a fotó-realisztikus hatás elérése érdekében - fotogrammetriai úton is kimutathatóak legyenek ezek a cm éles dőlés értékek.

1. ábra. Ajtósi Dürer sor – Gimnázium

2.1 A felhasznált szoftver bemutatása

A feldolgozáshoz a kanadai Eos System Inc. által kifejlesztett PhotoModeler Pro 6.0 verziójú modellalkotó szoftvert használtam (www.eossystems.com). A cég egy olyan módszert dolgozott ki, amely a fotogrammetria területén számítógépes látvány létrehozására alkalmazható a digitális képfeldolgozás során, és mindezt Windows platform alatt. A program segítségével a létező tárgyakról készült fényképek felhasználásával 3 dimenziós modellek készíthetők. Az ily módon létrejött modellek általában olcsóbban és gyorsabban készíthetők el, mint kézzel rajzolt társaik.

2.2 A kamera kalibrációja

A felhasznált fényképezőgép kalibrálását szintén el lehet végezni a PhotoModeler szoftverrel. A kamera kalibrálási jegyzőkönyve a belső tájékozás alábbi információit tartalmazza (Kraus 1998):

- kameraállandó,
- Y_P, X_P: képfőpont koordinátái,
- *K1, K2, K3, P1, P2*: elrajzolási paraméterek,
- F_W, F_h: képformátum.

Egy rács (3. ábra), azaz egy ismert geodéziai koordinátájú pontokból álló tesztmező különböző szögből történő lefényképezése után, a kalibrálás segítségével automatikusan mérhetők a pontok pixelkoordinátái. Ezek alapján sugárnyaláb-kiegyenlítéssel a program kiszámítja a kamera kalibrációs adatait.

2.3 A digitális képek készítése

A módszer alapelve a fotogrammetrián alapul, vagyis legalább 2 fénykép kell egy pont térbeli azonosításához.

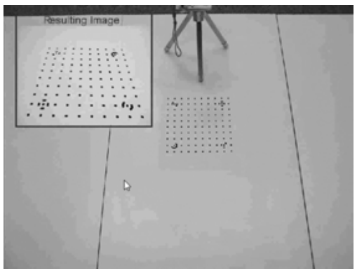
Egy pont előmetszésénél – a klasszikus geodéziában is tanult szabály –, hogy a 2 álláspont és a meghatározandó pont által alkotott háromszög ismeretlen pontjánál levő szög minél jobban közelítse meg a 90 fokot, ekkor legmegbízhatóbb a metszés és legkisebb a hibalehetőség (4. ábra).

A gyakorlatban azonban célszerű, ha legalább 3 fényképen látszódnak a modellen is megjelenítendő pontok. Hiszen, mint ahogy az 5. ábrán is látható, az „A” és a „B” pont is a 2. fényképezőállás nélkül csupán egyik képen látszódna.

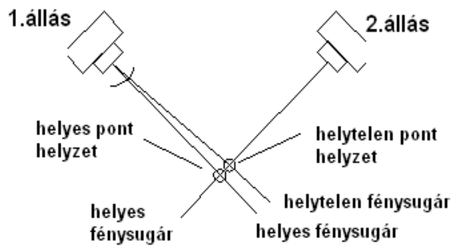
Ezért szükséges az ilyen takart helyzeteknél egy harmadik, szemből történő fénykép készítése is. Ilyen esetben természetesen nem érhető el az ideális (90°) metszés, de a program már 20°-os törésszög esetén is képes a képek kiértékelésére.

Minden homlokzatrészről több szögből több felvétel készült. A modellezendő objektum kiterjedt mérete okán (külső homlokzat: 58m x 140m) a fényképfelvételek száma háromszáz feletti (6. ábra).

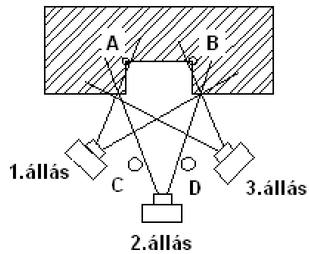
2. ábra. Felső homlokzatrész



3. ábra. Kalibrációs rács



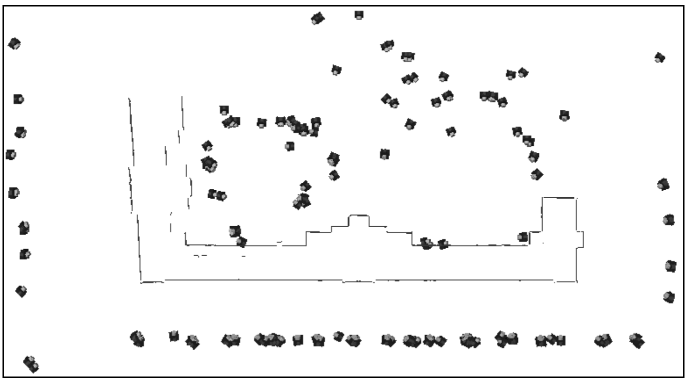
4. ábra. Az ideális metszési szög



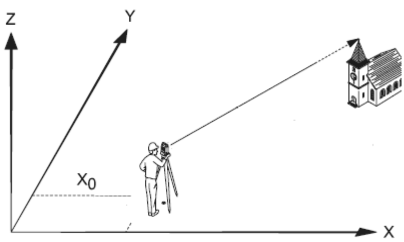
5. ábra. Fényképezés 3 állásból

2.4 Geodéziai felmérés

A geodéziai felmérés célja, hogy úgynevezett illesztőpontokat szolgáltasson a fotogrammetriai feldolgozás számára, ezáltal kerül a modell egy egységes koordinátarendszerbe. A módszer során egy olyan mérőállomást alkalmaztunk (Leica TPS 803), amely direkt-reflexesen (fényvisszaverő prizma nélkül) képes szög-, illetve távolság-meghatározást végezni az épülethomlokzat megirányzott jellemző pontjaira (7. ábra). Ezzel egy előre definiált koordináta-rendszerben (helyi rendszer) meghatározhatóak a mért pontok 3-dimenziós koordinátái, melyből illesztőpontokat kiválasztva következhetett a fotogrammetriai feldolgozás.



6. ábra. A felvételkészítés helyei



7. ábra. Prizma nélküli „DR" mérés

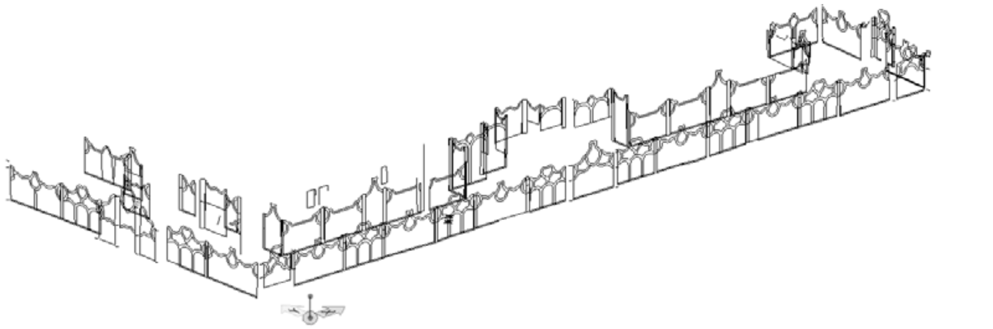
2.5 A 3D-s modell előállítása

A kameránk kalibrálása (belső tájékozási elemeinek meghatározása) után a fényképek „összeillesztése”, tájékozása következik, legalább hat, mindkét fényképen látható azonos pont megjelölésével. A sugárnyaláb-kiegyenlítés végeredményeként kapjuk a képek külső tájékozási adatait (X_C, Y_C, Z_C, ω, φ, κ), valamint az illesztőpontok felhasználásával a tárgypontok kiegyenlített, 3 dimenziós koordinátáit. A tárgypontok összekötésével létrehozható a 3D-s modell ponthalmazából a vázszerkezet (8. ábra), s az azokon fekvő fénykép-textúra (9. ábra).

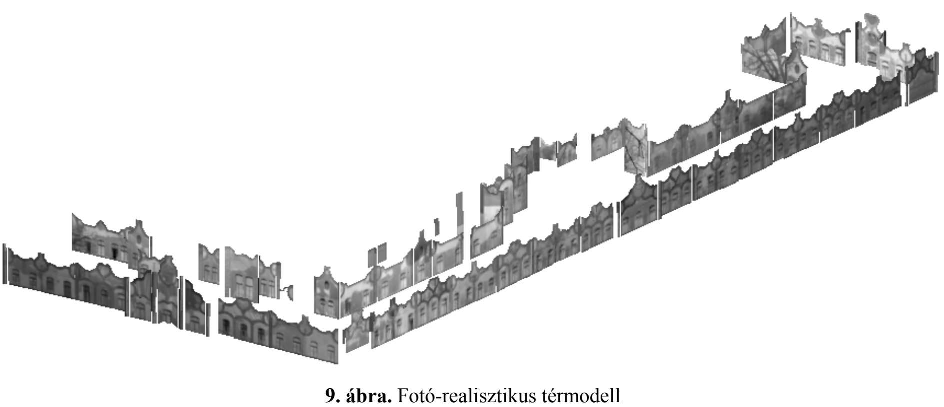
Végeredményként egy ~cm pontos térmodellt kaptunk, melyen már elvégezhető a célként kitűzött függőleges értelmű dőlésvizsgálat.

3 Kiértékelés

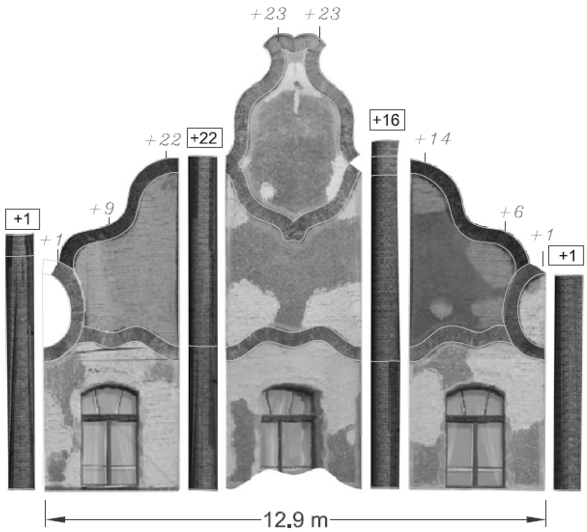
A fotogrammetria előnye a vázszerkezet elkészültén kívül maga az ortofotó (az épület homlokzatáról készült perspektív leképezésű felvételek homlokzatra vetített képe), amely esztétikai értékén túl különösen műemléképületek homlokzatának dokumentálásában lehet hasznos (10. ábra). Az oromzatok, rizalitok dőlésének értéke – a legfelső szint párkánymagasságában található téglasorához képest – cm egységben lett kimutatva. Bár a fotogrammetriai kiértékelés szolgáltathatna cm alatti középhibát is, a szűk utca okán fellépő meredek felvételi irány, valamint a geodéziai bemérés során a homlokzati felület egyenetlensége okán ± 2-3 cm-es pontossággal értékelhetjük a modellt. A függőlegestől való eltérések értelmezésénél „+” előjel jelenti, ha a vizsgált felület a viszonyítási síknál távolabb van az utcától (befelé dől), „-” előjel, ha közelebb van az utcához (kifelé dől). Ezen adatok stabil alapot szolgáltatnak az építész számára az épület aktuális állapotával kapcsolatban.



8. ábra. A vázszerkezet



9. ábra. Fotó-realisztikus térmodell



10. ábra. Kiértékelt ortofotó –
Ajtósi Dürer sor oromzatok, rizalitok dőlésének értékei (cm)

4 Alkalmazási lehetőségek

A szoftver különböző exportálási lehetőséget nyújt, átalakíthatjuk munkánkat a CAD rendszerbeli *.dxf formába, lehetőségünk van az internetes megjelenítést célzó WRLM, a Google Earth által használt (*.kmz) fájlformátumba menteni, de több más exportálási lehetőséget is kapunk (pl. *.avi, *.3ds), mely mind azt a célt szolgálja, hogy minél szélesebb körben váljon használhatóvá a kész modell.

5 Összefoglalás

Munkámban egy műemlék jellegű épület fotó-realisztikus modelljének előállítását mutattam be. A modell építészeti célú elemzése, a segítségével történő kiértékelés nagyban hozzájárul az állagmegóvás, homlokzat-felújítás elősegítéséhez.

Látható, hogy a digitális fotogrammetria alkalmazásával gazdaságosan állítható elő az építészet számára megfelelő pontosságú térmodell, mely segítségével elvégezhetők a kívánt beavatkozáshoz szükséges mérések, elemzések.

Köszönetnyilvánítás. Köszönettel tartozom a Geodist Kft. munkatársainak a geodéziai illesztőpontok szolgáltatásáért.

Hivatkozások

EOS Systems Inc. PhotoModeler Pro Version 5.0, 6.0 Help
Kis Papp L (1981): Építészeti fotogrammetria. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 9-10.
Kraus K (1998): Fotogrammetria. Tertia Kiadó, Budapest, 45, 329-331.
Leica Geosystems TPS 800 User manual
Szerdahelyi A (2008) Műemléképületek háromdimenziós fotómodelljének készítése PhotoModeler segítségével, Geodézia és Kartográfia, Budapest, 60(3), 27-31.

A MÁTYÁSHEGYI GRAVITÁCIÓS ÉS GEODINAMIKAI OBSZERVATÓRIUM ÁTFOGÓ GRAVITÁCIÓS MODELLEZÉSE

Tóth Gyula[*,**], *Égető Csaba*[**]

Complex gravity field modelling in the Mátyáshegy Gravity and Geodynamic Observatory – *What is the effect of cavities and rock masses above the Gravity and Geodynamic Observatory of ELGI on the observations? To answer this question a complex model was constructed containing all the rock masses and cavities as well as fixed mass elements inside the observatory chambers. Gravitational potential, gravity vector and gravity gradient tensor elements of the complex mass model were all calculated using Holstein's formulas. An additional error analysis quantified the effect of model point uncertainties on all of the calculated gravity field parameters (potential and its first and second derivatives). This enables us to estimate and consider instrumental corrections of measurements made at any point of the model. These estimates have been checked by old gravimetric and both old and new torsion balance measurements at points of the observatory's network.*

Keywords: gravitation, cavity effect, gravity potential, gravity gradient, error analysis

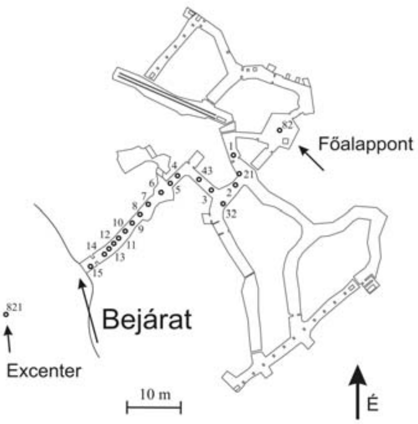
Az ELGI Gravitációs és Geodinamikai Obszervatórium üregeinek és az azok felett elhelyezkedő hegynek milyen hatása van az ott folyó észlelésekre? Ennek a kérdésnek a vizsgálatához egy olyan komplex modellt építettünk fel, amelyben külön figyelembe vettük a hegy külső részét, az obszervatórium üregeit, az üregekben található fix beépített elemeket. Holstein összefüggései alapján számítottuk e komplex modell tömegvonzási potenciálban, térerősségben, valamint Eötvös-tenzor elemeiben észlelhető hatását. A modellszámításhoz kapcsolódóan hibavizsgálatot is végeztünk, a modellpontok koordinátahibáinak hatását megvizsgáltuk a modellből számított nehézségi erőtér paramétereire (potenciál első- és magasabbrendű deriváltjaira). Így a modell bármely pontjában történő műszeres észlelés helyére lehetőségünk van a méréseinkhez tartozó korrekció kiszámítására, és figyelembe vételére. A modellre számított eredményeket archív graviméteres, illetve archív és új Eötvös-inga mérések segítségével ellenőriztük az obszervatórium mikrobázisának pontjain.

Kulcsszavak: tömegvonzás, üreghatás, potenciál, nehézségi térerősség, gradiens, hibavizsgálat

1 Bevezetés

Budapest harmadik kerületében, a Szépvölgyi út mellett található a Mátyáshegyi-barlang. A barlang felsőbb járatait az 1930-as években fedezték fel elsőként a Budapesti Egyetemi Turista Egyesület (BETE) tagjai. Ennek a mintegy 750 m hosszúságú szakasznak a nagy részét (370 m) a II. világháborúban légoltalmi óvóhelynek rendezték be, és így a természetes barlangot nagymértékben átalakították (1. ábra). A hatvanas évek végén ezen átalakított tereket a Természetvédelmi Hivatal átadta geofizikai kutatások céljára az ELGI (Eötvös Lóránd Geofizikai Intézet) Földfizikai Főosztályának, így kapta a „Mátyáshegyi Geodinamikai Állomás" (továbbiakban: obszervatórium) nevet. Az obszervatórium tevékenységének célja a különböző geodinamikai folyamatok monitorozása, a földi árapály-változások, tektonikai és környezeti deformációk figyelemmel kísérése. Az obszervatórium tartalmazza többek között a magyarországi gravitációs főalappontot is, amely része az ELGI által működtetett Országos Gravimetriai Alapponthálózatnak, illetve az Országos Graviméter-kalibráló Alapvonalnak (ELGI honlap, Mentes et al., 2006). 1976-ban Csapó Géza egy 14 pontból álló gravimetriai mikrobázist telepített, ahol számos graviméterrel végeztek részben külföldi (japán, német, osztrák, szlovák), részben magyar hallgatók – diplomatervek keretében – kalibráló méréseket. 1970-től 1989-90-ig rendszeres árapály regisztrálás folyt, előbb Heiland, majd LCR graviméterekkel.

[*] *MTA-BME Fizikai Geodézia és Geodinamika Kutatócsoport, BME, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.*
E-mail: gtoth@sci.fgt.bme.hu
[**] *BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.*
E-mail: csabiegeto@yahoo.de



1. ábra. Az obszervatórium helyszínrajza és a mikrobázis pontjai

1994-ben pedig ezen (árapály-regisztráló) graviméterekhez tervezett automatikus laboratóriumi kalibráló berendezést telepítettek, ahol német, amerikai és osztrák gravimétereket kalibráltak.

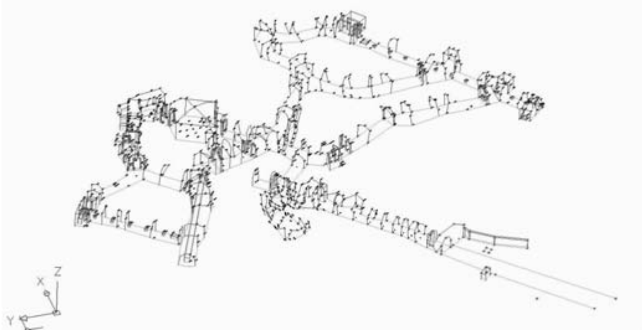
Az állomáson gravimetriai (kalibráló, abszolút és relatív) mérések mellett együttműködésben az ELGI és a soproni MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézete, árapály- és nem árapály (pl. tektonikai, környezeti) eredetű deformációk extenzométeres regisztrálását végzi. 2006-ban az ELGI-ben felújított E-54 típusú Eötvös-ingával, valamint a BME – szintén felújított – Auterbal-ingájával jelenleg is folynak kísérleti mérések a mikrobázis pontjain.

Az obszervatórium bejáratának és környékének első geodéziai felmérése megbízás formájában Dr. Varga József nevéhez fűződik. E munka végterméke egy 1:500-as méretarányban készült síkrajzot és domborzatrajzot tartalmazó térkép. Később a hegy első gravitációs modellezését Ultmann Zita TDK- és diplomamunka keretében végezte el. (Ultmann 2009). A Mátyáshegyi Geodinamikai Állomáson működő extenzométerek telepítése után Dr. Kis Márta és Detzky Gergely végzett el végeselemes modellezés segítségével üreghatás- valamint árapályterhelés karakterisztika vizsgálatot (Kis és Detzky 2009). (Az ehhez felhasznált geometriai adatok az obszervatórium alaprajzából, valamint Ultmann Zita TDK dolgozatában (Ultmann 2007) szereplő Mátyáshegy-felületet leíró adatrendszeréből származtak.)

2 Tömegmodell készítése

A tömegmodell készítéséhez kiinduló adatként megkaptuk Ultmann Zitától a 2007-ben készített TDK dolgozatában felmért Mátyáshegy felszíni pontjainak koordinátáit (kb. 300 pont, Ultmann 2007). Ezen felszíni pontok egy részét fotogrammetriai módszerrel, illesztőpontok segítségével, másik részét Dr. Varga József felméréséből származó térkép alapján, interpolált magasságokkal, megint más részét topográfiai térképről digitalizált szintvonalak segítségével határozta meg a szerző.

Kiegészítve ezeket a méréseket, első lépésben az obszervatórium járatait mértük fel (későbbiekben: belső felmérés). A mérés hagyományos geodéziai módszerrel történt relatív, helyi koordinátarendszerben, szög- és távolságméréssel. Az alappontsűrítés szabadálláspont-létesítéssel és további poláris-pont méréssel valósult meg. Az alkalmazott műszer egy Leica 1201-es elektronikus mérőállomás volt, amelynek szögmérési pontossága: ±1″, távmérési pontossága egy prizmára (alappontsűrítésnél): ±1 mm + 1,5 ppm, prizma nélkül (részletpont mérésnél) pedig ±2 mm + 2 ppm (milliomodrész). A felmérés során a részletpontokat a jellemző helyeken, keresztszelvényszerűen vettük fel (2. ábra) ezzel is segítve a későbbi adatfeldolgozás, szerkesztés fázisát. Az obszervatórium járataiban összesen 1260 részletpontot mértünk. A felméréshez kb. 35 alappontot használtunk.



2. ábra. Keresztszelvény-szerűen felvett részletpontok

Második lépésben elhelyeztük a már felmért járatokat GPS-technika és giroteodolit segítségével az EOV koordinátarendszerben. Az elhelyezés során hasonlósági transzformációt alkalmaztunk. Hálózati RTK technológiával meghatároztunk 3-4 kiválasztott alappontot, amely pontok egyben elemei Ultmann Zita munkájának, valamint elemei a belső felmérésnél felvett pontoknak is. Ezek közül kiválasztottunk egy pontot (excenter) a transzformációnál az eltolás meghatározásához. A belső felmérés helyes irányba forgatásához pedig egy giroteodolittal meghatározott irány azimutja segített. Két ponton (excenter és a főalappont) végeztünk giroteodolitos észlelést. A főalapponton mért irány, annak rövidsége miatt csak a beforgatás ellenőrzését szolgálta.

A hegy felszíni pontjaira nézve is elvégeztünk egy hasonlósági transzformációt az egységes összeillesztés érdekében. Ehhez a transzformációhoz szükséges együtthatókat a korábban már említett 3-4 alappont segítségével határoztuk meg.

A harmadik lépésben további külső kiegészítő mérést végeztünk a geodinamikai állomás bejáratához közvetlen közeli és távolabbi részen hálózati RTK segítségével. A mért pontok száma kb. 350 (3. ábra). Ezzel előállt egy egységes koordinátarendszerben (hálózati RTK szolgáltatta EOV) a felmért, a megkapott és kiegészített pontok együttese. Ezek után a részletpontok helyes struktúra szerinti összekötése, értelmezése következett.

A pontok összekötését és a felületek létrehozását 3D modellező szoftverekkel végeztük (AutoCad és Blender, a hegyfelszín pontjait Delaunay háromszögeléssel, míg az üregeket manuálisan). A folyamat célja egy zárt, „vízhatlan” modell alkotása volt. Ezen folyamat során szükség volt a modell tisztítására, ellenőrzésére. A duplikált pontok, élek, nem záródó felületek kiszűrésére a MeshLab programot alkalmaztuk.

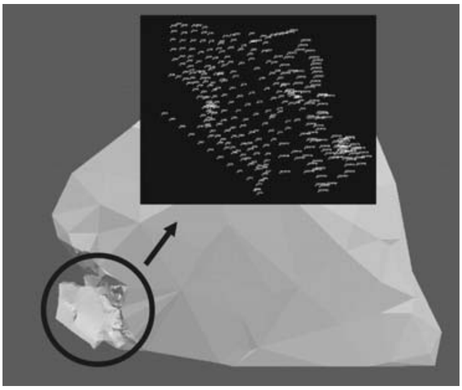
A modell „vízhatlanságának”, a lapok normálvektorai helyes irányításának ellenőrzésére – egyedülálló módon – a Laplace-összefüggést használtuk (Biró 1985)

$$V_{xx} + V_{yy} + V_{zz} = 0 , \tag{1}$$

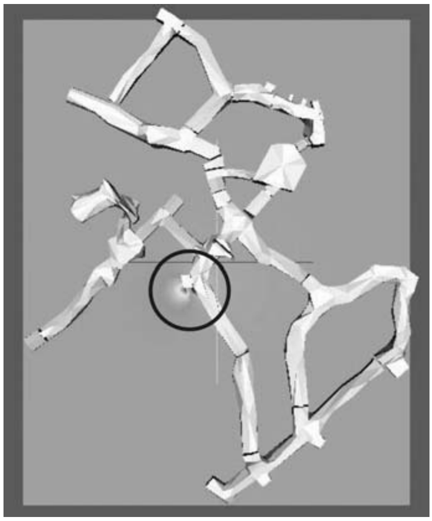
ahol V a tömegvonzási potenciál és

$$V_{xx} = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} , \; V_{yy} = \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \; , \; V_{zz} = \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} . \tag{2}$$

Az (1) összefüggés alkalmazásakor a teljes üregmodellből számítottuk ki a Laplace-kifejezés értékét a modell közelében fekvő, de azon kívül levő sík pontjaiban. Egy erre vonatkozó példát szemléltet a 4. ábra, ahol a modellt borító lapok közül az egyik irányítottsága a többitől eltérő volt, és így a Laplace-összefüggés kiszámításával megtalálhattuk azt a helyet, ahol ez a lap elhelyezkedett, mivel annak közelében a teljes üregmodellel kiszámított Laplace-összefüggés a zérustól jelentősen eltérő értéket adott.



3. ábra. Külső kiegészítő mérés az obszervatórium bejáratánál



4. ábra. Laplace-összefüggés alkalmazása a modell ellenőrzésére

Alkalmaztunk egy referenciamodellt is a nem kívánt peremhatás elkerülése végett. A referenciamodell sűrűsége megegyezett a tömegmodell sűrűségével, és csupán a tömegmodell peremének pontjait és éleit tartalmazta. Felső és alsó részét további pontok hozzáadása nélkül, a perem felső és alsó pontjait külön-külön összekötő háromszöghálózattal zártuk le. A referenciamodell tehát egy nagyjából állandó vastagságú lemez volt, amely a célunknak megfelelően pontosan követte az elkészített tömegmodell esetlegesen kialakított peremének geometriai sajátosságait, mivel a két modell pereme tökéletesen azonos volt. A két modell tömegközéppontja viszont nem esett egybe, de az ebből származó, térben lassan változó, szabályos eltérések tapasztalataink szerint jóval kevésbé torzítják az eredményeket, mint a gyorsan változó, igen szabálytalan peremhatás. Egy kiegészítő belső modellt is készítettünk, ami tartalmazta a belső pilléreket, épített falakat stb. Ezekkel együtt a teljes modell 4 részből állt (5. ábra):

1. referenciamodell (110 pont és 216 él alkotta)
2. hegymodell (715 pont és 1424 él)
3. belső üreg modell (1224 pont és 2430 él)
4. belső kiegészítések modell (284 pont és 444 él)

Így összességében az elkészített és számításba vett modellt 2333 pont és 4514 él alkotta.

5. ábra. Teljes modell részlete: üreg + kőfejtő

3 A tömegvonzási erőtér

A valódi nehézségi erőtér W potenciálja a V gravitációs- vagy tömegvonzási-, a V_F forgási- vagy centrifugális-, valamint a V_A árapálykeltő erők potenciáljából tehető össze. A három tag közül azonban csak a gravitációs összetevő kiszámítása okoz problémát, ezért a továbbiakban csak ezzel foglalkozunk.

Egy tetszőleges alakú és sűrűségeloszlású tömeg esetében a tömegvonzási potenciál (Biró, 1985)

$$V(P) = k \iiint\limits_{x'y'z'} \frac{\rho(x',y',z')}{\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2\right]^{1/2}} dx'dy'dz' \tag{3}$$

alakjából kiindulva (k a Newton-féle tömegvonzási állandó, $\rho(x', y', z')$ a tömeg sűrűségfüggvénye, $P(x, y, z)$ a számítási pont és $P'(x', y', z')$ a tömegelem helyzete) a megfelelő koordináták szerinti differenciálással az Eötvös-tenzor elemei elvileg egyszerűen előállíthatók. A valódi nehézségi erőtér W potenciáljának második deriváltjai egyetlen szimmetrikus tenzorba foglalhatók, amelyet Eötvös-féle tenzornak nevezünk:

$$\boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_{xx} & E_{xy} & E_{xz} \\ E_{yx} & E_{yy} & E_{yz} \\ E_{zx} & E_{zy} & E_{zz} \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Az Eötvös-féle tenzorban szereplő mennyiségek SI mértékegysége 1 $ms^{-2}/m=1s^{-2}$. Ennek 10^{-9}-szeresét is használják, és ezt Eötvös Loránd tiszteletére 1 Eötvösnek nevezik (1 $E=10^{-9}s^{-2}$).

Valamely szintfelület tetszőlegesen kiválasztott környezetében minden irányban változik, vagy változhat a nehézségi gyorsulás. A helyi vízszintes síkban található olyan irány, amely mentén a legnagyobb a változás. Ha ezen vízszintes s irány mentén képezzük a nehézségi gyorsulás differenciálhányadosát, akkor a vízszintes, vagy *szintfelületi* gradienst kapjuk. Ez vektormennyiség; iránya a legnagyobb változás vízszintes iránya. A szintfelületi gradiens a potenciállal kifejezve (ha z a függőleges irány):

$$\frac{\partial g}{\partial s} = \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial s} = E_{zs}\,, \tag{5}$$

ennek derékszögű összetevői:

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial x} = E_{zx}\,; \; \frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial y} = E_{zy}\,. \tag{6}$$

A geodéziai rendszerben szokás szerint $+x$ az északi, $+y$ a keleti irány.

Ha a nehézségi gyorsulást a z függőleges irány szerint differenciáljuk, a nehézségi gyorsulás függőleges (vertikális) gradiensét kapjuk:

$$\frac{\partial g}{\partial z} = \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = E_{zz}\,. \tag{7}$$

A vertikális gradiens a nehézségi gyorsulásnak a függőleges irányban mérhető távolságegységre eső megváltozását adja.

A nehézségi erő szintfelületei alakjának a gömbi szimmetriától tapasztalható eltérését az ún. görbületi eltéréssel lehet jellemezni. A szintfelület görbületi eltérése – vagy Eötvös elnevezésével a horizontális irányítóképesség – nem más, mint a szintfelület valamely pontjában a legnagyobb és a legkisebb görbület különbségének és az illető pontban a nehézségi gyorsulásnak a szorzata, amely az Eötvös-inga mérésekkel kifejezve (Völgyesi 2002, Völgyesi és Ultmann 2007):

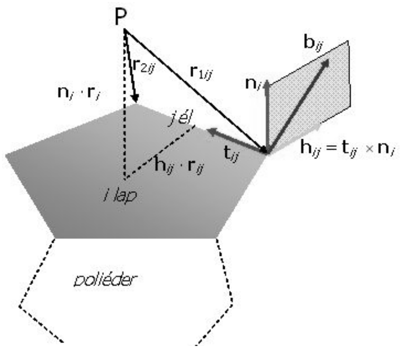
$$R = \sqrt{E_\Delta - 4E_{xy}}\,, \tag{8}$$

ahol $$E_\Delta = E_{yy} - E_{xx}\,. \qquad (9)$$

A modellezés során a vizsgálataink középpontjában a gravitációs- vagy tömegvonzási erőtér potenciálja, annak térerőssége valamint gradiense állt.

4 A tömegvonzási potenciál és gradienseinek számítása (V, gradV, E)

Egy tetszőleges homogén sűrűségeloszlású *poliéder* (síklapokkal határolt test) *gravitációs hatásának számítására* a Holstein (2003) által kidolgozott összefüggéseket használhatjuk. Az összefüggések egy (i-edik lapon a j-edik) élhez kapcsolt ortonormális ($\boldsymbol{h}_{ij}$, $\boldsymbol{t}_{ij}$, $\boldsymbol{n}_i$) vektorhármasra épülnek (6. ábra). Az $\boldsymbol{n}_i$ vektor az i-edik lap kifelé mutató normális egységvektora. A $\mathbf{t}_{ij}$ vektor az i-edik lapon a j-edik él $\boldsymbol{n}_i$ normálvektor irányából nézve óramutató járásával ellenkező irányba mutató egységvektora. A $\boldsymbol{h}_{ij}$ vektor pedig a $\boldsymbol{h}_{ij} = \boldsymbol{t}_{ij} \times \boldsymbol{n}_i$ vektorszorzatból adódik, és jobbsodrású rendszerré egészíti ki a vektorhármast. A számítási összefüggésekben alapvető szerepe van még a $\boldsymbol{b}_{ij}$ vektornak, amely a $\boldsymbol{h}_{ij}$ és $\boldsymbol{n}_i$ vektorok síkjába esik, tehát azok lineáris kombinációja az alábbiak szerint:



6. ábra. Poliéder tömeghatás számítása

$$\boldsymbol{b}_{ij} = \boldsymbol{h}_{ij} \ln\frac{1+\Lambda_{ij}}{1-\Lambda_{ij}} - \boldsymbol{n}_i\, 2\,\mathrm{sign}(\boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{r}_i)\,\mathrm{arctg}(\lambda_{ij}). \qquad (10)$$

Az összefüggésben a sign( ) az előjel függvény, $\boldsymbol{r}_i$ a P számítási pontból a poliéder i-edik lapjának tetszőleges pontjába mutató vektor, továbbá $\boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{r}_i$ a két vektor skaláris szorzatát jelöli. A dimenziótlan Λ_{ij} és λ_{ij} számokat pedig az alábbi képletek definiálják:

$$\Lambda_{ij} = \frac{s_{ij}}{r_{1ij} + r_{2ij}}\,, \quad \lambda_{ij} = \frac{(\boldsymbol{h}_{ij} \cdot \boldsymbol{r}_{ij})\,\Lambda_{ij}}{\frac{1}{2}\left(r_{1ij} + r_{2ij} - s_{ij}\Lambda_{ij}\right) + |\boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{r}_i|}\,. \qquad (11)$$

Végezetül, a fenti összefüggésekben r_{1ij} és r_{2ij} a P pontnak a j-edik él két végpontjától mért távolsága, illetve s_{ij} a j-edik él hossza.

A P pontban a test V gravitációs potenciálja, a gravitációs erő g vektora illetve az $\mathbf{E}$ Eötvös tenzor (gravitációs gradiens tenzor) a test összes lapjára és az adott lap összes élére vett alábbi összegekkel állítható elő (a $\otimes$ jel a vektorok ún. külső, diadikus szorzatát jelenti és ez egy tenzort eredményez; k a Newton-féle tömegvonzási állandót, valamint ρ a konstans sűrűséget jelöli):

$$\begin{aligned} V(P) &= \tfrac{1}{2} k\rho \sum_i \boldsymbol{r}_i \cdot \boldsymbol{n}_i \sum_j \boldsymbol{b}_{ij} \cdot \boldsymbol{r}_{ij} \\ \boldsymbol{g}(P) &= \nabla V(P) = k\rho \sum_i \boldsymbol{n}_i \sum_j \boldsymbol{b}_{ij} \cdot \boldsymbol{r}_{ij} \qquad (12) \\ \boldsymbol{E}(P) &= \nabla\nabla V(P) = k\rho \sum_i \boldsymbol{n}_i \otimes \sum_j \boldsymbol{b}_{ij} \end{aligned}$$

A fenti képleteket az alábbi FORTRAN 90 nyelven programozott számítási eljárással értékeljük ki, amely a PolyGrav program része, és elérhető a (http://www.geod.bme.hu/gtoth/PolyGrav.html, 2011-04-11) oldalon.

```
subroutine GrEl(Corner, Face, rho, Points, dV, dG, dE)
```

Az eljárás (szubrutin) paraméterei a következők:

1. `Corner` – a test csúcspontjainak koordinátái
2. `Face` – az egyes lapok sarokpontjainak indexei a `Corner` tömbben
3. `rho` – a test sűrűsége (kg/m^3)
4. `Points` – a számítási pont(ok) koordinátái
5. `dV`, `dG`, `dE` – a számított eredmények az adott pontokban (1, 3 ill. 6 elem)

Mivel az Eötvös-tenzor szimmetrikus, ezért van csak 6 független eleme: E_{xx}, E_{yy}, E_{zz}, E_{xy}, E_{xz}, E_{yz}. A szubrutin az eredményeket J/kg, µGal illetve E (Eötvös) mértékegységekben adja meg.
A teljes modell tömeghatásának számítása egy pontra a 2. fejezetben az 1-4. pont szerint megadott modellek alapján, a következőképp történt:
teljes hatás = külső hegy modell hatása – referencia modell hatása – belső üreg modell hatása + belső kiegészítések modell hatása

5 A tömeghatás számításának eredményei

Az elkészült modellen többek között a következő vizsgálatokat végeztük:

1. Modellszámítás során alkalmazott sűrűség vizsgálata.
2. Összehasonlító vizsgálatok graviméteres és Eötvös-inga mérésekkel.
3. Pontossági vizsgálatok.

5.1 Kőzetsűrűség vizsgálat

Számításaink kezdetén tudomásunk volt arról, hogy a Mátyás-hegy alapvetően üledékes kőzetből, mészkőből áll. A szakirodalomban a mészkőre egy 2710 kg/m^3-es sűrűség értéket találunk, ezért kezdetben ezzel az értékkel számoltunk. Később, amikor részletesebben utánajártunk szakirodalmakban az obszervatórium közvetlen közelében lévő rétegződéseknek, akkor találkoztunk Pécsi Márton egyik munkájában (1959) konkrét utalással a Mátyás-hegy Szépvölgyi út felőli kőbányájára (ami közvetlenül a modellezett járatrendszer bejáratánál található). Az obszervatóriumhoz tartozó járatok 90%-a eocén nummulinás Szépvölgyi Mészkő Formációban halad, a barlangrendszer legfelső részei felnyúlnak az erre rakódó felső eocén-oligocén Budai Márga Formációba. A későbbi számításainkhoz a két kőzet átlagsűrűségét vettük fel, ami 2593 kg/m^3. A modellszámítástól előzetesen elvárjuk azt, hogy ha a korábbitól eltérően egy más sűrűséget veszünk fel, az az eredményeinkben egy méretarányszorzónyi eltérést okoz. Ezt ellenőrzendő a modell teljes területére mindkét sűrűséggel 1 m × 1 m × 1 m-es felbontásban kiszámoltattuk V, $G \equiv g$ és E értékeket, majd tetszőlegesen választva az egyik sűrűséggel számolt értékeket a két sűrűség arányszámával felszorozva képeztük a másik sűrűséggel számolt értékekkel való különbségét:

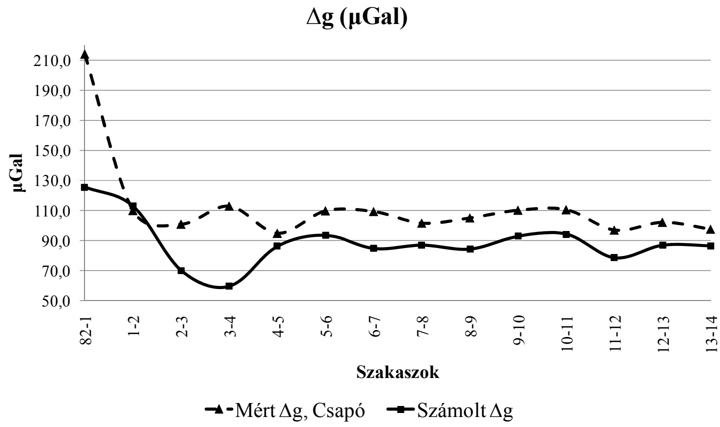
$$\text{Eltérés}(V, G, E) = \text{Hatás}^{2590}(V, G, E) - \text{Hatás}^{2710}(V, G, E) \cdot \frac{2593}{2710}. \qquad (13)$$

Eredményül az Eltérés(V,G,E) értéke (összesen 199 125 modell elemből számítva) minimálisan: -0,01, maximálisan: 0,01 (J/kg, µGal, E) lett. Ez az eltérés a közel 200 ezer elemet tartalmazó modell esetében az összegzésből halmozódó numerikus hibának tulajdonítható, ami azt jelenti, hogy az ellenőrzés sikeres volt.

5.2 Összehasonlító vizsgálatok graviméteres és Eötvös-inga mérésekkel

A modell elkészültével természetesen adódott az igény a mért és számított mennyiségek összehasonlítására.

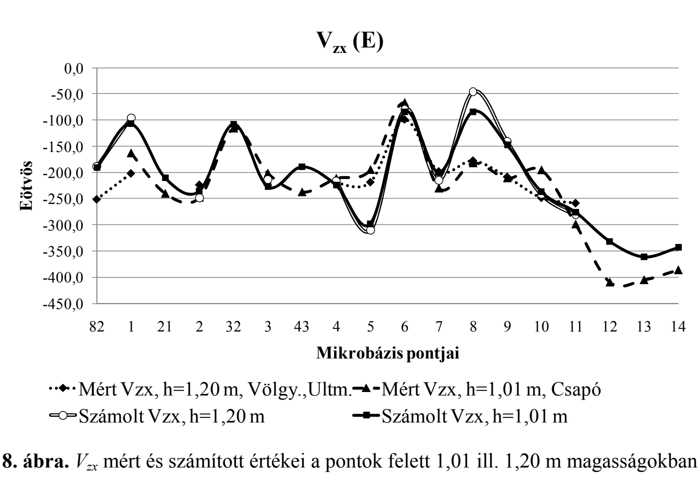
Először a mikrobázis pontjai közötti szakaszok (1982-től 1991-ig) mért és kiegyenlített nehézségi gyorsulás különbség-értékeit hasonlítottuk a számítottakhoz (Csapó G. személyes közlése), lásd 7. ábra. A mért és számított értékek átlagos eltérése 20 µGal, ettől nagyobb eltérések a barlang belseje felé (főalappont közelében) fordulnak elő, maximálisan 80 µGal értékben.



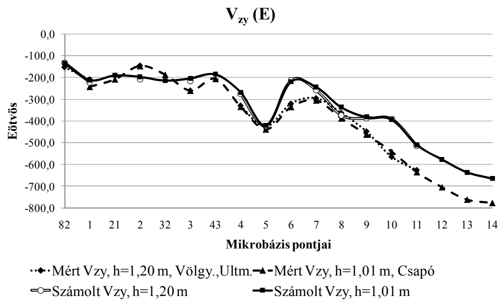
7. ábra. 1982-91 között mért és a modellből számított Δ*g* értékek összehasonlítása

Ezután Csapó G. 1993-as E54 típusú Eötvös-ingával (Csapó G. személyes közlése), valamint Völgyesi L.-Ultmann Z. 2009-es Auterbal-ingával (Ultmann 2009) mért eredményeit hasonlítottuk össze a modellből számított értékekkel (lásd. 8-12. ábrákat). Mindkét mérés alapvetően a mikrobázis pontjain történt, mégsincs teljes átfedés. Míg Csapó G. 1993-as mérésénél a műszermagasság 1,01 m volt, addig az Auterbal-ingával történt méréseknél 1,20 m. Ezek az értékek azért fontosak, mert az összehasonlításhoz a mikrobázis pontjainak függőlegesében cm-es felbontásban számoltuk a gradiensek értékeit, majd az összehasonlítás során figyelemmel voltunk arra, hogy a két mérés eltérő magasságban történt. Ezeken túl a két észlelést különböző számú azimutokban (3 ill. 5) végezték. Csapó G. méréseit 3, Völgyesi L.-Ultmann Z. 5 azimutban hajtotta végre. Ezekből következik, hogy a V_Δ-ra és $2V_{xy}$-ra kevesebb összehasonlító adat áll rendelkezésre.

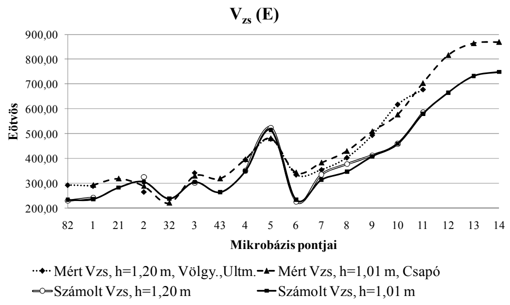
A 8-10. ábrákat figyelve elmondható, hogy a szintfelületi gradiens, valamint vízszintes összetevői a mért értékekhez nagy hasonlóságot mutatnak, ám attól helyenként kisebb-nagyobb eltérések adódnak (V_{zx} esetén max. 120E, V_{zy} esetén max. 100E, különösen a barlang bejárata felé, V_Δ max. 800E) . Az eltérések nem csak a modell hibáiból és a mérési hibákból adódhatnak, hanem a mérési pontok környezetében a mért mennyiségek nemlineáris változása is szerepet játszhat. Ugyanis az Eötvös-ingával mért értékek számítási összefüggései azon a feltevésen alapulnak, hogy az inga tömegei közötti (kb. 35 cm-es) távolságon belül a *g* változása lineárisnak tekinthető. A számításaink viszont egyértelműen azt mutatták, hogy a *g* változása a barlang falainak közelében már nem tekinthető ilyennek. Ezért a jövőben tervezzük az összehasonlítás újbóli elvégzését a nemlineáris változások figyelembe vételével.



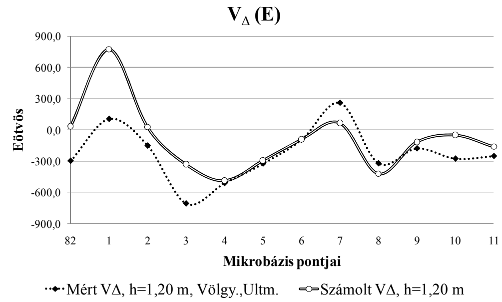
8. ábra. V_{zx} mért és számított értékei a pontok felett 1,01 ill. 1,20 m magasságokban



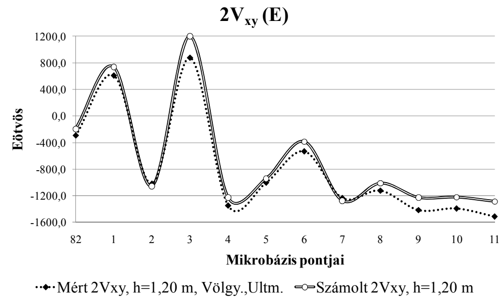
9. ábra. V_{zy} mért és számított értékei a pontok felett 1,01 ill. 1,20 m magasságokban



10. ábra. V_{zs} (szintfelületi gradiens) mért és számított értékei a pontok felett 1,01 ill. 1,20 magasságokban



11. ábra. V_{Δ} mért és számított értékei a pontok felett 1,20 m magasságban



12. ábra. $2V_{xy}$ mért és számított értékei a pontok felett 1,20 m magasságban

5.3 A modell pontossági vizsgálata

A modell létrehozása után arra a kérdésre, hogy az eredményként kapott mennyiségeket milyen pontosnak tekinthetjük, a következőképp kerestük a választ Monte Carlo módszer segítségével (Metropolis és Ulam 1949).

A modell bemenő paramétereit, azaz a teljes modellt alkotó pontok koordinátáit normális eloszlású hibával terheltük, majd figyeltük, milyen hatással lesz ez az eredményekre. A modellt terhelő véletlen jellegű hibák tekintetében öt részvizsgálatunk volt. Ebből az ötből négy esetén a teljes modell (hegy, belső üreg és belső üreg kiegészítések) mindhárom részét azonos hibával terheltük (±1cm; ±3cm; ±5cm; ±10cm). Majd az ötödik esetben a modell azon pontjait, amelyeket mérőállomással mértünk ±5cm-rel, a többit (hegy modell) ±100cm-el láttuk el. Így szem előtt tartottuk a teljes modell koordinátáira vonatkozó meghatározási módszerek heterogenitását (ld. 2. fejezet).

Részvizsgálatonként 500-500 ismétlést végeztünk. A kapott eredmények statisztikai jellemzőit kiszámítva jutottunk az 1. táblázatban közölt értékekre. Ezen középhibák mértékegységeit a baloldali oszlopban szereplő mennyiségek mellett lehet megtalálni. A táblázat utolsó oszlopában található középhibákat összevetve a harmadik és negyedik oszlop adataival kijelenthetjük, hogy a gradiensek számításában a lokális hely, míg a nehézségi térerősség ill. potenciál esetén a nagy tömegek geometriai adottságai a döntőek.

1. táblázat. A pontossági vizsgálat eredményei

		A modellt terhelő középhibák				
		± 1 cm	± 3 cm	± 5 cm	± 10 cm	± 5/ ± 100 cm
A modell válasza (Középhibák) p=0.99 konfidencia szint mellett	V_{zx} (E)	± 0.67	± 2.00	± 3.38	± 6.96	± 6.88
	V_{zx} (E)	± 0.63	± 1.91	± 3.21	± 6.60	± 6.48
	V_{Δ} (E)	± 0.97	± 2.95	± 5.05	± 10.96	± 9.26
	$2V_{xy}$ (E)	± 1.10	± 3.35	± 5.70	± 12.06	± 9.84
	V_{zz} (E)	± 0.87	± 2.66	± 4.60	± 10.57	± 9.49
	G_x (μGal)	± 0.42	± 1.24	± 1.92	± 4.09	± 19.83
	G_y (μGal)	± 0.44	± 1.34	± 2.18	± 4.32	± 21.24
	G_z (μGal)	± 0.66	± 1.98	± 3.28	± 6.16	± 31.10
	V (J/kg)	± 1.12	± 3.30	± 5.14	± 10.29	± 57.09

6 Összefoglalás

Sikeresen modelleztük a Mátyás-hegy összetett tömegének, különösen az obszervatórium üregeinek gravitációs hatását. A modellalkotás során eredményesen használtuk a Laplace-összefüggést. Az elkészült modellel többek között megvizsgáltuk, hogy ha más kőzetsűrűséget alkalmazunk, akkor ez valóban a számolt eredményekben pusztán méretarányszorzóként jelenik meg. Összehasonlítottuk a modellből számolt, valamint a helyszínen mért graviméteres ill. egymástól függetlenül mért Eötvös-ingás eredményeket. Az összehasonlítások szerint a mikrobázis pontok zöménél jó a hasonlóság (mind értékekben, mind irányokban). Az esetenként látható eltérések mögött véleményünk szerint, egyrészt a nem modellezett hatások (pl. a hegy további, a modellbe nem beépített üregei), másrészt a már említett nemlineáris *g* változás húzódhatnak meg, illetve Monte Carlo (500 ismétléses) módszerrel pontossági mérőszámokat vezettünk le minden modellezett paraméterre, a koordináták meghatározásának pontosságától függően. Jövőbeli terveinkben további vizsgálatok szerepelnek.

Köszönetnyilvánítás. Kutatásaink részben a 76231 sz. OTKA, illetve a TÁMOP 421B projekt támogatásával folynak. Köszönettel tartozunk Csapó Gézának, Ultmann Zitának és Völgyesi Lajosnak, hogy rendelkezésünkre bocsátották az E-54 és Auterbal típusú ingákkal végzett korábbi méréseik eredményeit. Köszönjük továbbá bírálóink, Benedek Judit és Kis Márta értékes észrevételeit és javaslatait.

Hivatkozások

Biró P (1985): Felsőgeodézia. (Egyetemi jegyzet) Budapest, Tankönyvkiadó, 196.

Holstein, H (2003): Gravimagnetic anomaly formulas for polyhedra of spatially linear media. Geophysics, Vol 68., 157-167.

Kis M, Detzky G (2009): Estimation of the cavity effect for a geophysical extensometric monitoring system using a finite element modelling. XIII. Congress of Hungarian Geomathematics and 2nd Congress of Croatian and Hungarian Geomathematics, Mórahalom, 2009 május 21-23.

Mentes Gy, Kis M, Eper-Papai I, Ujvari G (2006): New results of the extensometric measurements at Budapest Geodynamic Observatory. BIM (Bulletin d'Information des Marées Terrestres) 141, pp. 11263-11269.

Metropolis, N, Ulam, S (1949). The Monte Carlo Method. Journal of the American Statistical Association, 44(247), 335-341.

Pécsi M (1959): Budapest természeti földrajza, Akadémiai kiadó, Budapest, 208.

Ultmann Z (2007): Gravitációs tömeghatás számítása a Mátyás-hegyi barlang környezetében, BME, Építőmérnöki Kar, TDK Dolgozat, Földmérő és térinformatikai szekció, 23.

Ultmann Z (2009): A nehézségi erőtér gradienseinek vizsgálata a Mátyás-barlangban. Diplomamunka, Budapest, 69.

Völgyesi L (2002): Geofizika, Tankönyvkiadó, Budapest, 346.

Völgyesi L, Ultman Z (2007): A nehézségi erőtér gradienseinek függőleges irányú változása. Geodézia és Kartográfia, 59(8-9), 11-23.

NEHÉZSÉGI GRADIENSEK LINEARITÁS-VIZSGÁLATA A MÁTYÁS-BARLANGBAN

Völgyesi Lajos, **, Ultmann Zita**

Question of linearity of the gravity gradients in the Mátyás cave – *Linear changing between the adjoining network points is an important demand of different interpolation methods using the gravity gradients measured by torsion balance. To study the linearity torsion balance measurements were made in the surroundings of a gravity microbase point in the gravity laboratory of Loránd Eötvös Geophysical Institute in the Mátyás cave. Controlling the measurements gravity model computations were made at the same time. Our investigations demonstrate that the changing of gravity gradients is not linear even between neighbouring points having only 30 cm distance, in the case of huge gravity gradients in the Mátyás cave.*

Keywords: gravity gradients, curvature data, linearity, Torsion balance

Az Eötvös-inga mérések alapján végzett különféle interpolációs számítások során fontos alapkövetelmény a nehézségi gradiensek és a görbületi értékek két pont közötti lineáris változása. Ennek vizsgálata céljából Eötvös-inga méréseket végeztünk a budapesti Mátyás-barlangban az ELGI gravitációs mikrobázisának pontjaiban. A mérésekkel párhuzamosan ellenőrző modellszámításokat is végeztünk. Vizsgálataink alapján megállapítható, hogy a mérési pontokban tapasztalható extrém magas gradiens értékek esetén még 30 cm távolságon belül sem tekinthető minden esetben lineárisnak a gradiensek változása.

Kulcsszavak: nehézségi gradiensek, görbületi értékek, linearitás, Eötvös-inga

1 A linearitás-vizsgálat szükségessége

Korábbi munkáink során már felmerült a gyanú, hogy az ingamérések rendelkezésünkre álló pontsűrűsége sok esetben nem elegendő, mivel a nagy gradiensű területeken a magas frekvenciás változások nagy amplitúdója miatt egészen rövid távolságon belül sem tekinthető lineárisnak a gradiensek változása.

Amennyiben Eötvös-ingával mért W_Δ és W_{xy} görbületi adatok felhasználásával szeretnénk függővonal-elhajlás különbségeket interpolációval számítani az α_{ik} azimutban lévő *n* irányban a P_i és a P_k pont között, akkor a

$$\int_{n_i}^{n_k} \frac{\partial^2 W}{\partial n \partial s} dn \tag{1}$$

integrált kell kiszámítanunk, ahol

$$\frac{\partial^2 W}{\partial n \partial s} = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \cos 2\alpha_{ik} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \sin 2\alpha_{ik} = \frac{1}{2} W_\Delta \sin 2\alpha_{ik} + W_{xy} \cos 2\alpha_{ik} \tag{2}$$

amelyben n_{ik} a P_i és a P_k pont távolsága egymástól, *s* az *n*-re merőleges koordináta irány, W_Δ és W_{xy} pedig az Eötvös-ingával mérhető görbületi értékek (Völgyesi 2005).

* *Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános- és Felsőgeodézia Tanszék*
** *MTA-BME Fizikai Geodézia és Geodinamikai Kutatócsoport*
1111 Budapest, Műegyetem rkp.3.
E-mail: volgyesi@eik.bme.hu, ultmann@gmail.com

Ha a P_i és a P_k pont elég közel fekszik egymáshoz úgy, hogy közöttük a W_{ns} második differenciálhányados megváltozása *lineárisnak* tekinthető, akkor az (1) integrál a

$$\int_{n_i}^{n_k} \frac{\partial^2 W}{\partial n \partial s} dn = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial^2 W}{\partial n \partial s}\right)_i + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial n \partial s}\right)_k\right] n_{ik} \tag{3}$$

a trapéz integrálközelítő képlettel számítható. Ekkor a ξ és az η függővonal-elhajlás összetevőknek a P_i és a P_k pont közötti $\Delta\xi_{ki}$ és $\Delta\eta_{ki}$ megváltozása az

$$\frac{1}{2}\left[(\Delta W_{ns})_i + (\Delta W_{ns})_k\right] n_{ik} = g\left(\Delta\xi_{ki} \sin\alpha_{ik} - \Delta\eta_{ki} \cos\alpha_{ik}\right) \tag{4}$$

összefüggéssel számítható, ahol a

$$\Delta W_{ns} = \frac{1}{2}(W_\Delta - U_\Delta)\sin 2\alpha_{ik} + (W_{xy} - U_{xy})\cos 2\alpha_{ik} \ , \tag{5}$$

amelyben az U_Δ és az U_{xy} az Eötvös-ingával mérhető W_Δ és W_{xy} görbületi gradiensek normálértékei (Völgyesi 2005).

A fentiek szerint a számított függővonal-elhajlás értékek pontossága egyértelműen attól függ, hogy a két szomszédos Eötvös-inga mérési pont között mennyire lineáris a W_Δ és a W_{xy} görbületi gradiensek megváltozása.

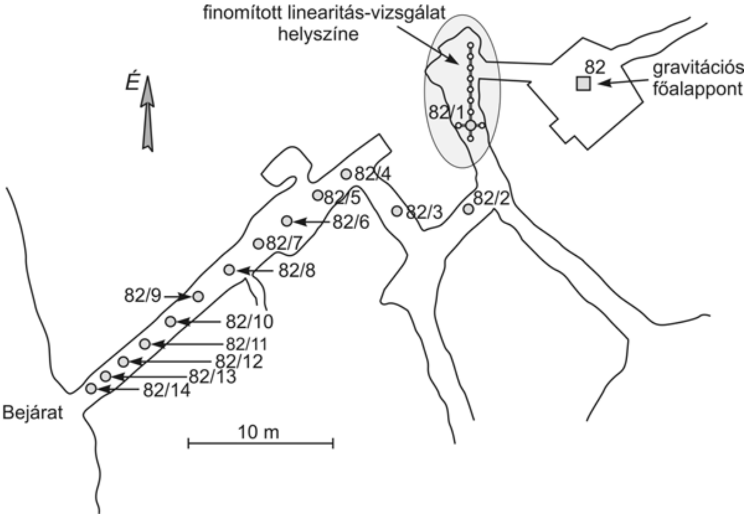
Teljesen hasonló esettel állunk szemben, ha a W_{zx} és a W_{zy} nehézségi gradiensek felhasználásával g vagy Δg értékeket számítunk interpolációval, ugyanis a (3)-hoz hasonlóan trapéz integrálközelítő módszerrel kell számolnunk (Völgyesi, Tóth és Csapó 2005, 2007).

Összefoglalva megállapíthatjuk tehát, hogy az Eötvös-inga mérések alapján végzett függővonal-elhajlás interpoláció, a geoid finomszerkezetének meghatározása, a nehézségi gradiensek felhasználásával g vagy Δg értékek számítása, és a vertikális gradiensek interpolációja során a numerikus integrálás számításakor, valamennyi esetben fontos alapkövetelmény a W_{zx}, W_{zy} nehézségi gradiensek és a W_Δ W_{xy} görbületi értékek két pont közötti lineáris változása. Ezért az interpolációhoz az Eötvös-inga mérések olyan pontsűrűségére van szükségünk, amely biztosítja ezt a fontos feltételt – vagyis az interpolációs számítások során az elérhető pontosság alapvetően ennek a függvénye.

2 A mérések helyszíne

A linearitás-vizsgálatokat a budapesti Mátyás-barlangban az ELGI gravitációs mikrobázisának az 1. ábrán látható pontjain végeztük. A mérési helyszín vázlatán látható, hogy a mikrobázis 82/1-től 82/14-ig számozott pontjai egymáshoz igen közel, alig néhány méteres távolságban helyezkednek el. A mikrobázis 82/4-től 82/14-ig számozott pontjai a barlangba vezető egyenes bejárati folyosón találhatók. A folyosó a 82 jelű főalappontot tartalmazó nagyteremhez képest jóval alacsonyabb és keskenyebb. A 82/4-es ponttól kifelé a 82/14-es pontig a barlang bejárata felé haladva jelentkezik egyre inkább a külső meredek sziklafal gravitációs hatása. Az ismert egyre nagyobb gradiensértékek miatt (Völgyesi és mások, 2009) a mérési pontok a bejárathoz közeledve egyre sűrűsödnek.

Méréseinket a 82/1 jelű pont közvetlen környezetében tovább finomítottuk, a pont körül észak-déli illetve kelet-nyugati irányban a mérési pontokat 30 cm lépésközűre sűrítettük. Így a méréseket É-D irányban +210 és -30 cm között 9 pontban, K-Ny irányban a szűk barlangfolyosó miatt -30 és +30 cm között 3 pontban végeztük.



1. ábra. A gravitációs mikrobázis pontjai és a linearitás-vizsgálat helyszíne a Mátyás-barlangban

A mérési helyszín abból a szempontból is ideálisnak tekinthető, hogy a barlangban gyakorlatilag nem változik a hőmérséklet, ezért az ingaméréseket leginkább zavaró hőmérséklet-változások nem zavarják a vizsgálatokat.

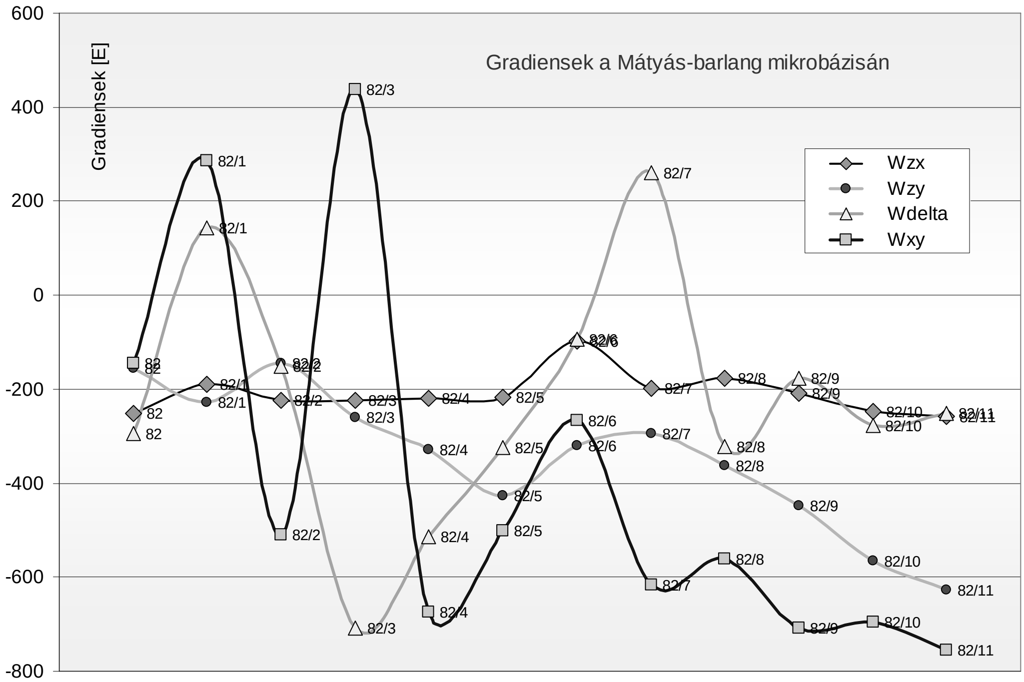
3 Mérési eredmények

A BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék AUTERBAL ingájának 2008-as felújítását követően a rendszeres napi méréseket 2008. július második harmadában kezdtük a Mátyás-barlangban, és szeptember elejére fejeztük be (Völgyesi et al. 2009). Ez idő alatt több összehasonlító mérést végeztünk a 82 jelű gravitációs főalapponton, majd végigmértünk a gravitációs mikrobázis 82/1 pontjától a 82/11 pontjáig. A 82/12, 82/13 és a 82/14 pontokon már nem tudtunk mérni, mivel még az AUTERBAL inga mérési tartománya sem volt elegendő a hatalmas gradiensek meghatározásához.

A méréseink alapján meghatározott gradiens értékek változását a 2. ábrán szemléltetjük. A 82/2 és a 82/3 pont elhagyásával gyakorlatilag az ÉK-DNy irányú metszetben láthatjuk a változásokat. Az ábrán azonban mégis feltüntettük a 82/2 és a 82/3 pontok értékeit is, mivel pl az (1) – (5) összefüggések alkalmazása során a függővonal-elhajlás interpoláció a szomszédos mérési pontok között történik az őket összekötő vonal irányától függetlenül, tehát nem csupán egyetlen szelvény mentén, hanem a teljes területre érdekel minket a gradiensek linearitása. Szembetűnő, hogy alig néhány méteres távolságokon belül igen nagy a gradiens értékek változása, és különösen igaz ez a W_Δ és a W_{xy} görbületi adatok esetére. Minden további bonyolultabb matematikai elemzés nélkül ránézésre is megállapítható, hogy ilyen nagyságrendű változások esetén még néhány méteres távolságon belül sem tekinthető lineárisnak az Eötvös-ingával mérhető mennyiségek változása.

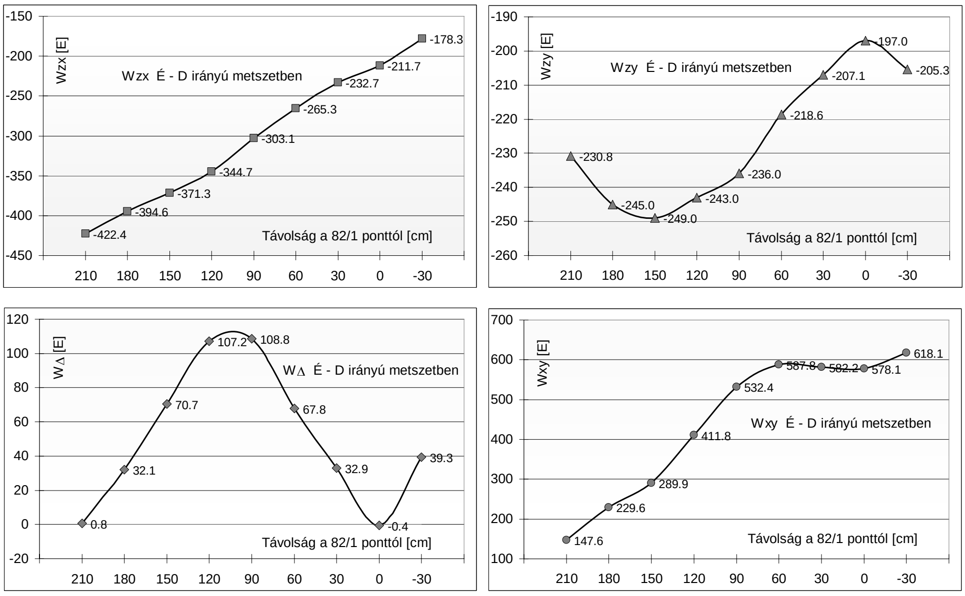
Mivel szerettük volna megtudni, hogy mi az a távolság, amely esetén még éppen lineárisnak tekinthetők a változások, méréseinket a 82/1 jelű pont közvetlen környezetében tovább finomítottuk, a pont körül É-D illetve K-Ny irányban a mérési pontokat 30 cm lépésközben besűrítettük (Csepregi 2010). Így a méréseket É-D irányban +210 és -30 cm között 9 pontban, K-Ny irányban a szűk barlangfolyosó miatt +30 és -30 cm között 3 pontban végeztük.

Az egyes gradiensek és görbületi adatok változása a 3. ábrán É-D, a 4. ábrán pedig K-Ny irányban követhető nyomon. A 3. és a 4. ábra tanúsága szerint a W_{zx} és a W_{zy} horizontális gradiensek változása 30 cm-en belül a legtöbb helyen többé-kevésbé lineárisnak tekinthető (bár ez alól a W_{zy} kivétel a 82/1 pont környezetében és ettől a ponttól É-i irányban kb. 1.5 m-es távolságban).

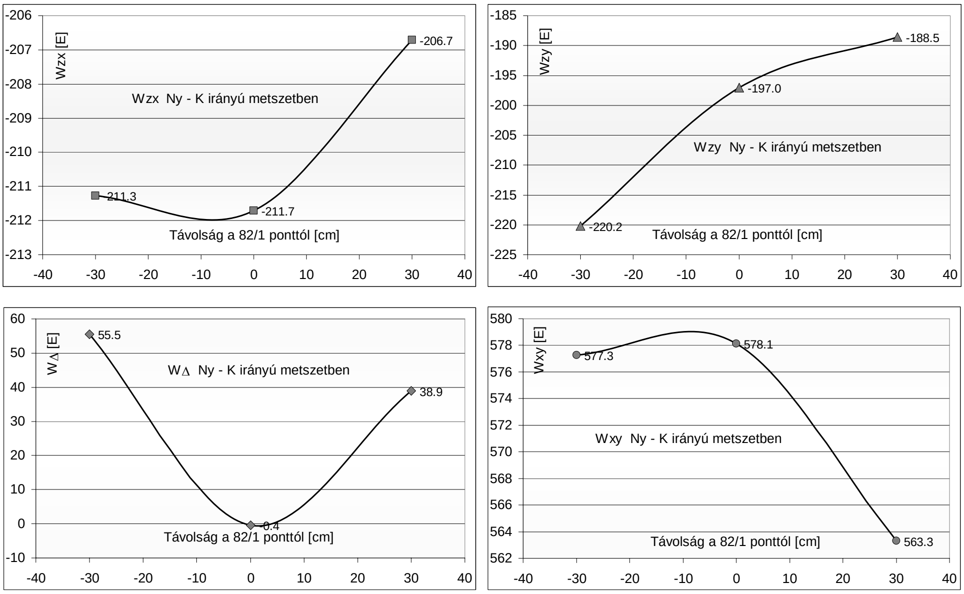


2. ábra. A gradiensek változása a Mátyás-barlang gravitációs mikrobázisának pontjaiban

Ugyanakkor a W_Δ és a W_{xy} görbületi adatok megváltozása még 30 cm távolságon belül sem tekinthető lineárisnak, ráadásul éppen ez a két mennyiség szükséges a függővonal-elhajlás interpolációhoz és a geoid finomszerkezetének meghatározásához. Különösen a W_Δ változása figyelmeztet a 82/1 pont környezetében arra, hogy olyan kivételesen nagy gradiensű helyen, mint pl. a Mátyás-barlang, még néhány dm-en belül sem szabad bíznunk a görbületi adatok linearitásában.



3. ábra. A gradiensek változása a 82/1 pont környezetében É – D irányban 30 cm távolságonként

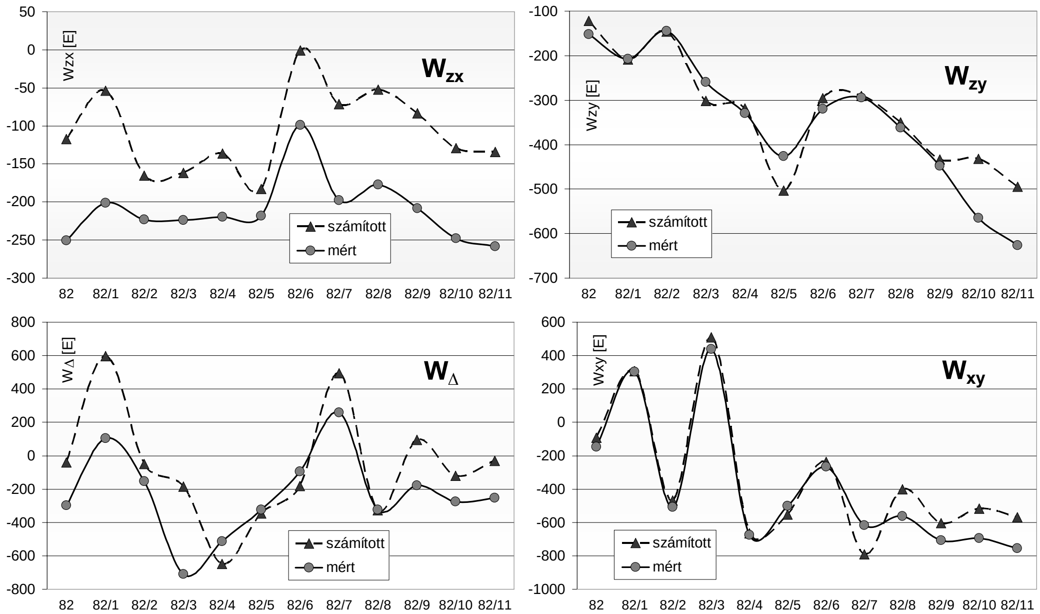


4. ábra. A gradiensek változása a 82/1 pont környezetében 30 cm távolságra K – Ny irányban

4 Modellszámítások eredményei

Az Eötvös-inga mérésekkel párhuzamosan modellszámításokat is végeztünk. A tömegmodell kialakítása külső, és a barlangon belüli felmérés eredményei alapján történt. A külső terepmodell előállításához rendelkezésre állt egy körülbelül 30 évvel ezelőtt a tanszékünk által készített 1:500 méretarányú szintvonalas térkép, amelyen a kérdéses terület síkrajza mellett a magasságértékek is szerepelnek. A modell létrehozásához kiegészítésképpen az EOTR térképszelvényeket is felhasználtuk. A külső felületmodell előállításához, a hagyományos geodéziai mérések mellett –, a barlang bejárati oldalán található bonyolult formájú és nehezen megközelíthető sziklafal miatt, – fotogrammetriai módszer alkalmazására is szükség volt. Megfelelő fényképfelvételek alapján, a *Photomodeler* szoftver alkalmazásával készítettük el a külső sziklafal felületmodelljét (Ultmann 2007, 2009a, 2009b). A barlang belsejének felmérését Égető Cs. végezte, amely alapján már viszonylag egyszerűen előállítható volt az üregmodell (Tóth és Égető 2010). A gravitációs hatás számításához meg kellett határozni a modelltest sűrűségét is. Mivel a vizsgált területen túlnyomó részben mészkő található, ezért a számításainkban átlagos 2500 kg/m^3 értékű mészkő sűrűséget feltételeztük.

A modellszámítást a *PolyGravp* szoftverrel (http://www.geod.bme.hu/gtoth/PolyGrav.html 2011-01-07) hajtottuk végre, mely tetszőleges homogén sűrűség-eloszlású poliéder test gravitációs hatásának számítására a Holstein (2003) által kidolgozott összefüggését használja (Tóth és Égető 2010). A számítási eredményeket az 5. ábrán hasonlíthatjuk össze a mérésekkel. A görbék alakját tekintve megnyugtató hasonlóság látható a mért és a számított gradiensek között. Ugyanakkor a számértékekben helyenként komolyabb eltérések is tapasztalhatók. Ennek több oka is lehet: egyrészt a valódi sűrűségeloszlást nem ismerjük, ezért a számításainkban a valóságostól eltérően homogén sűrűségeloszlást feltételeztünk, másrészt a terület jellegéből adódóan további, a számunkra egyelőre ismeretlen kisebb-nagyobb barlang-üregek is lehetnek a mérések környezetében. Ebből a szempontból érdekes lenne az eltérések okát elemezni, jelenleg viszont nem ez volt a fő célunk. Az minden esetre megállapítható, hogy a linearitás vizsgálatok céljára önmagában is megfelelően alkalmazható az általunk kipróbált számítási módszer, azaz nem túl bonyolult sűrűség-gradiensű területen, csupán a topográfia ismeretében, számítással is információt kaphatunk a nehézségi gradiensek változásának jellegére.



5. ábra. A mért és a számított gradiensek és görbületi adatok összehasonlítása a mikrobázis pontjain

5 Összefoglalás

Méréseink alapján megállapítható, hogy a vizsgált pontokban tapasztalható extrém magas gradiens értékek esetén, még 30 cm távolságon belül sem tekinthető minden esetben lineárisnak két pont között a gradiensek és a görbületi mennyiségek változása. Összevetve a görbületi adatok és a horizontális gradiensek változását megállapítható, hogy a görbületi adatok változása markánsabb és kevésbé tekinthető lineárisnak. Tömegmodell számítással nem túl bonyolult sűrűség-gradiensű területen, csupán a topográfia ismeretében, önmagában is információt szerezhetünk a nehézségi gradiensek változásának jellegéről.

Köszönetnyilvánítás. Kutatásaink a 76231 sz. OTKA támogatásával folynak. Ezúton is köszönjük a Mátyás-barlangban végzett méréseinkhez az ELGI, és kiemelten Csapó Géza segítségét.

Hivatkozások

Csepregi A Z (2010): A nehézségi erőtér gradienseinek vizsgálata. Diplomaterv. BME Ált. és Felsőgeodézia Tsz. Budapest

Holstein H (2003): Gravimagnetic anomaly formulas for polyhedra of spatially linear media. Geophysics, 68, 157-167.

Tóth Gy, Égető Cs (2010):: A Mátyáshegyi Gravitációs és Geodinamikai Obszervatórium átfogó gravitációs modellezése. Geomatikai Közlemények, XIII/2, 113-122.

Ultmann Z (2007): Gravitációs tömeghatás számítása a Mátyás-hegyi barlang környezetében. TDK dolgozat, BME Építőmérnöki Kar, 23.

Ultmann Z (2009a): Gravitációs tömeghatás számítása a Mátyás-hegyi barlang környezetében. OTDK dolgozat, Miskolc, Műszaki Tud. Szekció.

Ultmann Z (2009b): A nehézségi erőtér gradienseinek vizsgálata, Diplomaterv. BME Ált. és Felsőgeodézia Tanszék, Budapest, 69.

Völgyesi L (2005) Deflections of the vertical and geoid heights from gravity gradients. Acta Geod. Geoph. Hung, 40(2), 147-159.

Völgyesi L, Tóth Gy, Csapó G (2005): Determination of gravity anomalies from torsion balance measurements. In: Jekeli C Bastos L Fernandes J (szerk.) Geoid and Space Missions GGSM 2004. 368 p. Berlin ; Heidelberg ; New York: Springer-Verlag, 2005. 292-297. (International Association of Geodesy Symposia; 129.) (ISBN:3-540-26930-4)

Völgyesi L, Tóth Gy, Csapó G (2007): Determination of gravity field from horizontal gradients of gravity. Acta Geod. Geoph. Hung, 42(1), 107-117.

Völgyesi L, Égető Cs, Laky S, Tóth Gy, Ultmann Z (2009): Eötvös-inga felújítása és tesztmérések a budapesti Mátyáshegyi-barlangban. Geomatikai Közlemények, XII, 71-82.

AZ EÖTVÖS-INGA MÉRÉSI IDEJÉNEK CSÖKKENTÉSI LEHETŐSÉGE

Völgyesi Lajos[*,**], *Laky Sándor*[**], *Tóth Gyula*[*,**]

Possibility for reducing the measurement time of the Eötvös torsion balance – *The main problem of torsion balance measurements is the long damping time, however it is possible to significantly reduce it by modern technology. The damping curve can be precisely determined by CCD sensors as well as computerized data collection and evaluation. The first part of this curve makes it possible at least theoretically to estimate the final position of the arm at rest. Two methods are presented here to solve the problem – a finite element solution of a fluid dynamics model based on Navier-Stokes equations and a differential evolution algorithm.*

Keywords: Eötvös torsion balance, damping time, CCD sensor, Navier-Stokes equations, CFD, finite elements, differential evolution algorithm

Az Eötvös-inga mérések mindenkori legnagyobb problémája a hosszú csillapodási idő, azonban a mai modern technika alkalmazásával lehetőség kínálkozik az észlelési idő jelentős csökkentésére. A leolvasásra CCD-érzékelőket alkalmazva számítógépes regisztrálás és kiértékelés esetén igen jó felbontással meghatározható a csillapodási görbe, amelynek kezdeti szakaszából elvileg előre meghatározható az inga nyugalmi helyzete. A feladat megoldására két különböző lehetőséget mutatunk be – a Navier-Stokes egyenletek végeselemes megoldásán alapuló áramlási modell felhasználását, és a differenciális evolúciós algoritmus alkalmazását.

Kulcsszavak: Eötvös-inga, csillapodási idő, CCD-érzékelő, Navier-Stokes egyenletek, numerikus áramlástan, végeselemek, differenciális evolúciós algoritmus

1 Bevezetés

A gravitációs kutatásokban az 1950-es évektől kezdve az Eötvös-inga mérések nehézkessége, időigényessége miatt egyre inkább a graviméteres mérések vették át a vezető szerepet. Mivel az új gravimétereket a nyugati országok stratégiai jelentőségű műszereknek minősítették, ezért a volt szocialista országok nem juthattak hozzá ezekhez a műszerekhez. Emiatt az ötvenes évektől egészen 1967-ig az Eötvös-inga méréseknek egy újabb aranykora következett be hazánkban. Napjainkban elsősorban a geodéziai hasznosítás területén újabb igény jelentkezett az Eötvös-inga mérésekre (Völgyesi et al. 2009a, 2009b). A modern technikai eszközök birtokában most viszont lehetőségünk nyílhat arra, hogy a hosszú mérési időt (azimutonként 40 perc) lerövidítsük, és a mérések feldolgozását is automatizáljuk. A jelen tanulmányban éppen ezért az a célunk, hogy megvizsgáljuk az inga mozgásának fizikai hátterét, különös tekintettel a mérések feldolgozásával kapcsolatos új igényekre, a mérési idő lerövidítésére. Eközben természetesen mindvégig szem előtt tartjuk azt a szempontot, hogy a mérési idő hosszának csökkentése ne menjen az ingával elérhető pontosság rovására.

2 Az ingák csillapodásának tanulmányozására végzett mérések

Az Eötvös-inga mérések és különböző vizsgálatok céljára laboratóriumot alakítottunk ki a BME "R" épületének pincéjében. Meghatároztuk a mérési pont koordinátáit és a pontos északi irányt (Kovács és Nagy 2010), valamint különböző környezeti (pl. hőmérséklet-változás) vizsgálatokat végeztünk. A mérési helyszín abból a szempontból kedvezőnek tekinthető, hogy a mérések során gyakorlatilag nem változott a hőmérséklet, ezért az ingaméréseket leginkább zavaró hőmérséklet-változásokkal nem kellett foglalkoznunk.

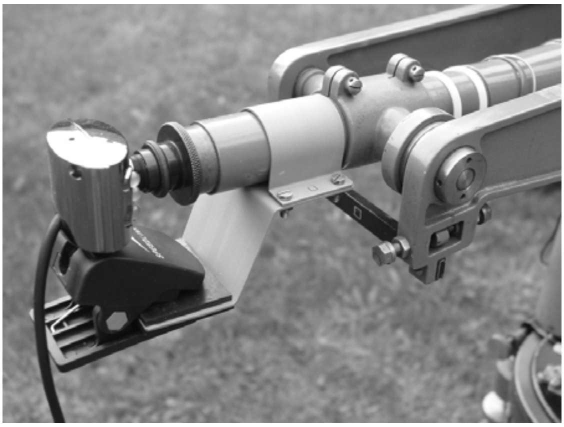
** Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános- és Felsőgeodézia Tanszék*
*** MTA-BME Fizikai Geodézia és Geodinamikai Kutatócsoport*
H-1111 Budapest, Műegyetem rkp.3.
E-mail: volgyesi@eik.bme.hu, gtoth@sci.fgt.bme.hu, laky.sandor@freemail.hu

A BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék AUTERBAL-ingájának 2008. évi felújítását követően fontos fejlesztéseket hajtottunk végre. Az automatikus leolvasás megvalósítása céljából az 1. ábrán bemutatott formában CCD-érzékelős kamerákat szereltünk fel a leolvasó karokra, (egy így készített felvétel a 2. ábrán látható) a skálák megvilágítására pedig erős fényű LED-eket (fényemittáló diódákat) erősítettünk a leolvasó távcsövek alá. A kamerák vezérlését, a képek rögzítését számítógéppel oldottuk meg, a szükséges szoftvereket Linux operációs rendszer alatt fejlesztettük. Mivel a kamerák alkalmazásával lehetőség nyílt hosszú időn keresztül másodpercenként akár több leolvasást is végezni, ezzel új távlatok nyíltak eddig ismeretlen jelenségek megfigyelésére. Lehetővé vált például a lengések csillapodásának minden eddiginél pontosabb és részletesebb megfigyelése.

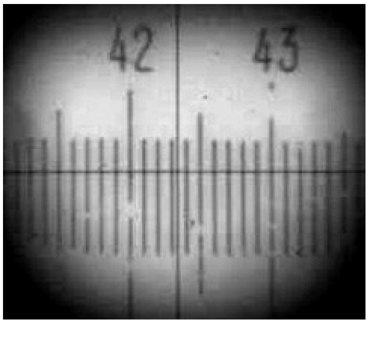
Az inga csillapodásának tanulmányozása céljából valamennyi azimutban több 40-50 perces felvételt készítettünk másodpercenként négy leolvasással. A csillapodási görbe finomszerkezetének tanulmányozása céljából másodpercenként 12, azaz közel 0.08 másodpercenkénti leolvasással, az esetleges hosszabb periódusú mozgások regisztrálására pedig két 24 órás 10 másodpercenkénti leolvasással rögzítettük az ingák mozgását.

A felvételek kiértékelését szintén számítógéppel végeztük egy saját fejlesztésű, Octave nyelven készült programcsomaggal. A skála elmozdulását a képek közötti keresztkorreláció számításával határoztuk meg, a képek Scharr-gradiensének (tehát nem közvetlenül a szürkeértékek) felhasználásával (ez javít némileg a kontrasztviszonyokon, segít kiküszöbölni a vignettálásból és a megvilágítási eltérésekből származó hibákat, stb) (Scharr, 2000).

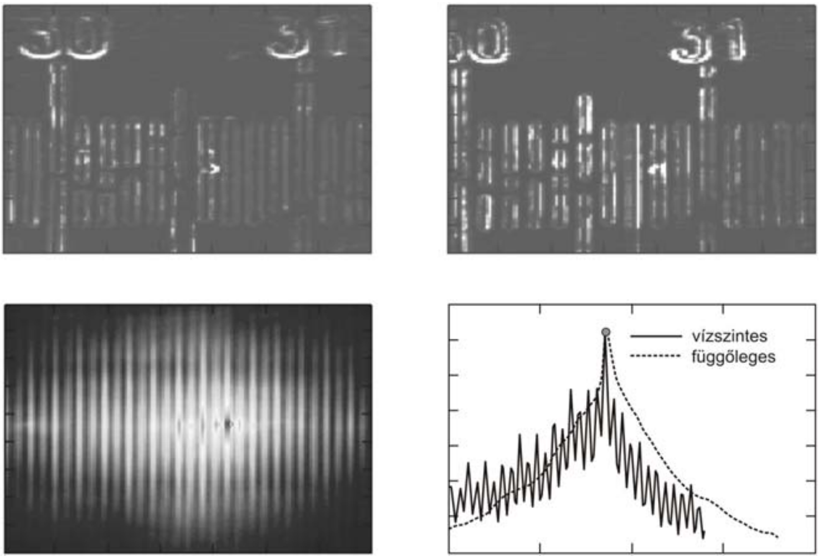
A kiértékelés során minden képnek vizsgáltuk az eltolódását az azt megelőző négy képhez képest a skálával párhuzamos irányú tengely mentén való eltolással számított 2D keresztkorrelációval, majd a megelőző négy képen a leolvasás értékéből és az imént meghatározott eltolódásokból a kiértékelés alatt álló képkockára négy leolvasás-értéket számítottunk. A végleges leolvasást (durvahibaszűrés után) a négy érték számtani közepe adta. A kiértékelés előtt a képek méretét Lánczos-interpolációval (Duchon, 1979) kétszeresre nagyítottuk – elvileg ez is segíti a „pixel alatti pontosság" elérését. Sajnos a skála elmozdulása nem csak vízszintes, hanem sok esetben függőleges irányban is számottevő, így nem lehetséges mindig egy tengely menti 2D keresztkorrelációt alkalmazni a képek közötti elmozdulás kiértékelésére, hanem mindkét irányú eltolásra is szükség lehet. Ekkor viszont sokkal lassabb a kiértékelés, ezért ebben az esetben nem mindig végeztünk 4 képes átlagolást. A 3. ábrán a két tengely mentén való eltolással számított 2D keresztkorreláció segítségével történő kiértékelésre láthatunk példát. A felső sorban a bal oldalon a megelőző képkocka, jobb oldalon a kiértékelés alatt álló képkocka Scharr-gradiense látható. Az alsó sorban a bal oldalon a két tengely mentén történő eltolással számított 2D keresztkorrelációs függvény látható, a jobb oldalon pedig ezen függvény maximumhelyén átmenő metszetei a két tengely irányában. Érdemes megfigyelni a keresztkorrelációs függvény jellegzetesen sávos szerkezetét, amit az ismétlődő skálaosztások okoznak.



1. ábra. CCD kamera alkalmazása az automatikus leolvasáshoz



2. ábra. Leolvasás a CCD kamerával

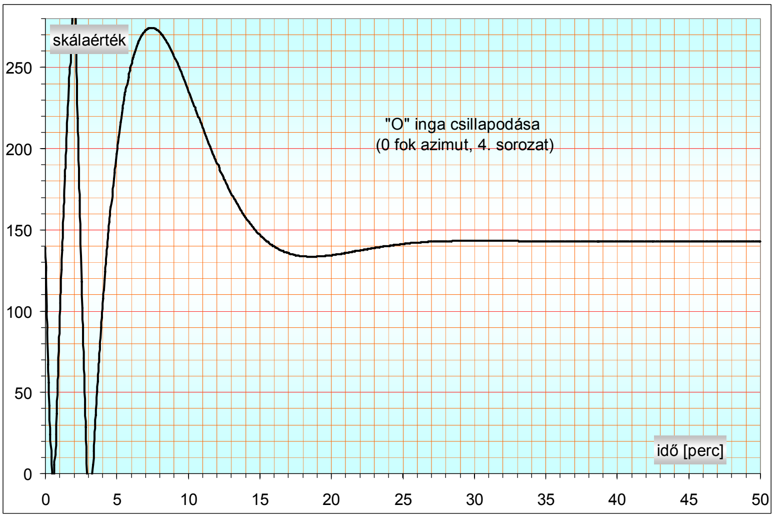


3. ábra. A kiértékelő program egy képernyőképe: a felső sorban bal oldalon a megelőző képkocka, jobb oldalon a kiértékelés alatt álló képkocka Scharr-gradiense-, alul a kettő keresztkorrelációs képe és a max. keresztkorrelációs szelvény látható

Mivel a leolvasóberendezésben az indexszál mozdulatlan, és e mögött látjuk a skála képét elmozdulni, a két kép közötti leolvasás-megváltozás könnyebben meghatározható, ha az indexszálat a képről „kimontírozzuk”. A további feldolgozáshoz (pl. digitális képek alapján abszolút leolvasások vizuális megtétele) az indexszál bármikor visszahelyezhető a képekre, mivel annak helyzete a kép koordináta-rendszerében adott.

A 24 órás és a megnövelt mintavételezési gyakoriságú mérések feldolgozásához egy teljesen más elven – a skála osztásainak követésén – alapuló feldolgozóprogramot is kifejlesztettünk. Sajnos azonban a normál csillapodási görbék igen meredek kezdeti periódusa, valamint a skála időnként igen jelentős függőleges irányú „rezgése” nem mindig teszik lehetővé a keresztkorrelációs módszer kiváltását.

A fenti módszerrel előállított idősorokból rendelkezésünkre álltak az igen részletes csillapodási görbék, amelyek közül egy jellegzetes esetet mutatunk be a 4. ábrán.



4. ábra. Jellegzetes csillapodási görbe

3 Az Eötvös-inga 7 szabadsági fokú fizikai modellje

Az általunk ismert szakirodalom (Selényi, 1953) megelégszik az Eötvös-inga egy szabadsági fokú, csak a torziós lengéseket számításba vevő fizikai modelljével. Azonban a CCD-érzékelővel felszerelt inga méréseinek értelmezéséhez és kiértékeléséhez szükségünk van az inga kellően részletes mechanikai modelljének kialakítására. Ehhez a mechanika Lagrange-egyenleteit használtuk fel (Landau és Lifsic 1974).

Minden mechanikai rendszert egy adott $L(q, \dot{q}, t)$ függvény, a rendszer (általános esetben a t időtől függő) q általános koordinátákkal és a $\dot{q}$ általános sebességekkel felírt Lagrange-függvénye jellemez, és az s szabadsági fokú rendszer mozgása a következő ún. Lagrange-féle differenciálegyenleteknek tesz eleget

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0\,, \qquad (i = 1, 2, ..., s) \tag{1}$$

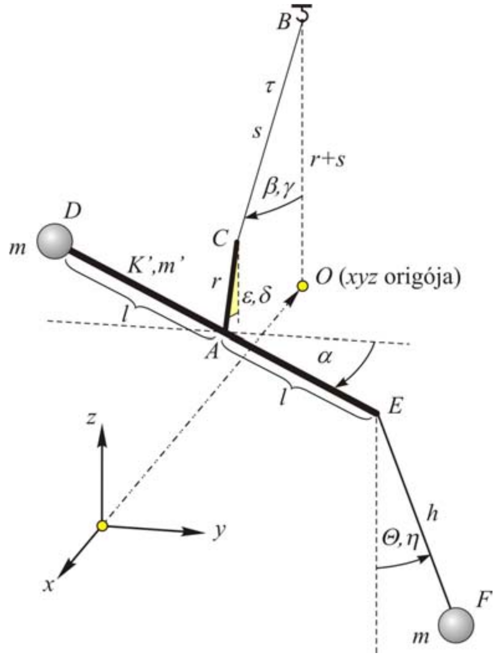
ahol $L = T(q, \dot{q}) - V(q)$ a kinetikus és potenciális energia különbsége.

Ha a rendszer konzervatív (nincsenek disszipatív erők) és standard (holonom, valamint a kényszererők munkája zérus), akkor a mechanikai rendszer mozgása teljesen leírható ezekkel az egyenletekkel. Az ingakar mozgásának vizsgálatához ez a modell megfelelő, mivel első közelítésben eltekinthetünk a disszipatív erőktől, továbbá a torziós lengések modellezését és vizsgálatát, ahol a disszipatív erők figyelembe vétele lényeges, külön fogjuk elvégezni.

Az Eötvös-inga Lagrange-egyenleteinek felírásához tekintsük az 5. ábrát! Az ábra szerint az inga három testre bontható (ezek az m' tömegű ingakar és a két m nagyságú tömeg), és összesen 7 szabadsági fokkal rendelkezik, mivel a következő 7 általános koordináta jellemzi a rendszer egy adott konfigurációját (a konfigurációs tér tehát 7 dimenziós):

$$q = (\alpha, \delta;\, \beta, \gamma;\, \theta, \eta;\, \varepsilon)$$

Az ábrán látható B pont a τ csavarási állandójú és s hosszúságú torziós szál felső befogási pontja.



5. ábra. Az Eötvös-inga mechanikai modellje

A torziós szál alul a C pontban csatlakozik az m' tömegű és K' tehetetlenségi nyomatékú merevnek tekintett $DE + AC$ inga lengőkarhoz. A felső m ingatömeg tömegközéppontja a D pontban, a kar középpontjától ℓ távolságra, az alsó m ingatömeg tömegközéppontja a súlytalan, h hosszúságú fonálon lelógatva az F pontban helyezkedik el.

Az általános q koordináták értelmezéséhez és az inga pontjai helyzetének jellemzéséhez vezessünk be az ábrán látható xyz jobbsodrású térbeli derékszögű koordináta-rendszert. Ennek O origója legyen a B pont függőlegesében, attól $r + s$ távolságra, ahol r az A és C pontok távolsága. A rendszerünk x tengelye legyen a nyugalmi helyzetű inga rúdjára merőleges, az y tengelye pedig mutasson erre merőlegesen a lelógatott m tömeg irányába. A BC egyenes helyzetét a z tengelyhez képest x és y irányban két szög, β és γ adja meg; a CA egyenes helyzetét pedig a z tengelyhez képest x és y irányban ε és δ. Az inga rúdjának, az AE egyenesnek a helyzetét az y tengelyhez képest x és z irányban az α és ugyancsak a δ szögekkel lehet jellemezni. Végül pedig az EF egyenesnek x és y irányban a z tengellyel bezárt szögeit θ és η adják.

A kinetikus és potenciális energia függvényének előállításához fel kell írni a fenti xyz térbeli derékszögű koordináta-rendszerben a két ingatömeg (x_D, y_D, z_D), (x_F, y_F, z_F) helyzetvektorait, valamint az ingakar P tömegközéppontja (x_P, y_P, z_P) helyzetvektorát. Ezen kívül a (v_{Dx}, v_{Dy}, v_{Dz}), (v_{Fx}, v_{Fy}, v_{Fz}), (v_{Px}, v_{Py}, v_{Pz}) sebességvektor-összetevőkre is szükség van. Az inga lengőrendszerének V potenciális energiája egyrészt a három test együttes helyzeti energiájából, másrészt a torziós szál csavarásából származó potenciális energiából adódik. Ha a nyugalmi helyzet potenciális energiája zérus, és g a P pontbeli nehézségi gyorsulás, akkor

$$V = \tfrac{1}{2}\tau\alpha^2 + mgz_D + mg(z_F + h) + m'gz_P \,. \qquad (2)$$

A teljes T kinetikus energia a mozgási és forgási energiák összege, amely a testek sebességeivel és a forgástengelyre vonatkozó szögsebességeikkel felírható. Az inga karjának a tömegközéppontján átmenő z, valamint x, y tengelyekkel párhuzamos tengelyekre vonatkozó tehetetlenségi nyomatékai legyenek rendre K', I_x', I_y'. Így a rendszer teljes kinetikus energiája

$$T = \tfrac{1}{2}K'\dot{\alpha}^2 + \tfrac{1}{2}I_x'\dot{\delta}^2 + \tfrac{1}{2}I_y'\dot{\varepsilon}^2 + \tfrac{1}{2}mv_D^2 + \tfrac{1}{2}mv_F^2 + \tfrac{1}{2}m'v_P^2 \,, \qquad (3)$$

ahol $v_D = \sqrt{v_{Dx}^2 + v_{Dy}^2 + v_{Dz}^2}$, $v_F = \sqrt{v_{Fx}^2 + v_{Fy}^2 + v_{Fz}^2}$, $v_P = \sqrt{v_{Px}^2 + v_{Py}^2 + v_{Pz}^2}$, és a változó fölé tett pont az idő szerinti deriválást jelöli.

A (2) és a (3) kifejezéseket beírva az (1) egyenletbe megkapjuk az Eötvös-inga mechanikai modelljéhez tartozó Lagrange-egyenleteket. Ezekből a mechanikai rendszer sajátfrekvenciáinak és rezgési móduszainak meghatározása a kis amplitúdójú rezgést végző rendszer Lagrange-függvénye segítségével megoldható. A részletes levezetést mellőzve, a kapott egyenletekből kitűnik, hogy nincs csatolás a $\boldsymbol{q}_1 = [\alpha, \beta, \varepsilon, \theta]^T$ és a $\boldsymbol{q}_2 = [\gamma, \delta, \eta]^T$ vektorváltozók között, amelyek külön-külön a rendszer mozgásának transzverzális (rúdra merőleges) és longitudinális (a rúd irányába eső) összetevőit jellemzik.

Landau és Lifsic (1974) módszerét követve és a részletektől ismét eltekintve, a rendszer sajátrezgéseinek ω körfrekvenciáját úgy találhatjuk meg, hogy megoldjuk az alábbi általánosított sajátérték-problémákat (az $\boldsymbol{A}$ sajátvektor az egyes koordináták szerinti rezgések amplitúdóit, vagyis a rezgési móduszképet adja meg):

$$(\omega^2 \boldsymbol{M}_i - \boldsymbol{K}_i)\,\boldsymbol{A}_i = \boldsymbol{0}\,, \qquad i = 1, 2. \qquad (4)$$

A (4) egyenletet $\boldsymbol{K}_i^{-1}$-gyel szorozva és bevezetve a $\boldsymbol{B}_i = \boldsymbol{K}_i^{-1}\boldsymbol{M}_i$ mátrixot, végeredményben a $\gamma = 1/\omega^2$ sajátértékekkel vett két szokásos sajátérték-problémát kell megoldanunk:

$$\boldsymbol{B}_i\,\boldsymbol{A}_i = \gamma\,\boldsymbol{A}_i\,, \qquad i = 1, 2. \qquad (5)$$

A numerikus megoldás érdekében ki kell számítanunk, vagy legalábbis meg kell becsülnünk az (5) egyenletben szereplő fizikai paramétereket. A rendszer sajátfrekvenciái pedig az $f_i = 1/(2\pi\sqrt{\gamma_i})$

összefüggésből számíthatók ki a γ_i sajátértékek ismeretében. Ezeket, illetve a megfelelő $T_i = 1/f_i$ periódusidőket az Auterbal-inga esetében az 1. táblázatban láthatjuk.

Az ingára szerelt CCD érzékelő elsősorban az ingakar α szögelfordulását képes regisztrálni. A táblázat szerint ezek a T2, T3, T4 transzverzális móduszok. A T4 módusz a torziós lengéseknek felel meg, viszont azt várjuk, hogy a CCD regisztrátumban – kellő frekvenciájú mintavételezés esetén – látszani fognak a T2 és T3 rezgésekhez tartozó sajátfrekvenciák is. Ennek ellenőrzésére elvégeztük egy 5 perces, 12.5 Hz-es mintavételezési frekvenciájú regisztrátum spektrális analízisét. Az idősor egyenletességének biztosításához a teljesítménysűrűség spektrum (PSD) meghatározása előtt Akima spline interpolációval meghatároztuk minden 0.08 másodperces időponthoz tartozó interpolált skála leolvasás értéket. A PSD becslését a Riedel és Sidorenko (1995) által ismertetett szinuszos multitaper eljárással végeztük el. Az idősor így kiszámított teljesítménysűrűség-spektruma a 6. ábrán látható.

A PSD-ben három jellegzetes összetevő látszik. A legmagasabb frekvenciájú 3.42 Hz-nél található, ami 7%-kal nagyobb a T2 móduszhoz tartozó elméleti értéknél (3.19 Hz). A 0.837 Hz-es összetevő 2%-os eltéréssel megegyezik a T3 elméleti értékével. Érdekes a 0.413 Hz-es összetevő jelenléte, ami a T3 értékének jó közelítéssel a fele. Elképzelésünk szerint a 0.413 Hz-es frekvencia összetevő megjelenésének talán az lehet az oka, hogy a két antiparallel elhelyezésű inga rezgései a felfüggesztő szerkezeten keresztül valamilyen módon egymáshoz csatolódnak. Minden esetre ez a kérdés a mechanikai modell további bővítésével és elemzésével eldönthető lesz.

A kérdés gyakorlati jelentősége abban áll, hogy világosan látszik: az ingakar mozgását leíró idősor a mechanikai rendszer sajátosságaiból fakadóan különböző frekvenciájú rezgéseket tartalmaz. A nyugalmi helyzet becslése szempontjából számunkra csak a T4 mód érdekes. Ezért a nyugalmi helyzetre vonatkozó skálaleolvasás becslése előtt kívánatos az idősorból eltávolítani mindazokat a frekvenciákat, amelyek a becslés szempontjából mérési „zajnak" tekinthető rezgési módokhoz tartoznak.

4 Az inga csillapodásának fizikai modellje

4.1 Viszkózus csillapítási modell

Az ingaházban lengő ingakar mozgását legegyszerűbben viszkózusan csillapított torziós lengésként tudjuk modellezni. A csillapított rezgések elmélete szerint (Landau és Lifsic 1974) az inga esetében (alulcsillapított eset) a keletkező mozgás a következő 5 paraméteres függvénnyel írható le (x a leolvasás, t az idő):

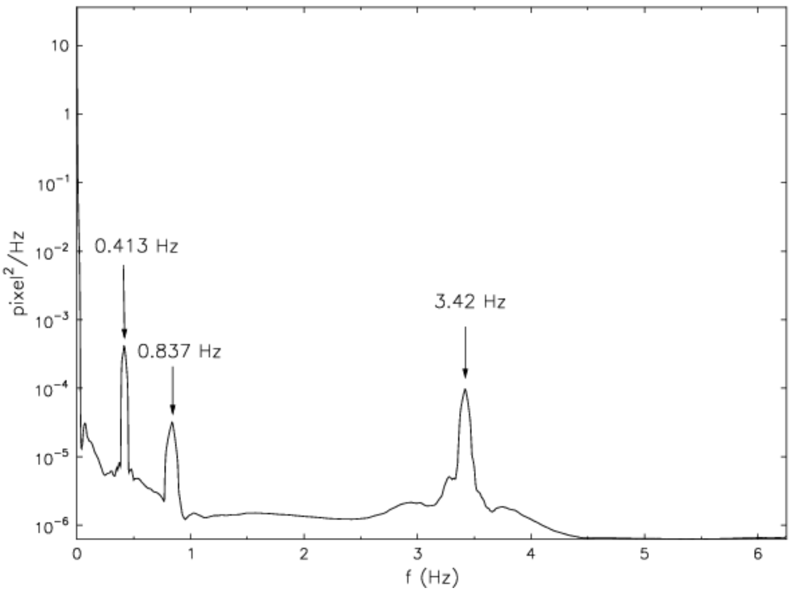
$$x = a_0 + a_1 e^{-a_2 t} \cos(a_3 t - a_4)\,, \tag{6}$$

ahol $a_0, ..., a_4$ a mozgásra jellemző paraméterek.

Számunkra az a_0 paraméter becslése az, ami különösen érdekes, mert ez az inga nyugalmi helyzetéhez tartozó leolvasás értéke.

1. táblázat. Az Auterbal-inga számított sajátfrekvenciái és periódusidői. A táblázatban csak a *-gal jelölt móduszokhoz tartozik jelentős nagyságú α amplitúdó

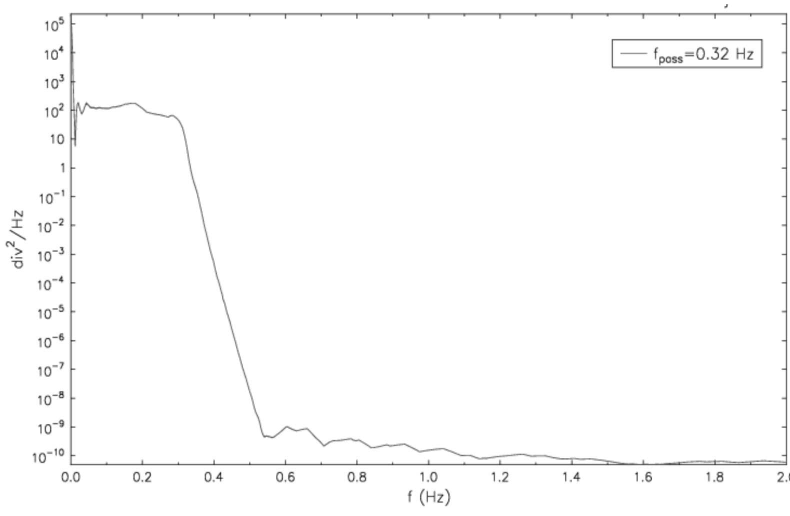
Transzverzális rezgési móduszok	f_i [Hz]	T_i [s]
i = 1 (T1)	26.044	0.0384
i = 2 (T2*)	3.1859	0.3139
i = 3 (T3*)	0.8560	1.1683
i = 4 (T4*)	0.00096853	1032.50
Longitudinális rezgési móduszok	f_i [Hz]	T_i [s]
i = 1 (L1)	2.1754	0.4597
i = 2 (L2)	1.5848	0.6310
i = 3 (L3)	0.8054	1.2416



6. ábra. 12.5 Hz-es mintavételezési frekvenciájú CCD regisztrátum idősorának teljesítménysűrűség-spektruma

Az előző részben mondottak szerint egy 19-ed rendű aluláteresztő IIR (végtelen impulzusválaszú) Butterworth-szűrőt terveztünk, mellyel eltávolítottuk a jelben található 0.4 Hz-nél magasabb frekvenciákat. Ennek a szűrőnek a tervezés szerint a levágási frekvenciája 0.32 Hz, az elnyomási frekvenciája pedig 0.4 Hz. Az aluláteresztő szűrővel szűrt, a [] (négyszög) inga 1. azimutjában mért idősor 7. ábrán látható teljesítménysűrűség-spektruma (PSD) jól mutatja a szűrés hatékonyságát, ugyanis a szűrt jel teljesítménye a 0.5 Hz-es és magasabb frekvencián már 11 nagyságrenddel lecsökkent.

A magas frekvenciák kiszűrése utáni adatsoron elvégeztük az elméleti exponenciális csillapítási modell illesztését és a nyugalmi leolvasás becslését. Az ingakar T4 módú csillapítatlan torziós rezgésének 1032 másodperc körüli periódusidejét a fellépő viszkózus csillapítás jelentősen befolyásolja.



7. ábra. A szűrt 4 Hz-es mintavételezési frekvenciájú, a [] inga 1. azimutjában rögzített CCD regisztrátum idősorának teljesítménysűrűség-spektruma (div jelöli a skálaleolvasási egységet)

Ha a (6) egyenletet a szokásos nemlineáris legkisebb négyzetes kiegyenlítési feladatként fogalmazzuk meg, akkor a közvetítő egyenletek az n adatpontra az alábbiak lesznek:

$$c_0 + c_1 e^{-a_2 t_i} \cos(a_3 t_i) + c_2 e^{-a_2 t_i} \sin(a_3 t_i) - x_i = 0\,, \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{7}$$

Ez az egyenletrendszer optimális legkisebb négyzetek szerinti becslést szolgáltat a keresett 5 paraméterre. Mivel a paraméterek egy része nem lineáris, ezért szükséges az új paramétereket felhasználva megismételni a kiegyenlítést újból és újból addig, amíg az iteráció fixponthoz nem konvergál.

A meghatározásba bevont, a [] inga 1. azimutjában mért idősoradatok egy kezdő t_1 és egy végső t_2 időpont között helyezkedtek el. Az illeszkedést elsősorban abból a szempontból vizsgáltuk meg, hogy az a_0 paraméter becslése mennyiben tért el a helyes a_0 = 422.48 skálaosztás-egység értéktől. Ezeket az eltéréseket t_1 és t_2 függvényében a 2. táblázatban találhatjuk meg.

A 2. táblázatból láthatjuk, hogy az optimális megoldást a 150 és 600 másodperc közötti leolvasás adatokhoz történt illesztés adta. Természetesen még számos további vizsgálatot kell elvégezni annak érdekében, hogy valóban a legoptimálisabb becslést kaphassuk meg a kezdeti leolvasások alapján, és hogy hogyan tudjuk eldönteni azt, mi legyen t_1 és t_2 optimális értéke. Minden esetre elmondhatjuk, hogy ezek az eredmények biztatóak és azt mutatják, hogy akár néhány tized skálaosztás-egység pontossággal is képesek lehetünk előre jelezni az inga nyugalmi helyzetéhez tartozó leolvasást csupán az első 10 perc mérési adataira támaszkodva.

4.2 Áramlási modell

Az ingakar mozgásának pontosabb modellezése csak áramlási modellek segítségével lehetséges. Ezek a modellek a végeselemek módszerén alapulnak és képesek figyelembe venni a mozgó testek, az üreg és a csillapító közeg (levegő) geometriai és fizikai paramétereit. Azt mondhatjuk, hogy bonyolult szilárdtest – folyadék (levegő) kölcsönhatás lép fel az ingaház belsejében, mert a szilárd test és a levegő mozgása egymáshoz csatolódik, egymást jelentősen befolyásolja. Az ilyen jellegű problémákat a szakirodalomban „multi-physics problem” elnevezéssel illetik, mert mind mechanikai, mind áramlási modellekre szükség van a feladat megoldásához, és ezeket együttesen kell kezelnünk.

A levegő viszkózus (súrlódó), és normál hőmérsékleten, valamint nyomáson kb. 100 m/s-os áramlási sebességig összenyomhatatlan folyadéknak tekinthető. Ekkor a mozgásának leírására az alábbi Navier-Stokes egyenlet szolgál (Pozrikidis 2001, 282.o.)

$$\frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\, \nabla^2 \boldsymbol{v} + \frac{1}{\rho}\boldsymbol{F}\,, \tag{8}$$

ahol $\boldsymbol{v}$ a sebesség, p a nyomás, ρ a tömegsűrűség, $\boldsymbol{F}$ a folyadékra ható térfogati erő, D/Dt az anyagi derivált, ν pedig a kinematikai viszkozitás. A Navier-Stokes egyenlet Newton második törvényének felírása a súrlódásos közeg áramlására. Az egyenlet alapján az ingaházban mozgó ingakar és az áramló levegő kétdimenziós, numerikus áramlástani (CFD) modellezését végeztük el.

Ehhez először is szükségünk volt a modell geometriai és fizikai paramétereinek felvételére. A 8. ábra mutatja a felvett modell geometriai paramétereit és a számításhoz felhasznált numerikus hálót.

A felvett fizikai paraméterek a következők voltak (cm, g, hektoszekundum egységekben):

- a levegő sűrűsége: 0.00129,
- viszkozitása: 0.0182,
- a torziós szál állandója: 660,
- a lengőkar tehetetlenségi nyomatéka: 2400, a kar homogén tömegeloszlású.

A kezdeti feltételek:

- kezdeti szögelfordulás: -0.02 rad,
- a kezdeti szögsebesség: 0.

2. táblázat. A [] inga 1. azimutjában mért idősor becsült a_0 paraméter eltérése a helyes értéktől az illesztés kezdő és végső időpontja függvényében (skálaosztás-egységben)

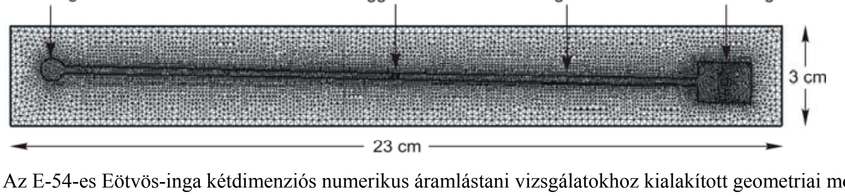
t_1 (s)	t_2 (s)	eltérés (div)
60	400	-7.18
100	400	-11.26
60	600	-2.80
120	600	-1.5
180	600	0.54
150	**600**	**-0.16**
150	720	0.42
150	660	0.79
150	420	-0.93

A numerikus áramlástani vizsgálatokhoz, a szilárd test (ingakar) és folyadék (levegő) mozgásának analitikus leírásához a Janela et al. (2005) által javasolt büntetőfüggvény módszert alkalmaztuk. A felvett numerikus háló (végeselemek) háromszögeinek száma 15386, a csúcspontok száma 7829 volt. A büntetőfüggvény paraméterére 10^{-6}-os értéket vettünk fel. A számítás elindításához a kezdeti sebességmezőt a Stokes-egyenletek megoldásával számítottuk. A számítások időlépésköze 20 s volt, a lépések száma pedig 50.

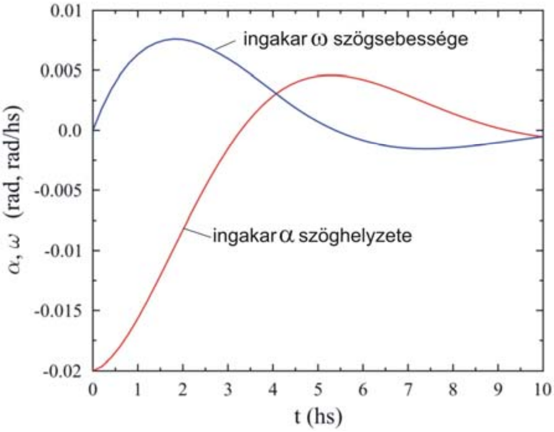
A büntetőfüggvény módszer részletei megtalálhatók a vonatkozó szakirodalomban (Janela et al. 2005). Az eljárás lényege röviden az, hogy minden időlépésben meg kell oldani egy két egyenletből álló egyenletrendszert a numerikus háló háromszögelemein, amely egyenletekben a büntetőfüggvény reciprokaként adódó nagy számmal való szorzás a mozgó ingakart leíró tartomány belsejében mintegy kikényszeríti a közel zérus deformációt. Ez eredményezi a modellezés során a kar merev testként történő mozgását. A probléma numerikus megoldásához egy közel 400 soros, a FreeFem++ szoftver (http://www.freefem.org, 2011-01-25) programnyelvén készített saját fejlesztésű eljárást használtuk fel.

A 9. ábrán bemutatjuk egy olyan szimuláció eredményét, amelynek során sikeresen modelleztük az ingakar mozgását. A szimulált elfordulási idősorhoz elvégeztük a (6) modell illesztését (az a_0 paraméter most zérus értékű). Az illesztési eltérések 10^{-4} rad (0.2 – 0.3 skálaosztás) nagyságrendű 400 másodperc körüli periódusidejű kvázi periodikus eltérést mutatnak a viszkózus modellhez képest. A CCD-érzékelővel nyert idősorok feldolgozása esetén is sok esetben hasonló jellegű eltéréseket tapasztaltunk a viszkózus modellhez képest. Ez mindenesetre azt jelzi, hogy az egyszerű viszkózus csillapítási modell nagy pontossági igények esetén már nem biztos, hogy kielégítő.

A szimulációból meghatározható a tényleges lengésidő, a csillapításra korrigált lengésidő és az a_2 viszkózus csillapítási paraméter is. A modellezésből kapott korrigált lengésidő 1027 s volt (az elvi 1198 s helyett), az a_2 csillapítási paraméter értéke pedig 0.264 lett az elvi 0.4 helyett. Azt is tapasztaltuk, hogy a numerikus háló felbontásának, a viszkozitásnak és a büntető paraméter változtatásának függvényében a számítás bizonyos esetekben instabillá válik. Ezért azt tervezzük, hogy másfajta számítási eljárásokkal is modellezzük az ingakar mozgását. Ilyen módszer lehet például a Lagrange-multiplikátor/fiktív tartomány eljárás (Glowinski et al. 1998). Ezen kívül lehetőség van a valódi térbeli modellezésre is, például a kifejezetten „multi-physics” problémákra kidolgozott oomph-lib eljáráskönyvtár (Heil és Hazel 2006) segítségével.



8. ábra. Az E-54-es Eötvös-inga kétdimenziós numerikus áramlástani vizsgálatokhoz kialakított geometriai modellje és az ingakamra főbb méretei (felülnézetben)



9. ábra. Az E-54-es Eötvös-inga numerikus áramlástani modellezéssel számított α elfordulási szöge és ω szögsebessége a t idő függvényében (t mértékegysége 1 hs = 100 s)

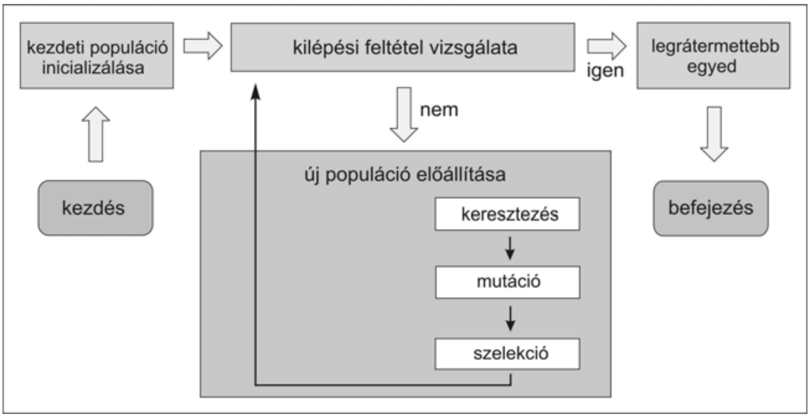
5 A differenciális evolúciós algoritmus alkalmazása

Az evolúciós algoritmus olyan keresési technika, amellyel optimumot vagy egy adott tulajdonságú elemet lehet keresni. A matematikai modell logikája a jól ismert biológiai hasonlatra épül. Az evolúciós algoritmusok számítógépes szimulációkkal valósíthatók meg. A populáció egyedeit a keresési tér elemei alkotják, melyeket keresztezni (rekombinálni) és mutálni lehet, így új egyedek hozhatók létre. A keresési téren értelmezett célfüggvény a rátermettségi (fitness) függvény. Az evolúciós algoritmus egyrészt új egyedeket hoz létre a *keresztezés* és a *mutáció* operátorokkal, másrészt *kiszűri* a rosszabb célfüggvény értékkel rendelkező egyedeket és eltávolítja a populációból. Általában az algoritmus a globális optimumhoz konvergál, ebben tud többet mint egy hagyományos lineáris LKN illesztés; nem kellenek előzetes értékek, csak határértékek a paraméterekre. Az evolúciós algoritmus logikáját a 10. ábrán bemutatott folyamatábrán követhetjük. Esetünkben az alkalmazott evolúciós algoritmus a differenciális evolúció volt (Storn és Prince 1997).

Az inga lengését leíró egyszerűsített differenciálegyenlet-rendszer (figyelembe véve a lelógó tömeg rezgéseit és viszkózus csillapítást feltételezve):

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= v_x\,; \\
\frac{dv_x}{dt} &= \frac{-\Omega_0}{Q\cdot f_0}\cdot v_x + \frac{C_1\cdot\omega_0^{\,2}}{f_0}\cdot y - \frac{\Omega_0^{\,2}}{f_0}\cdot x\,; \\
\frac{dy}{dt} &= v_y\,; \\
\frac{dv_y}{dt} &= \frac{C_2\cdot\Omega_0}{Q\cdot f_0}\cdot v_x + \frac{C_2\cdot\Omega_0^{\,2}}{f_0}\cdot x - \frac{\omega_0^{\,2}}{f_0}\cdot y\,.
\end{aligned} \tag{9}$$

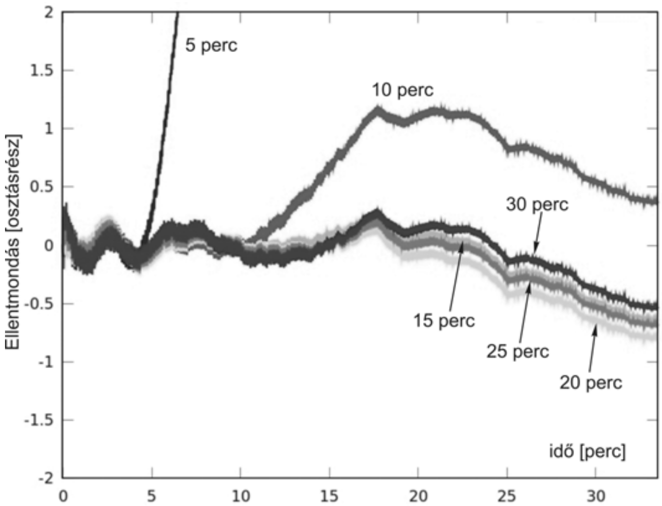
Az egyenletekben x az ingakar szögelfordulása, y a lelógó tömeg függőlegessel bezárt szöge, v_x és v_y a szögsebességek, Ω_0 az ingakar csillapítatlan lengésének körfrekvenciája, ω_0 a lelógó tömeg rezgéseinek sajátfrekvenciája, Q a lengés csillapításának tényezője, f_0, C_1 és C_2 pedig az Eötvös-inga geometriai és fizikai paramétereiből levezethető állandók. Az egyenleteket valamely t_0 időpontban felvett kezdőparaméterek mellett (x_0, v_{x0}, y_0, v_{y0}) numerikusan integrálva meghatározható az ingakar elfordulása tetszőleges időpontban, ezáltal (a tükör és a skála közötti távolság figyelembe vételével) számítható a leolvasás értéke is.



10. ábra. Probléma megoldása evolúciós algoritmussal

Fogalmazzuk meg az illesztési feladatot a következőképpen: a rögzített mérések idősora alapján keressük a differenciálegyenlet-rendszer kezdőértékeit, valamint az ingára jellemző állandók (pontosított) értékeit. Tekintsük célfüggvénynek adott paraméterek mellett a kiintegrált leolvasásértékek és a tényleges leolvasásértékek eltéréseinek négyzetösszegét. A feladat gyakorlati végrehajtása során a leolvasásértékek számításakor az inga driftjét is figyelembe vesszük, valamint természetesen *azt az elméleti leolvasásértéket, ami körül a lengés történik*. Ez másodfokú driftközelítés esetén három plusz paramétert jelent az illesztésben.

A gyakorlati megvalósítás C nyelven készült, a numerikus integráláshoz a IV. rendű Runge-Kutta módszert alkalmaztuk. Kísérleteinket az Eötvös Loránd Geofizikai Intézet E-54 típusú ingájával végeztük 2007. október 20-án, a kísérleti mérés helyszíne az ELGI Mátyás-hegyi laboratóriuma volt. Az illesztés maradék ellentmondásaira egy példa látható a 11. ábrán. A leolvasás-idősorokat előzetesen nem szűrtük. Bár előrejelzés szempontjából a 4. fejezetben ismertetett módszerhez képest kevésbé kedvező eredményeket kaptunk, lehetőségünk adódik az inga néhány fizikai paraméterének (pl. ingakar hossza, tehetetlenségi nyomaték, csillapítási tényező, tükör-skála távolság, drift paraméterek) pontosabb megismerésére.



11. ábra. A differenciális evolúciós módszerrel történő illesztés maradék ellentmondásai osztásegységben, az illesztés időtartama szerint (5 perc és 40 perc között, 5 perces lépésekben)

6 Összefoglalás

Tanulmányunkban bemutattuk, hogy ígéretes lehetőség van az Eötvös-inga hosszú mérési idejének jelentős csökkentésére a modern technika segítségével. A CCD érzékelőkkel rögzített mérési adatokat kiértékelve, és az inga részletes mechanikai és fizikai modelljét felhasználva a számításokhoz, megmutattuk, hogy elegendő lehet az azimutonkénti 10 perces mérési idő – a jelenlegi 40 perc helyett – az ingakar nyugalmi helyzetéhez tartozó skálaleolvasás kellően pontos becsléséhez. A 2. táblázat illesztési adatai ugyanis azt mutatják, hogy nagyjából 10 perc után a vizsgált és szűréssel simított idősor esetében a csillapodás utáni helyzet becslési eltérései már 1 skálaosztás-egység alattiak. Ez a 4. és 9. ábrák tanúsága szerint körülbelül megegyezik azzal az idővel, amikor az ingakar mozgási szögsebessége zérussá válik. Természetesen ahhoz, hogy ezt az eljárást rutinszerűen tudjuk alkalmazni a jövőben a terepi Eötvös-inga mérések esetében, még további fejlesztésekre és vizsgálatokra van szükség.

Köszönetnyilvánítás. Kutatásaink a 76231 sz. OTKA támogatásával folynak. Köszönettel tartozunk az Eötvös Loránd Geofizikai Intézetnek és Csapó Gézának az E-54 típusú ingával folytatott kísérletek lehetővé tételéért.

Hivatkozások

Duchon C E (1979): Lanczos Filtering in One and Two Dimensions. Journal of Applied Meteorology 18 (8), 1016-1022.

Glowinski R, Pan T W, Hesla T I, Joseph D D (1998): A distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flow. Int. J. of multiphase flow, 25, 755-794.

Heil M, Hazel A L (2006): oomph-lib – An Object-Oriented Multi-Physics Finite-Element Library. In: Fluid-Structure Interaction, Editors: M. Schafer und H.-J. Bungartz. Springer (Lecture Notes on Computational Science and Engineering), 19-49.

Janela J, Lefebvre A, Maury B (2005): A penalty method for the simulation of fluid-rigid body interaction, ESAIM Proceedings, 14, 201-212.

Kovács Á, Nagy G (2010): A Duna víztömegének hatása a nehézségi gradiensekre. TDK dolgozat, BME, Geodézia Szekció.

Landau L D, Lifsic E M (1974): Elméleti fizika I. Mechanika. Tankönyvkiadó, Budapest.

Pozrikidis C (2001): Fluid dynamics: theory, computation and numerical simulation. Kluwer Academic Publishers. 658.

Riedel K S, Sidorenko A (1995): Adaptive Smoothing of the Log-Spectrum with Multiple Tapering. IEEE Transactions on Signal Processing, 43, 188-195.

Selényi P (1953): Eötvös Loránd összegyűjtött munkái, Akadémiai Kiadó, 386.

Scharr H (2000): Optimal Operators in Digital Image Processing (Optimale Operatoren in der Digitalen Bildverarbeitung). PhD disszertáció, Heidelberg, 190.

Storn R, Price K (1997): Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. Journal of Global Optimization, 11, 341-359.

Völgyesi L, Égető Cs, Laky S, Tóth Gy, Ultmann Z (2009a): Eötvös-inga felújítása és tesztmérések a budapesti Mátyás-hegyi-barlangban. Geomatikai Közlemények, XII, 71-82.

Völgyesi L, Csapó G, Laky S, Tóth Gy, Ultmann Z (2009b): Közel fél évszázados szünet után ismét Eötvös-inga mérések Magyarországon. Geodézia és Kartográfia, LXI, 11. 71-82.

AZ EOMA ÚJRAMÉRÉSÉNEK ELŐZETES EREDMÉNYEI AZ ELSŐ HÁROM POLIGONBAN

Busics György*

Preliminary results of the re-measurement of Hungarian National Vertical Network in the first 3 polygons – *The re-levelling was started in 2006 and was accomplished in 3 polygons until now. This paper analyses the height- changes of levelling benchmarks during 3 decades (including special recent crustal movement points). The typical movement is subsidence, which range is below 5 cm (in 65%) and between 5 and 10 cm (in 35%). The total re-measurement of levelling network is necessary because of the more accurate needs for application of GNSS technology in surveying.*

Keywords: Hungarian National Vertical Network, repeated precise levelling, surface movement

Az EOMA elsőrendű hálózatának újramérése 2006-ban kezdődött és ezidáig 3 poligonban történt meg. A cikk a szintezési alappontok (köztük a kéregmozgási céllal létrehozott K-pontok) 3 évtized alatt végbement magassági változásait elemzi. A pontok kétharmadánál süllyedés tapasztalható, amelynek mértéke 65 %-ban 5 cm alatt, 35 %-ban 5-10 cm között van. Az újramérés folytatása azért is szükséges, hogy a GNSS technika nagyobb pontossággal legyen alkalmazható a geodéziai gyakorlatban.

Kulcsszavak: EOMA, ismételt szabatos szintezés, felszínmozgás

1 Bevezetés: a vizsgálat előzményei, körülményei

Az Egységes Országos Magassági Alapponthálózat elsőrendű hálózatát 1973 és 1978 között mérték felsőrendű (szabatos) szintezéssel (röviden: EOMA 1. epocha). A teljes elsőrendű hálózat újramérése és a geodéziai hálózataink korszerűsítése tárgyában az MTA Geodéziai Tudományos Bizottságán belül ad-hoc bizottság alakult, amely ajánlásokat fogalmazott meg a témában (Mihály et al. 2008). Az EOMA újramérésére a FÖMI közbeszerzési pályázatot írt ki, amelyet, mint fővállalkozó, a Geodézia Zrt. nyert meg, és a munkába alvállalkozóként a Pécsi Geodézia Kft-t vonta be.

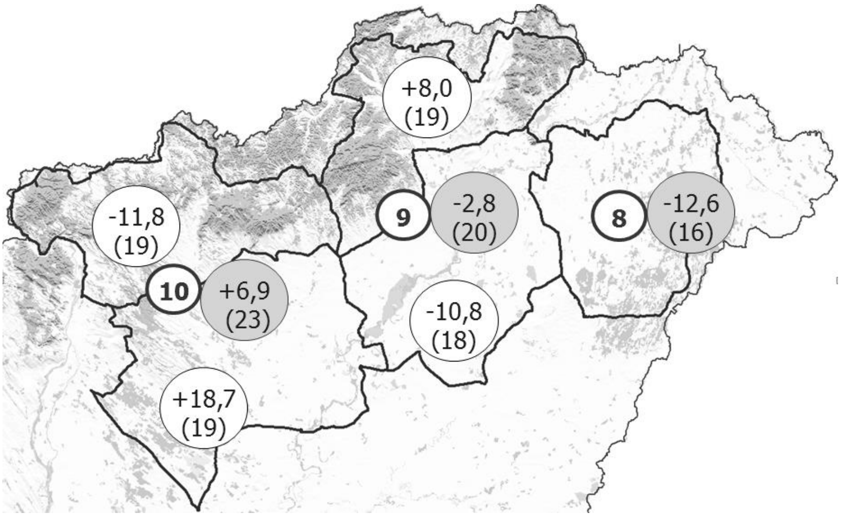
Az EOMA újramérése (röviden: EOMA 2. epocha) a Kelet-Magyarország északi részét lefedő 8-as, 9-es és 10-es poligonban indult meg (1. ábra); a munkaterület rövidítése: KMO.

Ezen három poligon eredeti mérésére (EOMA1) 1975 és 1978 között került sor. A 9. és 10. poligon igen nagy kerületű, ezért a mostani méréskor ezeket két, eredetileg másodrendűként mért vonallal kettészelték. A munkaterület északi részének szintezését – ami a 9. és 10. poligon északi felét jelentette – 2007-2008-ban végezték, ezt a munkaterületet KMO1-gyel jelölik. A szóbanforgó három elsőrendű poligon további területeinek mérésére (ami a 9. és 10. poligon déli felét és a teljes 8. poligont jelenti) 2008-2009-ben került sor, ennek a munkaterületnek a jelölése KMO2.

A munkaterületen az elsőrendű szintezési vonalak számozását megtartották, a két, eredetileg másodrendű vonal száma pedig a poligonnak megfelelően ebben a munkában a 9-es és 10-es számot kapta (2. ábra). Ez utóbbi két vonalszám tehát nem azonos az EOMA1 azonosan jelölt elsőrendű vonalával, ezért megkülönböztetésül zárójelben utalok arra, hogy ez eredetileg másodrendű vonal. A KMO1 munkaterülethez tartozott a 9(II)., 10(II)., 23., 25. vonal és a 24-es vonal északi része (24/1). A KMO2 munkaterülethez tartozott a 17., 19., 20., 21., 22., 26. vonal és a 24-es vonal déli része (24/2).

Az 1. táblázatból látható, hogy több mint 2200 szintezési alappont mérésére került sor; 11 darab, összesen 1650 kilométernyi vonalat mértek; egy szintezési szakasz átlagosan 750 méter hosszú; a mért pontok háromnegyede azonos volt a régivel, azaz a pontok egynegyede pusztult el.

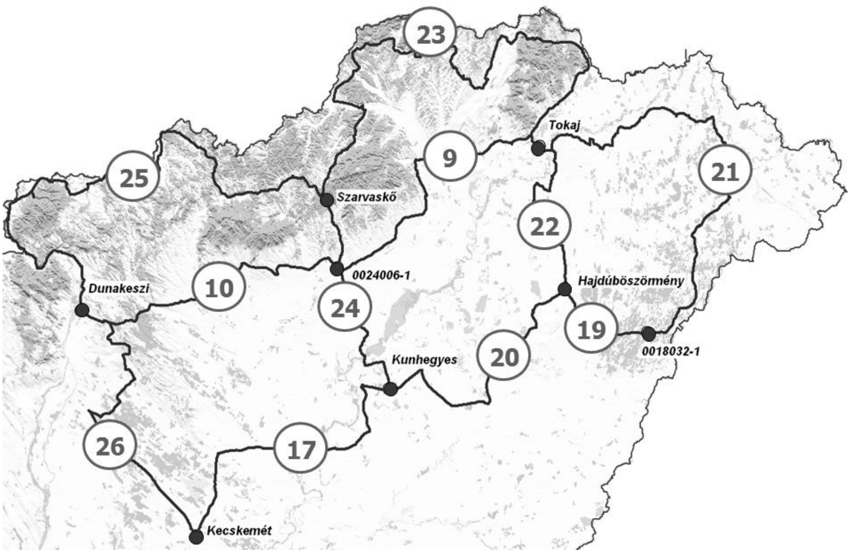
*NymE Geoinformatikai Kar, 8000 Székesfehérvár, Pirosalma u. 1-3.
E-mail: bgy@geo.info.hu



1. ábra. A KMO munkaterület zárt poligonjai, azok záróhibái és hibahatárai mm egységben.
Az eredeti elsőrendű poligonok vastag számmal illetve körrel vannak jelölve, záróhibáik szürke mezőben

Három évtized elteltével most került először sor nagyobb területen az EOMA újramérésére, korábban csak rövidebb vonal-darabok ismételt szintezése történt meg (például Berhida, Mór vagy Komárom térségében).

Most vált először vizsgálhatóvá nagyobb tömegben a kimondottan kéregmozgási céllal létrehozott pontok magasságának változása. (E ponttípus hivatalos neve Közbenső Kéregmozgási Pont – KKP, de nevezik K-pontnak is). Ezek a kérdések személyesen is nagyon érdekeltek. Tanulmányomban szeretném bemutatni a két mérési időpont között mutatkozó magasságváltozásokat az azonos pontokban és ezek területi eloszlását. Tőlem teljesen függetlenül Virág Gábor a FÖMI KGO-ban sok tekintetben hasonló vizsgálatokat végzett (Virág 2011). Így teljesült az ad-hoc bizottság ajánlása, amely szerint a későbbi hálózatkiegyenlítést két intézményben, egymástól függetlenül kell végezni.



2. ábra. A KMO munkaterület szintezési vonalai

1. táblázat. A KMO vonalak statisztikai adatai

vonal száma	pontok száma (db)	vonal hossza (km)	szakasz átlagos hossza (km)	régi pontok aránya (%)
9 (II)	167	121,4	0,7	66
10 (II)	139	113,7	0,8	81
17	196	134,0	0,7	85
19	65	46,1	0,7	78
20	140	114,1	0,8	75
21	291	212,8	0,7	77
22	97	78,2	0,8	69
23	428	301,5	0,7	75
24	116	90,6	0,8	72
25	413	283,1	0,7	73
26	206	152,4	0,7	68
összesen:	**2258**	**1650,6**	**0,75**	**75**

2 A vizsgálat alapadatai

A KMO munkaterület új szabatos szintezésének munkarészeit részben a FÖMI Központi Adattárából, részben a Geodézia Zrt-től szereztem be, az adatokért ezúton is köszönetet mondok. A vonalösszeállítások Excel táblázatban készültek, szintezési szakaszonként feltüntetve az oda- és visszaszintezésből származó (hőmérsékleti javítással ellátott) magasságkülönbséget, az észlelési differenciát, a szakasz normál javításának és asztronómiai javításának értékét, végül pedig a javított magasságkülönbséget. Ugyanezen értékeket az ún. kéregmozgási szakaszokra (K-pontok közötti szakaszokra) is kimutatták a táblázatokban. Vizsgálataimban a szakaszok és a kéregmozgási szakaszok javított magasságkülönbségét használtam fel alapadatként. Itt megjegyzem, hogy Virág Gábor a nyers magasságkülönbségekből indult ki, az ő vizsgálatai a mérésre is kiterjedtek.

A munkaterületen kigyűjtötték az EOMA 1 és EOMA2. epocha azonosnak tekinthető pontjainak „régi” magasságait, erre az EOMA pontszámozási módszere lehetőséget ad, hiszen a pontazonosítóban szereplő jelzőszám az állandósítás eredetiségére utal. Tanulmányoztam az EOMA 1 eredeti kiegyenlítési jegyzőkönyvét, ebből a munkaterületre eső főalappontok magasságát vettem át (2. táblázat, 3. oszlop).

2. táblázat. A KMO területén elhelyezkedő főalappontok azonosítói, ponthibái valamint eredeti magasságuk változása, ha az újramérés kiegyenlítésében a Szarvaskő pontot tekintjük adottnak

főalappont neve	EOMA pontszám	EOMA1 magasság (m)	magasság-változás (m)	ponthiba (mm)
Kecskemét	0000021-1	115,82252	–0,029	3,0
Kunhegyes	0000026-1	87,67066	–0,044	2,2
Hajdúböszörmény	0000028-1	119,74808	–0,070	2,7
Nyírábrány	0000029-1	136,07842	–0,062	3,2
Mátészalka	0000030-1	120,04254	–0,040	3,4
Kisvárda	0000031-1	103,28639	–0,023	3,3
Tokaj	0000032-1	100,82650	+0,019	2,5
Baksipart	0000033-1	105,25093	+0,007	2,7
Telkibánya	0000034-1	243,29294	+0,003	2,8
Sajógalgóc	0000035-1	144,01086	+0,002	1,9
Szarvaskő	**0000036-3**	**206,14921**	**0,000**	
Nógrádszakál	0000037-1	164,40887	+0,026	2,6
Börzsöny	0000038-1	248,24277	+0,013	2,9
Letkés	0000039-3	109,66369	+0,022	2,8
Dunakeszi	0000040-1	124,21806	+0,010	2,5

A munkaterületen kétféle típusú főalappont található: a hegyvidéki részeken ún. sziklás pont, amelyek zömét az 1950-es évek elején, az ún. Bendefy-féle hálózatban telepítették. Az alföldi részeken az EOMA új típusú mélyalapozású fúrt betoncölöpös állandósítási módját alkalmazták. Az EOMA 1982-ben kelt műszaki leírása alapján megállapítható, hogy a kérdéses területen a fúrt betoncölöpök átlagos mélysége 13 méter, de a dunakeszi pont esetében például 20 méter.

Ellenőrzés céljából először a vonalak magasságkülönbségeiből zárt köröket alakítottam ki, számítottam a poligon-záróhibákat, és összevetettem azokat a vonatkozó elsőrendű hibahatárral (1. ábra). A szigorú hibahatárnak a munka megfelelt.

3 A KMO kiegyenlítése és a K-pontok magasságváltozása

A kiegyenlítést először az összes főalappont régi magasságának megkötésével végeztem, ám az eredmény azt mutatta, hogy az összes főalappont mozdulatlanságának feltételezése nem reális. A következőkben csak egyetlen pont magasságát rögzítettem, a munkaterület közepén elhelyezkedő, 60 éve állandósított Szarvaskő sziklás pontét (1. változat). A kéregmozgási szakaszok javított magasságkülönbsége és a kéregmozgási szakaszok hossza volt a kiinduló adat. A számítást a karunkon fejlesztett Szinthal nevű szoftverrel végeztem (Gyenes és Kulcsár 2006), a szakaszok hosszának reciprokát tekintve súlynak. A szintezés kiegyenlítés előtti középhibáját 0,30 mm-nek vettem fel, az egységnyi súlyhoz tartozó távolság 1 km. Ezen változat alapján a főalappontok magasságváltozásait és középhibáit a 2. táblázat tartalmazza. A ponthibák négyzetes átlaga itt 2,7 mm.

Egy következő megoldásban a régi hálózathoz való minél jobb illeszkedést szerettem volna elérni, ezért 5 helyet kötöttem meg (Baksipart, Börzsöny, Dunakeszi, Szarvaskő és Tokaj). Valójában 6 pont magassága lett adott a kiegyenlítésben, mivel Börzsöny két egymás melletti ponttal (38-1 és 38-2) vesz részt a számításban.

A 3. táblázatból látható, hogy közel 300 darab K-pont meghatározására került sor; egy kéregmozgási szakasz átlagosan 5,3 km-es. A szintezés kilométeres középhibája 0,3 mm-nek adódott az 1. változatban, ami összhangban van a használt műszer (DNA03 digitális szintező) gyári pontossági adatával.

A további vizsgálatok alapjául a 2. változatot tekintettem. Összevetettem a K-pontok új kiegyenlítésből kapott magasságát az EOMA 1. epocha idején meghatározott értékkel. A magasságváltozásokat területi eloszlásban a 3. ábra mutatja.

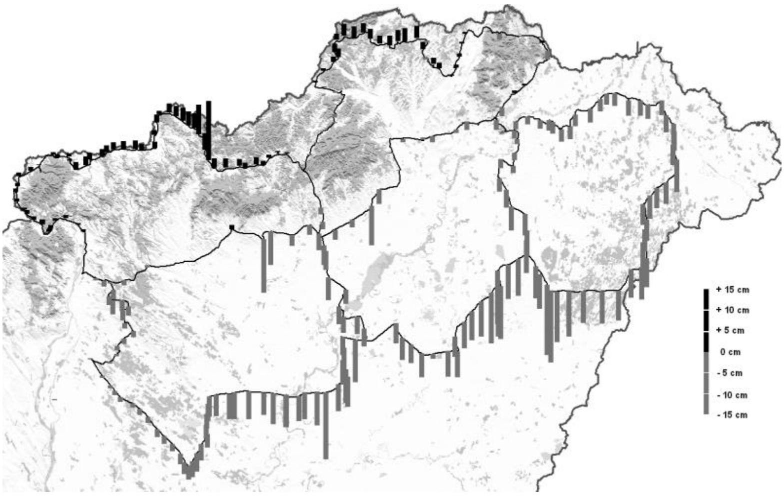
Az ábra egyértelműen jelzi, hogy a rögzített pontokhoz viszonyítva a hegyvidéki pontok zömében emelkedtek, míg a síkvidékiek pedig süllyedtek. Számszerűen: a mintegy 300 darab KKP egyharmada emelkedett (ennek mértéke átlagosan 15 mm), kétharmada süllyedt (átlagosan 42 mm-t).

A süllyedést mutató mintegy 200 pontból 130-nál 5 cm alatti a magasságváltozás, 59-nél 5-10 cm közötti, 11 darab pontnál pedig 10 cm-nél is nagyobb (maximálisan 17 cm). Százalékosan kifejezve: a süllyedés mértéke a pontok 65 %-ánál 5 cm-en, 95 %-ánál 10 cm-en belül van. Az emelkedés mértéke a pontok 75 %-ánál 2 cm alatt, 99% -ánál 5 cm alatt marad.

Érdemes kiemelni, hogy a közbenső kéregmozgási pontok pontjele a felszín alatt mintegy 1,2 méterre helyezkedik el (a talajvíz- és fagyhatás semlegesítésére) egy, tipikusan 3-5 méter mélységű fúrt betoncölöpben. Most van először alkalom ilyen nagy mennyiségű, speciális állandósítású pontnál kimutatni a három évtized alatt bekövetkezett magasságváltozásokat. A ponthibák és az elmozdulások nagyságának egybevetése arra utal, hogy a pontok magassága a rögzített pont(ok)hoz viszonyítva szignifikánsan megváltozott.

3. táblázat. Két kiegyenlítési változat jellemző bemenő és kimenő adatai

jellemző adat	1. változat		2. változat	
adott pontok száma	1	db	6	db
új pontok száma	302	db	297	db
átlagos kéregmozgási szakasz-hossz	5,3	km	5,3	km
kilométeres középhiba	0,29	mm	0,65	mm
ponthibák négyzetes átlaga	2,7	mm	4,2	mm

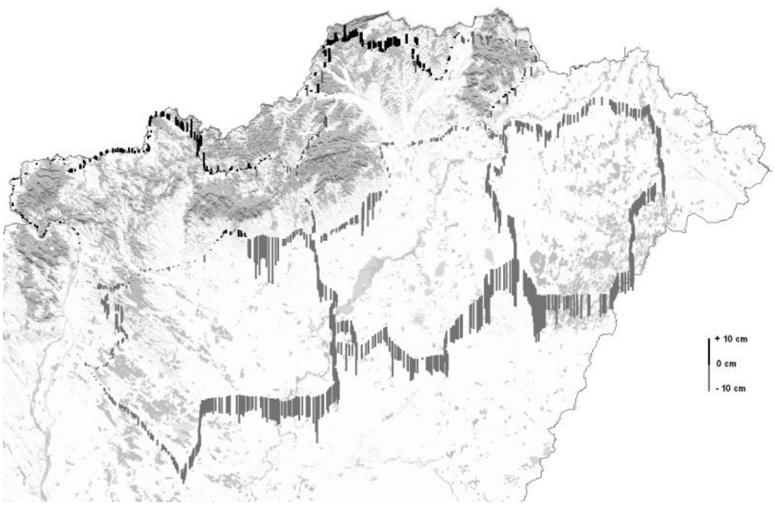


3. ábra. A K-pontok magasságváltozása a KMO 1. és 2. mérése között

4 A szakaszvégpontok magasságváltozásának elemzése

A továbbiakban elfogadtam a K-pontok magasságát adottnak és egyenként elvégeztem a szintezési vonalak kiegyenlítését. A kiegyenlítés paraméterei ugyanazok voltak, mint a KKP-k esetében. Képeztem a szakasz-végpontok (SZVP) új és eredeti (1970-es évekbeli) magasságának különbségét, természetesen csak azon pontoknál, amelyek azonosnak tekinthetők. A magasságváltozásokat térképen ábrázoltam, külön jelölve az emelkedést és süllyedést. Az így kapott 4. ábra hasonló tendenciát mutat, mint a K-pontok esetében, csak sokkal sűrűbben szerepelnek a vizsgálati pontok és előfordulnak extra esetek is.

A legjelentősebb mértékű süllyedés Debrecen környékén és Visonta (Kápolna-Detk) környékén figyelhető meg. Debrecen környékén a 19-es vonal 115-135 számú pontjai mindegyike 10 cm-nél nagyobb mértékben süllyedt (a legnagyobb érték 17 cm). Kápolna és Detk között a 10-es vonal (eredetileg 1008 számú másodrendű vonal) 105-109 számú pontjainak süllyedése 10 cm és 16 cm közötti érték. A 1008107-es pont magassága 25 cm-rel változott. (A detki térségben a bányászati tevékenység következményeként korábban is tapasztaltak hasonló magasságváltozásokat.)



4. ábra. Az összes azonos pont magasságváltozása a KMO 1. és 2. mérése között

Ismeretes, hogy minden K-pont mellett van hagyományos állandósítású szintezési alappont is éppen azért, hogy a szokásos mérnöki feladatoknál a pont kibontása nélkül lehessen hozzá csatlakozni. A két közeli alappont magasságkülönbsége általában 2 műszerállásból mérhető, vagyis a magasságkülönbség nagy megbízhatósággal határozható meg.

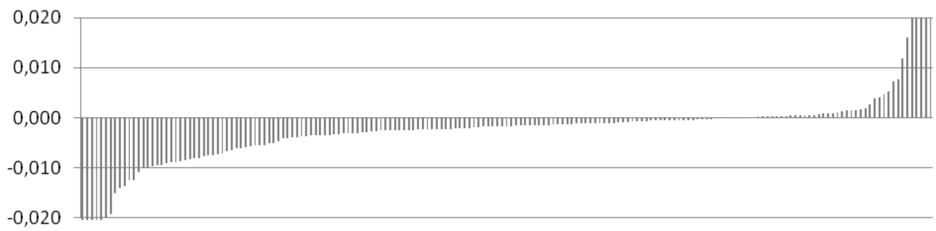
A következőkben arra kerestem választ, vajon egyforma mértékben süllyed vagy emelkedik a lényegében azonos helyen lévő két pont, vagy sem. Kiválogattam minden olyan magasságkülönbséget, ahol a szakasz-hossz 100 méter alatti volt valamely KKP és a vonalban vele szomszédos SZVP között. 183 ilyen esetet találtam, ahol képeztem az új magasságkülönbség és a régi magasságkülönbség különbségét.

Ezen magassági változásokat nagyság szerint rendezve az 5. ábra mutatja, de csak a -2cm és +2cm közötti tartományban (az extra mértékű változások elemzése külön vizsgálat tárgya lehetne). Egyértelműen több a süllyedés (vagyis az SZVP süllyedt a KKP-hoz viszonyítva), mint az emelkedés. A süllyedések átlagértéke -4 mm. Ha az összes változás (emelkedés és süllyedés) abszolút értékének átlagát nézzük, akkor az 3 mm. Vagyis nem egyforma mértékben változik két egymás mellett lévő alappont magassága, mert ez az állandósításnak is függvénye. Más tényezők (például az évszakok, a mérés időpontja) is szerepet játszhatnak ebben, de erre most nem tértem ki.

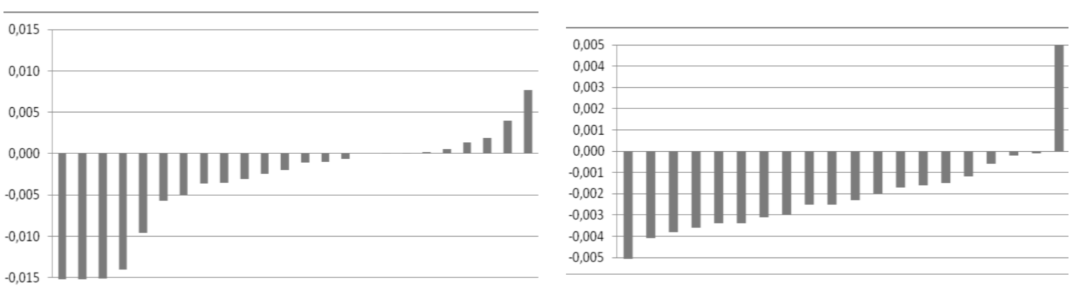
Érdekelt viszont, hogy az egyes hagyományos állandósítási módoktól függ-e ez a magassági változás. Ezért külön táblázatban illetve grafikonokon vizsgáltam a szintezési kővel, csappal, gombbal vagy tárcsával jelölt alappontokat (darabszámukat vonalanként a 4. táblázat tartalmazza).

A munkaterületen viszonylag kis számban lehet KKP mellett lévő különböző típusú és mindkét epochában mért pontokat statisztikailag vizsgálni, a 6. ábrán mégis bemutatok két jellemző esetet, szintezési kő illetve tárcsa vonatkozásában. Tipikusan a süllyedés a jellemző; kővel történő állandósításnál ennek átlagos mértéke 10 mm, míg tárcsánál 3 mm. A kisebb mérték a tárcsák esetében valószínűleg annak is tulajdonítható, hogy ezek többnyire megállapodott építményben (templomban) több, mint fél évszázaddal ezelőtt állandósított pontok.

A közbenső kéregmozgási pontok és a közvetlenül mellettük lévő hagyományos állandósítású szintezési alappontok magasságváltozását területi eloszlásban a 7. ábrán mutatom be. Az ábra csak a 12 mm-nél kisebb változásokat tartalmazza, az extrának minősített további 13 esetet nem.



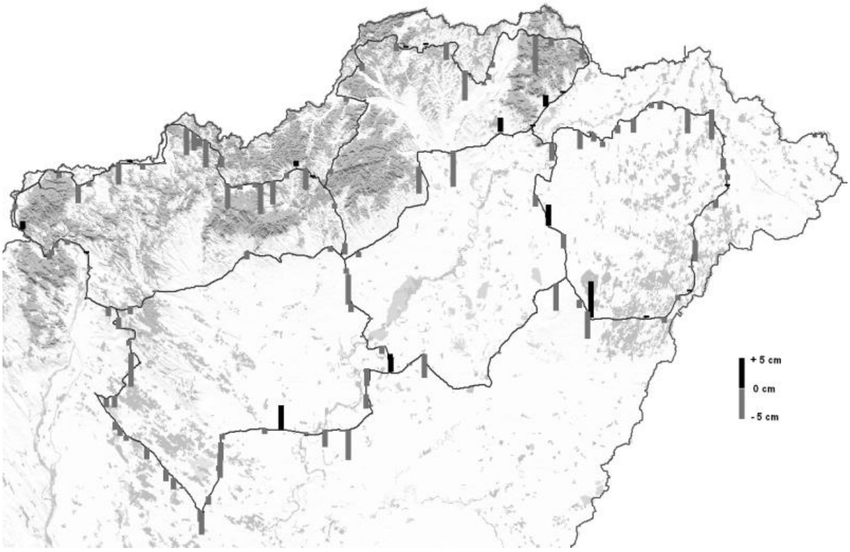
5. ábra. 183 darab KKP és hozzá közeli SZVP magasságváltozása nagyság szerinti sorrendben felrakva



6. ábra. KKP és SZVP közötti magasságváltozások: 24 kőnél (balra) és 20 tárcsánál (jobbra)

4. táblázat. A különböző állandósítású szintezési alappontok darabszáma a KMO egyes vonalain belül

vonal száma	K-pont	csap	gomb	kő	tárcsa
9	15	90	25	29	8
10	11	74	34	20	2
17	27	91	15	56	5
19	9	37	3	15	0
20	19	56	14	43	6
21	36	190	9	48	1
22	11	57	27	0	0
23	56	226	76	50	16
24	13	62	18	20	1
25	66	211	83	42	9
26	32	86	12	64	10
összesen:	295	1180	316	387	58



7. ábra. A KKP és SZVP közötti magasságváltozások területi eloszlása (170 db, 12 mm-nél kisebb érték bemutatásával)

5 Összefoglalás, tanulságok

Az EOMA újramérése 2007-ben kezdődött, 2009 közepéig három poligon (számozásuk szerint a 8., 9. és 10. számú) szintezésére került sor. Ezzel lehetőség adódott arra, hogy egy nagyobb területrészen (Kelet-Magyarországon) tényadatok, szabatos szintezések alapján képet kapjunk a három évtized alatt végbement tényleges felszínváltozásokról. Az új hálózatrész kiegyenlítésére olyan megoldást választottam, amely 5 főalappont eredeti magasságára épül.

Összehasonlítást végeztem a régi (EOMA1) és az új (EOMA2) hálózatban az azonosnak tekinthető alappontok magassági értéke között, külön a K-pontok (mintegy 300 darab) és az összes szakaszvégpont alapján. A pontok magassági értelmű változása röviden így jellemezhető: a rögzített pontokhoz viszonyítva kétharmad részük süllyedt, egyharmad részük emelkedett. A süllyedés mértéke a pontok 65 %-ánál 5 cm alatti, 30 %-ánál 5-10 cm közötti és 5 %-ánál nagyobb 10 cm-nél. Az emelkedés mértéke a pontok 75 %-ánál 2 cm alatt, 99 %-ánál 5 cm alatt van.

A fentiekből az következik, hogy időszerű és szükséges volt az EOMA újramérését elindítani. Ismert, hogy ennek költségei tetemesek, ezért a források előteremtése, a projekt lebonyolítása komoly erőfeszítést kívánt. Fontos lenne azonban, hogy ez a munka folytatódjék, mert ha hosszú időre elhúzódna, akkor nem lehetne homogén hálózatot kialakítani, és az időbeli változásokat pontosan figyelembe venni.

Az EOMA újramérésének jelentősége nemcsak tudományos szempontból fontos, hanem gyakorlati hasznosítás céljából is. Jelenleg a GNSS technológiát – különösen annak hálózatos RTK módszerét – kiterjedten alkalmazzák a geodéziai gyakorlatban térbeli helymeghatározásra és kitűzésre. Ennek a korszerű technológiának a kihasználását, nagyobb pontossági igényű feladatokhoz való használatát gátolja a nagypontosságú magyarországi geoid-kép hiánya, ami az EOMA-magasságok bizonytalanságára, avultságára vezethető vissza. Homogén és aktuális magassági vonatkoztatási rendszer nélkül nem lehetséges a GNSS technika nagypontosságú alkalmazása sem, nem végezhető korrekt magassági transzformáció.

Tanulmányomban az EOMA eddigi újramérése alapján a magasságváltozásokra koncentráltam, nem foglalkoztam a témához szorosan kapcsolódó más kérdésekkel (például méréstechnikai problémákkal, a lehetséges számítási modellekkel, a digitális nyilvántartással, a korábbi hasonló vizsgálatokkal vagy a hazai geodinamikai hálózat pontjaival való összehasonlítással) – ezeknek kutatása a közeljövő feladata lehet.

Köszönetnyilvánítás. A cikk részben a T49575 számú OTKA támogatásával készült. Az ábrák elkészítéséért köszönetet mondok Kiss Attila kollégámnak (és közvetve a DigiTerra munkatársainak a szoftverért).

Hivatkozások

Gyenes R, Kulcsár A (2006): Digitális szintezőműszerrel végzett mérések feldolgozása. Geodézia és Kartográfia, 2006/1. 17-22.

Mihály Sz, Kenyeres A, Papp G, Busics Gy, Csapó G, Tóth Gy (2008): Az EOMA modernizációja. Geodézia és Kartográfia, 2008/7. 3-10.

Műszaki leírás az Egységes Országos Magassági Alaphálózat (EOMA) I. rendű szintezési hálózatáról. FÖMI Központi Adattár, 1982.

Virág G (2011): Az újramért EOMA kiegyenlítése. Geomatikai Közlemények, XIV, (megjelenés alatt).

A VEGETÁCIÓ ÉS A FELSZÍNI TÖMEGMOZGÁSOK KAPCSOLATÁNAK VIZSGÁLATA

Bódis Virág Bereniké[*], *Mentes Gyula*[*]

Investigation of connection between surface mass movements and vegetation – *In our days the investigation of the vegetation's effect gains increasing ground in the research of the landslide-prone areas. Until now, however the researches did not include the investigation of the relationship between vital processes of plants and movements. In this paper we studied the effect of vegetation onto the movements of the high stream-banks in Dunaföldvár and Dunaszekcső. We made the vegetation map of the two test sites, and the potential evapotranspiration (PET) of the areas was calculated on the basis of these maps. On both test sites the tilt was measured by highly sensitive borehole tiltmeters and the variation of the small daily tilt amplitudes was compare with the evapotranspiration and the precipitation events. We found that the seasonal change of the tilt amplitudes shows a strong correlation with the physiological processes of the vegetation and the magnitude of the transpiration. The daily tilt amplitudes are smaller at the test site Dunaföldvár, than on the Dunaszekcső test area due to the higher transpiration at Dunaföldvár. The daily tilt amplitudes decrease due to moisture. The reason for this is that the vegetation reduces the pore pressure in large soil volume which causes larger soil deformation during dry periods than in wet periods.*

Keywords: landslide, tilt measurement, potential evapotranspiration, vegetation, evaporation

Napjainkban a földcsuszamlás-veszélyes területek kutatásában egyre nagyobb teret nyer a növényzet hatásának vizsgálata. Az eddigi kutatások közül csak nagyon kevés terjedt ki a növényi életfolyamatok és a mozgások kapcsolatának tanulmányozására. Ebben a cikkben azt tanulmányoztuk, hogy a vegetáció milyen hatással van a magaspartok mozgására a két tesztterületen Dunaföldváron és Dunaszekcsőn. Elkészítettük a két terület vegetációs térképét, amelyek alapján kiszámítottuk a két terület potenciális evapotranszpirációját (PET). Mindkét területen nagyérzékenységű fúrólyuk-dőlésmérőkkel regisztráltuk a dőlést és a kis napi dőlésamplitúdókat összehasonlítottuk az evapotranszspirációval és a csapadék eseményekkel. Megállapítottuk, hogy a dőlésamplitúdók szezonális változása szoros kapcsolatot mutat a növényzet élettani folyamataival, a párologtatás mértékével. A napi dőlésamplitúdók a nagyobb párologtatású dunaföldvári területen kisebbek, mint a dunaszekcsői tesztterületen. Csapadék hatására a napi dőlésamplitúdók csökkennek. Ennek oka, hogy szárazabb időben a növényzet nagyobb térfogatú talajban csökkenti a pórusnyomást, ami nagyobb talajdeformációt okoz, mint nedves időszakban.

Kulcsszavak: földcsuszamlás, dőlésmérés, potenciális-evapotranszspiráció, vegetáció, párologtatás

1 Bevezetés

Szerte a világon – és így Magyarországon is – az egyik legnagyobb földtani veszélyforrást a földcsuszamlások jelentik. Magyarországon is sok földcsuszamlás-veszélyes terület van. Ezek közül is kiemelkedően sok kárt okoznak a Duna-menti magaspartok ismétlődő csuszamlásai.

Az MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézetben ezért egyik fő kutatási témának tűztük ki a földcsuszamlások okainak kutatását. 2000-től a kutatásokat az MTA támogatásával, majd 2002-től az EVG1-2001-00061 számú OASYS EU5 projekt keretében nemzetközi együttműködésben végeztük. E projekt keretében a dunaföldvári magasparton létesítettünk egy mozgásvizsgálati tesztterületet, ahol jelenleg is fúrólyuk dőlésmérőkkel regisztráljuk a mozgásokat. Itt elsősorban a hidrológiai folyamatok hatásai mellett a tektonikai okokat vizsgáljuk (Mentes et al. 2009).

2007-ben az MTA elnökének külön pénzügyi támogatásával a dunaszekcsői magasparton is létesítettünk egy mozgásvizsgálati tesztterületet, ahol a 2008. február 12-i földcsuszamlást, ill. annak

[*]*MTA GGKI, 9400 Sopron, Csatkai u. 6-8.*
E-mail: bvberenike@ggki.hu

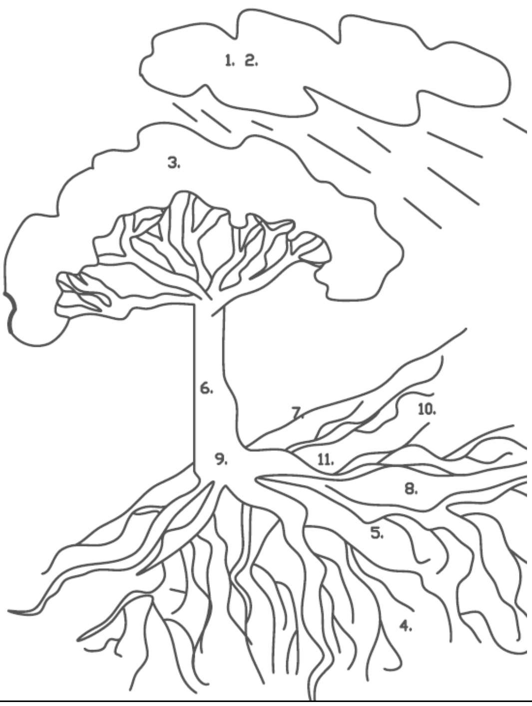
elő- és utómozgásait is regisztráltuk (Újvári et al. 2009), amely nagymértékben elősegítette a csuszamlások kinematikai és dinamikai folyamatainak tanulmányozását.

A geológiai, geofizikai, hidrológiai, stb. folyamatok tanulmányozása mellett fontosnak tartjuk a vegetáció szerepének tanulmányozását is, mivel úgy gondoljuk, hogy megfelelő vegetáció telepítésével a csúszások gyakorisága és nagysága csökkenthető lenne. Ezen a téren már korábban is folytak külföldön kutatások, azonban 2000-től jelentősen megszaporodtak a vegetáció hatásával kapcsolatos publikációk. A kutatások nagy része a növényzetnek a talaj eróziójára való hatásával (pl.: Zheng 2006) vagy a geomorfológia és a vegetáció kölcsönhatásával foglalkozik. Ez utóbbi kutatásokat igen részletesen Marston (2010) foglalta össze. Sok kutató, többek között pl. Terwilliger (1990), Pollen-Bankhead és Simon (2010), foglalkoznak a gyökérzetnek a földcsuszamlások előidézésében, ill. késleltetésében betöltött szerepének kvantitatív vizsgálatával, azonban nem sok olyan publikáció van, amely a vegetáció élettani folyamatainak és a földcsuszamlás-veszélyes terület mozgásainak kapcsolatát tárgyalná.

Mivel az általunk alkalmazott nagyérzékenységű fúrólyuk dőlésmérők alkalmasak a napos periódusú igen kicsi mozgások kimutatására, kutatásunk első lépéseként azt vizsgáltuk, hogy ezek a kicsi mozgások hogyan függnek össze a vegetáció napi és évszakos élettani folyamataival. E cikkben e vizsgálatok módszereit és eredményeit ismertetjük.

2 A növényzet hatása a talajmozgásokra

A növényzet többféle módon befolyásolhatja a földcsuszamlásra hajlamos lejtő stabilitását. E befolyásoló hatásban a növény valamennyi része közreműködik. E hatásokat az 1. és 2. ábrán látható fás szárú növény alapján mutatjuk be.



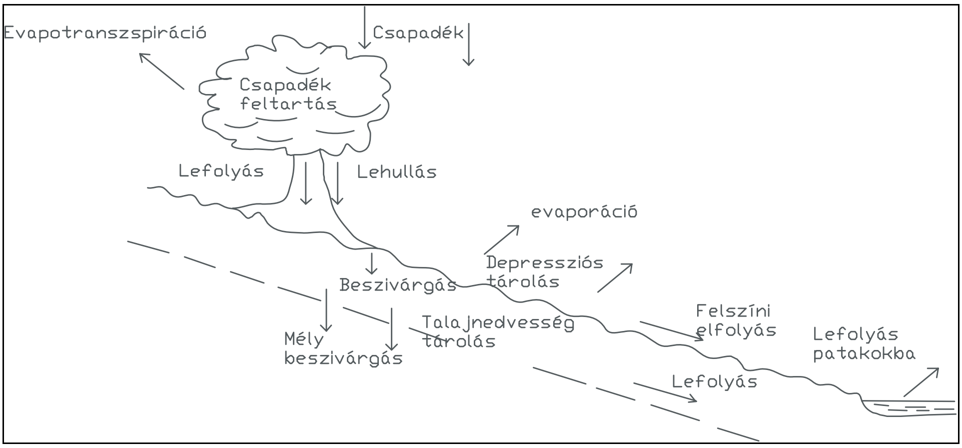
Meteorológiai, hidrológiai hatások:

1. A lombozat csapadék felfogóképessége
2. A szél ingató ereje
3. A lombozat párologtató képessége
4. Talajvízszint süllyesztése
5. A gyökérzet mentén leszivárgó víz talajlazító hatása

Mechanikai hatások:

6. A fa súlya
7. A felületi érdesség növelő hatása
8. A gyökerek általi erősítés lehorgonyzással
9. A talaj nyírási ellenállásának növelése
10. Oldalsó megtámasztás
11. A növekvő gyökérzet repesztő ereje

1. ábra. A növény részeinek szerepe a talajmozgások kialakulásában



2. ábra. A növényzet és a hidrológiai folyamatok kapcsolata

A magaspart stabilitása és növényzete között komplex kölcsönhatás van. Habár pozitív és negatív hatások egyaránt előfordulnak, általában a pozitív hatások dominálnak (Simon és Collision 2002). A sűrű növényzet egyrészt csökkenti a magaspart erózióját, másrészt a gyökérzete révén mechanikailag erősíti azt. A gyökérhálózatnak azonban hatása van a magaspart hidrológiai és hidraulikai folyamataira is, amelyet az 2. ábra mutat (Pollen 2007). A gyökérzet fontos szerepet játszik a talajvíz és a csapadék elosztásában. A csapadéknak többféle útja lehet: egy része beszivárog a talajba, másik része a talaj felszínén elfolyik, míg harmadik része elpárolog. A talajba beszivárgó csapadék a gravitációs erő hatására lefelé mozog a talaj tulajdonságainak (szemcsenagyságok vagy pórusok mérete és a talaj előző nedvességi állapota) megfelelően oszlik el a talajban. A felső talajréteg kiszáradásakor a talajvíz mozgásának iránya megfordul, és a párolgás, valamint a növények párologtatása révén felfelé irányul és így a talajvíz egy része ismét visszakerül az atmoszférába. A növényzet ezáltal erősíti a partfalat, mivel megakadályozza, hogy a csapadék lejusson a partfal alsóbb rétegeibe és ott a pórusnyomást növelje, valamint hozzájáruljon a csúszási felületek súrlódási tényezőjének csökkentéséhez.

A növényzetnek ugyanakkor negatív hatása is van a lejtő stabilitására. A lombozat akadályozza a csapadék talajra jutását, ezért a csapadék a növények törzsén folyik le, és a gyökerek mentén szivárog be a talajba, ahol jelentősen megnöveli a pórusnyomást. Ugyanakkor a növények biológiai aktivitása és a gyökérzet fejlődése makropórusok kialakulásához vezet, jelentősen növelve a csapadék beszivárgását. Ehhez járul még az is, hogy szárazság esetén a gyökerek és a talaj között rés keletkezik, amely megakadályozza a gyors párolgást és a növény kiszáradását. Ezek a rések eső esetén a csapadékot gyorsan és mélyebbre vezetik, csökkentve a lejtő stabilitását. A vegetáció előnyös és hátrányos tulajdonságai egymás ellen hatnak. Ezek a hatások az év folyamán változnak a vegetáció fejlődési ciklusa következtében (Simon és Collision 2002).

3 Vizsgálati módszerek és eredmények

3.1 Dőlésmérés eredmények

A növényzet által okozott kismértékű talajvízszint ingadozások sekélymélységű, nagyérzékenységű fúrólyuk-dőlésmérőkkel is regisztrálhatók.

Kümpel et al. (1996) a nagycenki vízműkút mellett három dőlésmérővel regisztrálták a talaj dőlését és a szivattyú be- és kikapcsolási idejét. A szivattyú be- ill. kikapcsolásakor exponenciális fel- és lefutású talajdőlés görbéket kaptak.

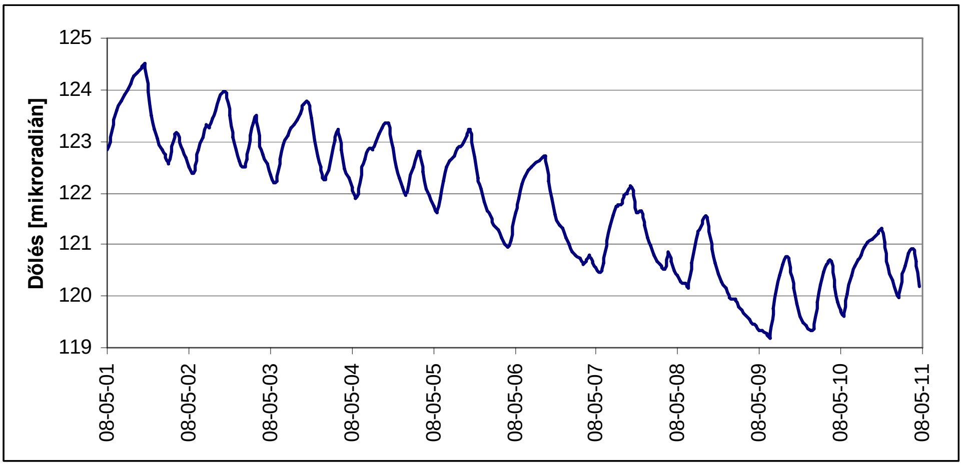
Hasonló lefutású napos periódusú dőlésjeleket kaptunk tektonikai mozgásvizsgálatok, valamint a magaspartra telepített dőlésmérők esetében is (Mentes 2002, 2003, 2004). A 3. ábra egy tíznapos dőlésmérő regisztrátumot mutat, amelyen jól látszanak a hosszabb periódusú változásra szuperponálódó napos változások, amelyek a felsőbb talajréteg vízháztartásával, így valószínűleg a növényzet élettani folyamataival is kapcsolatban vannak.

Ez adta az ötletet, hogy megvizsgáljuk milyen összefüggés van ezen kis mozgások és a növényzet vízháztartása között. A vizsgálatokhoz a dunaföldvári és a dunaszekcsői mozgásvizsgálati tesztterületen csak a partfalra telepített dőlésmérőket használtuk. Ezek a műszerek Applied Geomechanics Inc. gyártmányú, kétkomponensű, 0,1 μrad érzékenységű sekélymélységű fúrólyuk dőlésmérők, amelyek 2,5-3 m mélységű fúrólyukakban helyezkednek el. A műszer adatait és a telepítés módját Mentes (2002) részletesen ismerteti. A műszerek úgy helyezkednek el, hogy a $+y$ irányú dőléskomponens a Dunára merőleges (keleti irány), míg a $+x$ komponens a Dunával párhuzamos és déli irányba mutat. A dőlésadatokat és a fúrólyukak hőmérsékletét óránként regisztráltuk.

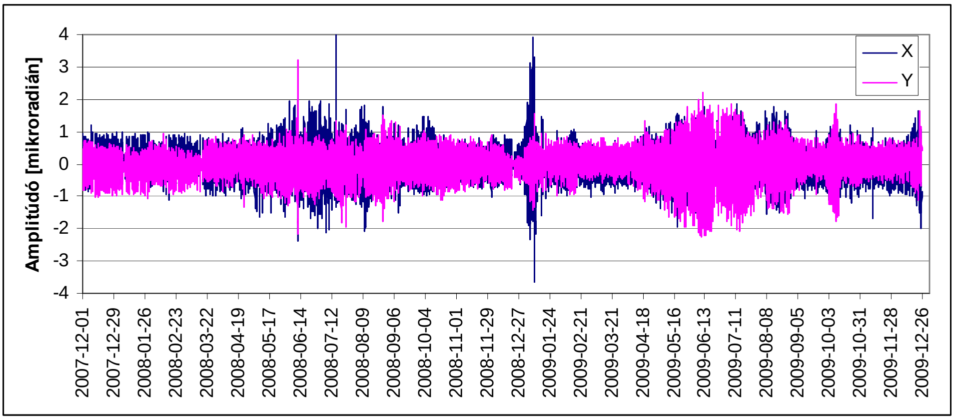
A dőlésméréseket Dunaföldváron 2002-től végezzük folyamatosan, addig a Dunaszekcsői dőlésmérések 2007 októberétől folynak. A dőlésmérők beállási periódusát elhagyva, ezen a területen megbízható mérési adatok csak 2007. december 1-jétől vannak. Hogy a különböző tesztterületeken mért adatokat össze tudjuk hasonlítani, vizsgálatainkat mindkét területen a 2007. december 1-jétől 2010. június 30-ig tartó időszakra végeztük el. A napi, rövidperiódusú mozgások tanulmányozása céljából a hosszabb periódusidejű változásokat egy 0,5 ciklus/nap levágási frekvenciájú felüláteresztő szűrővel szűrtük.

A Dunaföldváron 2007. 12. 01. és 2009. 12. 31. között mért X, Y irányú dőléskomponensek szűrt adatsorát a 4. ábra, míg a Dunaszekcsőn 2007. 12. 01. és 2010. 07. 31 között mért dőlésadatok szűrt adatsorát a 5. ábra mutatja. Mindkét adatsorban jól láthatók a nyári melegebb és szárazabb időszakokban nagyobb napi dőlés amplitúdók, valamint az, hogy a dunaföldvári magasparton a többi hónapban is nagyobbak az amplitúdók, mint a dunaszekcsői tesztterületen. A dunaszekcsői tesztterületen 2008 februárjában mért nagyobb amplitúdók a 2008. február 12-én történt nagy csuszamlás elő- és utómozgásai (5. és 8. ábra). A Dunaföldváron 2009 januárjában fellépő nagyobb amplitúdók valószínűleg olvadás-fagyás periódus következményei (4. és 7. ábra).

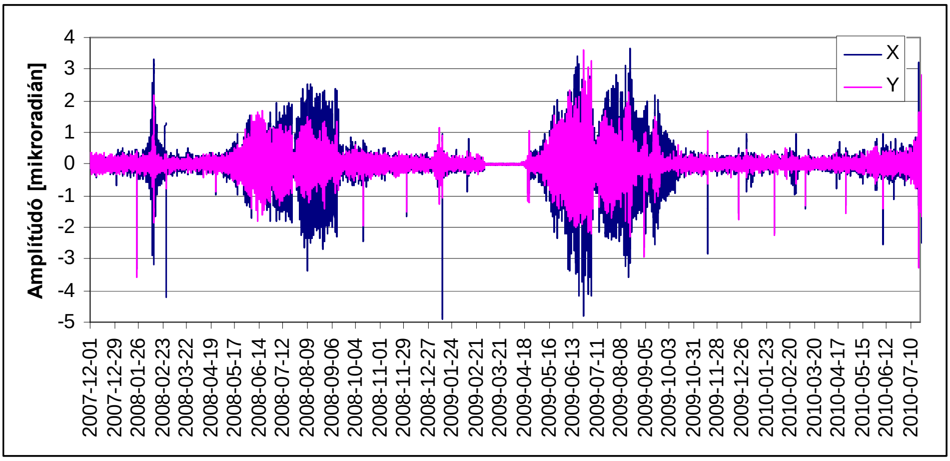
Mindkét tesztterületre meghatároztuk a napi csúcsok átlagát havi bontásban az egyes tesztterületeken rendelkezésre álló teljes dőlésmérő adatsorokból. A Dunaföldváron kapott havi átlagértékeket és az azokhoz tartozó szórásértékeket az 1. táblázat, míg a dunaszekcsői tesztterületre számított értékeket a 2. táblázat tartalmazza. Dunaföldváron a napi amplitúdók havi lebontásban nagy szórási értékeket mutatnak, ugyanakkor az átlagértékek ugyanúgy viselkednek, mint a dőlési értékek. Májustól az értékek nőnek, majd szeptembertől fokozatosan újra lecsökkenek. A kisszámú adat miatt az évi átlagok szórása kiszámításának nincs matematikai értelme, különösen Dunaszekcső esetében. A nagyobb szórásértékek a vegetációs időszakban azonban fizikai értelemben jelzik, hogy a nagyobb amplitúdók változékonysága is nagyobb és az évi időjárási viszonyoknak is függvénye.



3. ábra. A dunaföldvári magasparton készült tíznapos dőlésmérő regisztrátum



4. ábra. Dunaföldvári szűrt dőlésmérő adatsor 2007.12.01 és 2009.12.31 között



5. ábra. Dunaszekcsői szűrt dőlésmérő adatsor 2007.12.01 és 2010.07.31 között

1. táblázat. Dunaföldvár amplitúdó értékeinek szórása és átlaga (2003-2009)

	jan.	febr.	márc.	ápr.	máj.	jún.	júl.	aug.	szept.	okt.	nov.	dec.
2003	1,68	2,01	2,02	2,06	1,36	1,88	1,21	1,75	1,40	1,48	1,43	1,60
2004	1,90	1,39	1,12	0,62	0,96	1,45	2,39	2,31	2,12	0,97	0,99	1,35
2005	1,27	1,56	1,35	1,34	1,74	2,19	2,43	1,98	1,74	1,43	1,67	1,67
2006	2,59	1,65	1,79	0,54	1,54	1,93	3,21	2,96	2,80	2,10	1,77	1,75
2007	1,68	1,80	1,83	2,13	2,41	3,07	1,42	2,25	1,70	1,08	1,59	1,45
2008	1,20	1,27	1,18	1,36	2,38	2,43	2,37	1,99	1,59	1,50	1,18	1,08
2009	2,35	1,31	1,12	1,37	2,17	2,26	2,23	2,10	1,26	1,56	1,18	1,51
átlag	1,55	1,57	1,49	1,35	1,79	2,17	2,18	2,19	1,80	1,45	1,40	1,49
szórás	0,82	0,27	0,38	0,62	0,55	0,51	0,67	0,39	0,52	0,37	0,29	0,22

2. táblázat. Dunaszekcső amplitúdó értékeinek szórása és átlaga (2007-2010)

	jan.	febr.	márc.	ápr.	máj.	jún.	júl.	aug.	szept.	okt.	nov.	dec.
2007												0,43
2008	0,66	1,24	0,45	0,50	1,16	1,99	2,58	4,10	1,96	1,96	0,52	0,46
2009	0,80	0,44	0,04	0,30	2,06	4,67	3,76	4,02	2,69	0,87	0,54	0,51
2010	0,50	0,69	0,40	0,57	0,67	0,92	1,24					
átlag	0,66	0,79	0,30	0,46	1,30	2,53	2,53	4,06	2,32	1,41	0,53	0,47
szórás	0,15	0,97	0,23	0,14	0,71	1,93	1,26	0,05	0,52	0,77	0,02	0,04

3.2 A növényzet hatásának vizsgálata

A növényzet hatásának vizsgálatához elkészítettük mindkét terület vegetációs térképét, melyeken feltüntettük a különböző növényegyedek pontos helyét, faját, korát és az esetleges elváltozásokat. A területen található különböző növényegyedek száma alapján meghatároztuk a növényzet párologtatását.

Mivel a meteorológiai paraméterek közül a léghőmérséklet és a csapadékmennyiség állt csak e területeken rendelkezésre, ezért a meteorológiai módszerek közül a párologtatás kiszámításához a Thornthwaite-módszert alkalmaztuk, amelyhez csak a havi átlagos léghőmérsékletre van szükség a Potenciális-evapotranszspiráció (továbbiakban PET) kiszámításához (Rey 1999):

$$PET = 1{,}6\left(\frac{10T}{I}\right)^{a} [mm] , \tag{1}$$

ahol a PET a potenciális evapotranszspiráció, T a havi középhőmérséklet, I a hőindex, amely az alábbi képlettel számítható:

$$I = \frac{T^{1{,}514}}{5} . \tag{2}$$

Az a kitevő pedig az alábbi képlettel határozható meg a hőindex segítségével:

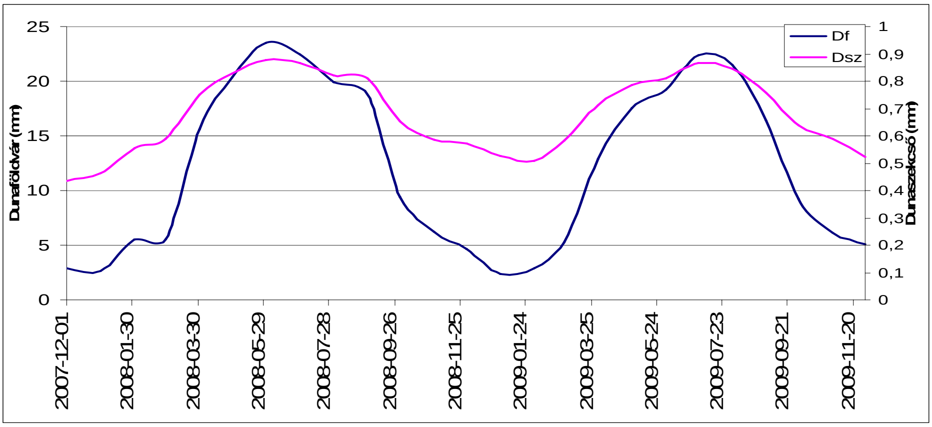
$$a = 0{,}000000675 \cdot I^3 + 0{,}0000771 \cdot I^2 + 0{,}01792 \cdot I + 0{,}49239 . \tag{3}$$

A PET megértéséhez az alábbi fogalmak definíciójára is szükség van:

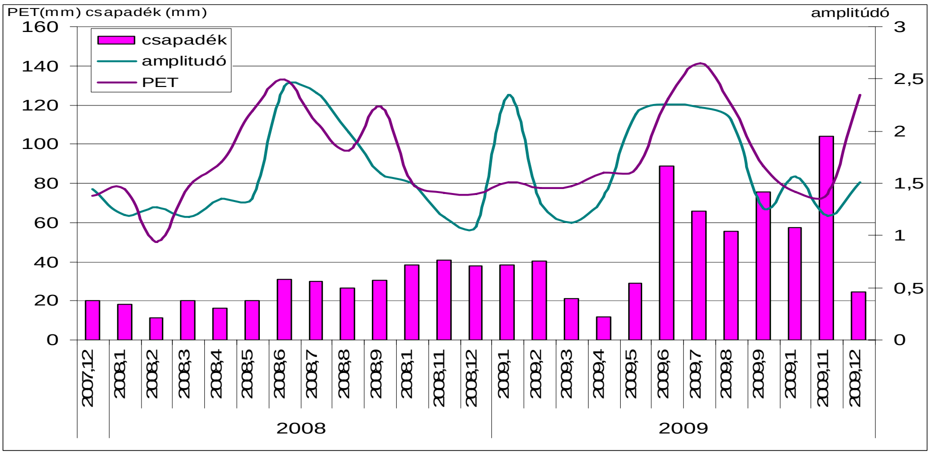
Evaporáció a szabad felszín párolgása, mely függ a hőmérséklettől, a levegő mozgásától és páratartalmától. Transzspiráció a növényi párologtatás, mely szintén függ a fenti tényezőktől, de a változása azokkal nem lineáris, mivel a növény légzőnyílásai segítségével szabályozza saját vízleadását. Potenciális-evapotranszspiráció (PET) egy adott terület teljes párologtatása (korlátlan vízellátás esetén), belevéve a talaj és a növényzet párologtatását is.

A Thornthwaite-módszert ma már kevésbé használják, mivel a levegő páratartalmát nem veszi figyelembe a párologtatás kiszámításához, ennek ellenére különböző területek párologtatásának összehasonlítására kiválóan alkalmas.

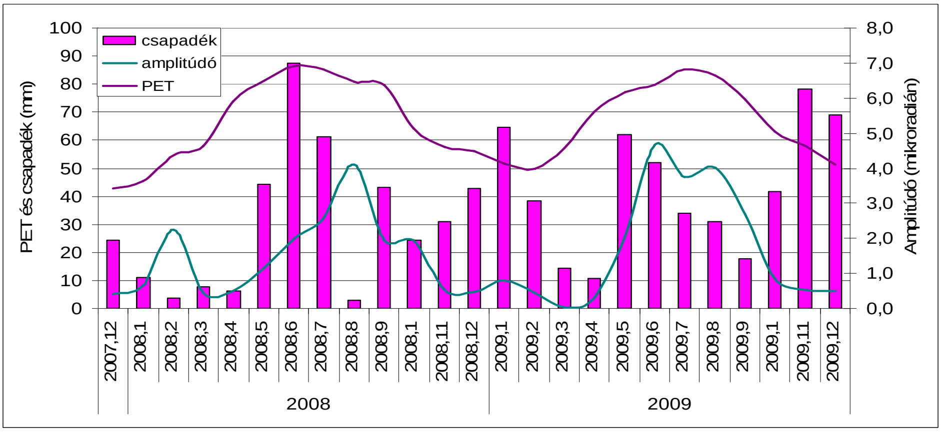
A vegetációs térképek alapján korrigáltuk a kapott PET értékeket a párologtató felülettel és a területtel. A párologtató felület értékét saját mérések alapján adtuk meg a növényegyeden található levelek számával. A hasonló korú és fajú egyedek a két területen ugyanazt az értéket kapták az összehasonlíthatóság érdekében. A két terület vegetációja faj szinten nagyon hasonlít egymásra, ugyanis a két tesztterület hasonló talajjal és klímával rendelkezik, így a kerti gyümölcsfák és a szőlő dominál. Ugyanakkor egyedszámban nagyon eltérnek. A dunaföldvári tesztterület négyszerese a dunaszekcsőinek, ezért a 10 m^2-re eső fa-egyed és párologtató felület értékét vizsgáltuk. A korrekciók alapján Dunaföldváron a PET értéke többszöröse, mint Dunaszekcsőn (6. ábra).



6. ábra. A két vizsgálati terület párologtatásának összehasonlítása 2007.12.01. és 2009.12.31. között



7. ábra. A Potenciális evapotranszspiráció, a csapadék és az amplitúdó kapcsolata Dunaföldváron 2007.12.01. és 2009.12.31. között



8. ábra. A Potenciális evapotranszspiráció, a csapadék és az amplitúdó kapcsolata Dunaszekcsőn 2007.12.01. és 2009.12.31. között

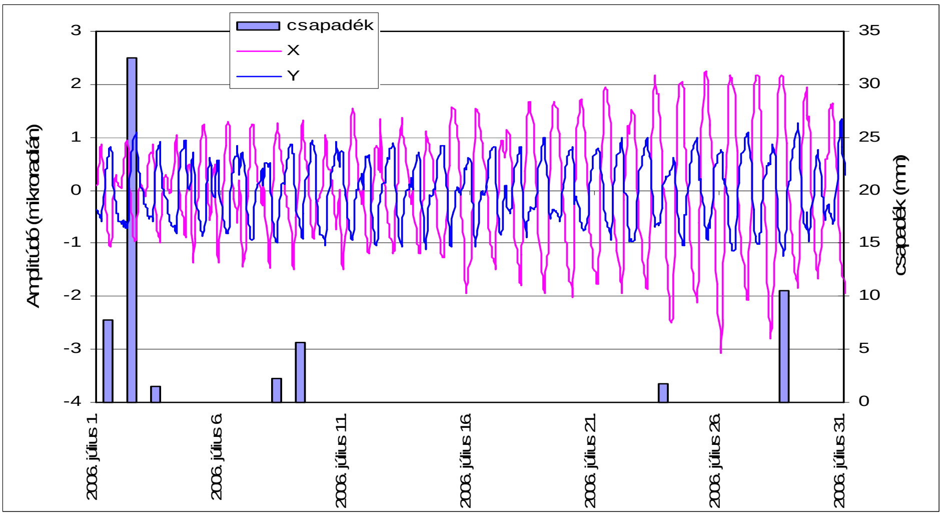
A 4. és 5. ábrán a napi dőlési amplitúdók nagysága mindkét területen minden évben április végén emelkedő, majd október elején csökkenő tendenciát mutat. Ez az időszak egybeesik a növényzet aktív (párologtató) időszakával. A növényzet lombfakadáskor használja föl a legtöbb vizet növekedéséhez. Ehhez intenzív párologtatás járul. Lombfakadás után a vízfelvétel, és ezzel együtt a párologtatás csökkenne, azonban a hőmérséklet fokozatos emelkedésével még intenzívebbé válik. Október elejére újból csökken, majd minimálisra apad – egyrészt a hőmérséklet fokozatos csökkenésével, másrészt a párologtató felület elvesztésével – a téli „pihenő" időszakban. Ezt az éves periódusú tendenciát a csapadék kismértékben módosítja (7. és 8. ábra).

A dőlési amplitúdók napi változásaira észrevehető hatással van a csapadék. Száraz időszakban a növények nagyobb talajtérfogatból, ill. mélységből tudják felvenni a párologtatásukhoz szükséges vizet és ezáltal nagyobb mélységig csökken a pórusnyomás értéke, ami miatt a dőlésamplitúdó nagyobb lesz (Kümpel et al. 1996; Mentes 2003). Nedves csapadékos időszakban, minél telítettebbek a talaj felső rétegei vízzel, annál kevésbé csökken a pórusnyomás a párolgás miatt és így a dőlési amplitúdó is kisebb lesz. Ehhez járul még az is, hogy a nagyobb mennyiségű, és hosszabb időn át tartó csapadékesemények lehűtik a levegőt, valamint a talajt, ezzel együtt átnedvesítik a párologtató felületet és a talaj alsóbb rétegeit, így csökkentve a párologtatás mértékét. Ez tovább csökkenti a dőlés amplitúdók nagyságát, ami a szárazodással fokozatosan újra nő.

A dőlési amplitúdók csúcsai száraz, illetve alig nedves talaj esetén viszonylag hegyesen végződnek, azonban csapadék hatására fogazódások jönnek létre rajtuk mind alul mind felül. Erre mutat egy példát a 9. ábra. A jelenség oka, hogy a növényi párologtatás esős időben is csökkenti a gyökérzete környezetében a pórusnyomást, azonban a felülről beszivárgó sok csapadékot már nem képes elpárologtatni, ami a pórusnyomást növeli. Ezek a fogazódások is mutatják, hogy a növényi párologtatás szerepe jelentős.

4 Összefoglalás

A dőlésmérési adatok rövid, napi periódusú összetevőjének amplitúdói az elemzéseink szerint jól demonstrálható szezonális változást mutatnak. Az amplitúdók április és október hónap között a legnagyobbak, ami egybeesik a növényzet aktív fejlődési szakaszával, amikor a növények fejlődésükhöz a legtöbb vizet használják fel. A dőlésamplitúdók szezonális változására a csapadék nincs hatással, ami azt mutatja, hogy ez a változás ténylegesen a növényi életfolyamatokkal van összefüggésben.



9. ábra. Dunaföldvári dőlés X Y komponense és csapadékeseményei (2006 július)

A csapadék- és párologtatási viszonyok részletes elemzése azt mutatja, hogy Dunaföldváron, ahol több csapadék esik, nagyobb az evapotranszspiráció értéke, mint Dunaszekcsőn, ahol viszont nagyobb a napi mikrodőlések amplitúdója. Mivel a növényzet fajtája a két területen hasonló, ez csak úgy lehetséges, hogy a növények a szárazabb talaj nagyobb térfogatából párologtatják el a vizet, ezért a nagyobb térfogatú talajban létrejövő pórusnyomás csökkenés nagyobb dőléseket okoz. Ez azt igazolja, hogy a növényzet párologtatása alapvető jelentőségű a napi mikrodőlések amplitúdójának befolyásolásában, míg a csapadéknak csak kismértékű módosító (csökkentő) hatása van. A napi mikrodőlések lefolyásának, a görbe menetének kismértékű változásai egyértelműen a nagyobb mennyiségű csapadéknak tulajdoníthatók.

Összefoglalóan megállapítható, hogy a növényzetnek fontos szerepe lehet abban, hogy intenzív párologtatással megakadályozza, ill. csökkentse a mélyebb talajrétegekbe szivárgó csapadék menynyiségét, ezáltal csökkentse a csapadék szerepét a csúszási felületek kialakulásában. Ehhez azonban olyan növényzetre van szükség, amely intenzíven párologtat és közben nem akadályozza a talaj párolgását sem.

A növényzetnek ez a hatása növelhető lenne különböző gyökérmélységű, intenzíven párologtató növények egyenletes eloszlásban való telepítésével a földcsuszamlás-veszélyes területeken. Ennek igazolására azonban további vizsgálatok szükségesek, esetleg más tesztterületeken is.

Köszönetnyilvánítás. Ez a tanulmány a K 81295 számú OTKA és a TÁMOP 4.2.1/B-09/1/KONV-2010-0006 projektek keretében készült. Külön köszönjük Molnár Tibornak, Bánfi Frigyesnek és Újvári Gábornak a műszerek installálásában és karbantartásában, valamint az adatok rendszeres kiolvasásában nyújtott segítségét, továbbá Gimesiné Németh Ágnesnek a növényzet terepi térképezésében és az adatok feldolgozásában való részvételét.

Hivatkozások

Kümpel H-J, Varga P, Lehmann K, Mentes Gy (1996): Ground Tilt Induced by Pumping - Preliminary Results from the Nagycenk Test Site, Hungary. Acta Geod. Geoph. Hung., 31(1-2), 67-79.

Marston R A (2010): Geomorphology and vegetation on hillslopes: Interactions, dependencies, and feedback loops. Geomorphology. (doi:10.1016/. geomorph.2009.09.028), 116(3-4), 206-217.

Mentes Gy (2002): Földcsuszamlás monitorozása fúrólyuk dőlésmérőkkel. Geomatikai Közlemények V, 91-97.

Mentes Gy (2003): Local effects disturbing the monitoring of tectonic movements of the Mecsekalja fault by shallow deep borehole tiltmeters in Hungary. Acta Geod. Geoph. Hung., 38(3), 327-335.

Mentes Gy (2004): Landslide monitoring by borehole tiltmeters in Dunaföldvár. In: Mentes Gy. I. Eperné P. I. (Eds.): Landslide monitoring of loess structures in Dunaföldvár, Hungary. Geodetic and Geophysical Research Institute of the Hungarian Academy of Sciences, (ISBN 963 8381 21 3), Sopron, 67-76.

Mentes G, Theilen-Willige B, Papp G, Síkhegyi F, Újvári G (2009): Investigation of the relationship between subsurface structures and mass movements of the high loess bank along the River Danube in Hungary. Journal of Geodynamics, (doi:10.1016/j.jog.2008.07.0005), 47, 130-141.

Pollen N (2007): Temporal and spatial variability in root reinforcement of streambanks: accounting for soil share strength and moisture. Catena, 69, 197-205.

Pollen-Bankhead N, Simon A (2010): Hydrologic and hydraulic effects of riparian root networks on streambank stability: Is mechanical root-reinforcement the whole story? Geomorphology, (doi:10.1016/j. geomorph.2009.11.013), 116, 353-362.

Rey J M (1999): Modelling potential evapotranspiration of potential vegetation. Ecological Modelling 123(2-3), 141-159.

Simon A, Collision A J C (2002): Quantifying the mechanical and hydrological effects of riparian vegetation on streambank stability. Earth Surface Processes and and Landforms, 27(5), 527-546.

Terwilliger V J (1990): Effects of vegetation on soil slippage by pore pressure modification. Earth Surface Processes and Landforms, 15, 553- 570.

Újvári G, Mentes Gy, Bányai L, Kraft J, Gyimóthy A, Kovács J (2009): Evolution of a bank failure along the River Danube at Dunaszekcső, Hungary. Geomorphology, (doi:10.1016/j.geomorph.2009.03.002) 109, 197-209.

Zheng F-L (2006): Effect of Vegetation Changes on Soil Erosion on the Loess Plateau. Pedosphere 16(4), 420-427.

A NEMZETKÖZI ÉGI REFERENCIARENDSZER (ICRS) ÚJ MEGVALÓSÍTÁSA: ICRF2

Frey Sándor*, Gabányi Krisztina*

ICRF2: the new realisation of the International Celestial Reference System (ICRS) – *The International Celestial Reference Frame (ICRF) is maintained by regular Very Long Baseline Interferometry (VLBI) observations at radio wavelengths. After its first definition in the middle of the 1990's, the ICRF has been redefined for the first time in 2009. Here we summarise the background, the reasons, and the importance of the ICRF2 definition. We briefly introduce the new celestial reference frame, the developments expected in the near future, and give an overview of the related research topics in Hungary.*

Keywords: VLBI, celestial reference system, quasars, astrometry

A nagyon hosszú bázisvonalú rádió-interferometria (VLBI) technikájával fenntartott nemzetközi égi vonatkoztatási rendszert az 1990-es évek közepén történt létrehozása után most először, 2009-ben, újradefiniálták. Összefoglaljuk az ICRF2 (International Celestial Reference Frame 2) megalkotásának előzményeit, indokait, jelentőségét. Röviden bemutatjuk az új vonatkoztatási rendszert, szólunk a közeljövőben várható fejlesztésekről, és összefoglaljuk a témához kapcsolódó hazai kutatásokat.

Kulcsszavak: VLBI, égi vonatkoztatási rendszer, kvazárok, asztrometria

1 Bevezetés

A nagyon hosszú bázisvonalú rádió-interferometria (*Very Long Baseline Interferometry*, VLBI) egy olyan csillagászati megfigyelési technika, amelynek segítségével rendkívül nagy szögfelbontással tanulmányozható az égbolt kompakt, fényes rádiósugárzó égitesteinek szerkezete. A geodéziával és más földtudományokkal foglalkozók számára a VLBI ugyanakkor az egyetlen eszközt jelenti, amellyel a Föld mint bolygó mozgása kellő pontossággal követhető az igen távoli égitestek segítségével kijelölt kvázi-inerciarendszerben (pl. Frey 2007). A technika e két (csillagászati és geodéziai) alkalmazása szorosan kapcsolódik egymáshoz. Az „alappontok", amelyek az égi vonatkoztatási rendszert definiálják, egyben asztrofizikai kutatások célpontjai is.

Az 1960-as években felfedezett rádiósugárzó aktív galaxismagok, a kvazárok (szó szerinti értelemben: csillagszerű rádióforrások) ideálisnak tűnnek egy égi vonatkoztatási rendszer kijelöléséhez. Egyrészt rendkívül távol, tőlünk akár több milliárd fényévnyire vannak, ezért sajátmozgásuk az égen tőlünk nézve (elvileg) elhanyagolhatóan kicsi. Ezzel szemben a Tejútrendszer csillagainak néhány év alatt is jól mérhető látszó elmozdulásuk van. A kvazárok általában nagyon kis szögkiterjedésűek, emiatt még a legjobb felbontást nyújtó globális VLBI hálózatokkal is többnyire közel pontszerűnek látszanak. A globális VLBI hálózatokkal elérhető szögfelbontás a cm-es hullámhosszakon az ezredívmásodperc (*milli-arcsecond*, mas) nagyságrendjébe esik.

A Nemzetközi Csillagászati Unió (*International Astronomical Union*, IAU) 1997-ben a kvazárok rádiótartományban mért pozícióival definiált nemzetközi égi referenciarendszert (*International Celestial Reference System*, ICRS) választotta fundamentális égi rendszernek, felváltva ezzel a korábban a csillagoknak a fény látható tartományában, optikai úton mért pozícióin alapuló rendszert. A rendszert a gyakorlatban megvalósító első definíció (*International Celestial Reference Frame*, ICRF1) értelmében a koordináta-tengelyek többé formálisan már nem kötődnek az égi egyenlítő és az ekliptika síkjához, hanem 212 darab, VLBI technikával mért kvazár és rádiógalaxis nemzetközileg egyezményesen rögzített koordinátáihoz (Ma et al. 1998). Ezeket természetesen úgy határozták meg, hogy minél zökkenőmentesebb legyen az átmenet a történelmileg megszokott égi vonatkoztatási rendszerből az újonnan definiáltba. Az ICRF1 becsült pontossága 250

*FÖMI Kozmikus Geodéziai Obszervatóriuma, 1592 Budapest, Pf. 585.
MTA-BME Fizikai Geodézia és Geodinamikai Kutatócsoport, 1521 Budapest, Pf. 91.
E-mail: frey@sgo.fomi.hu

mikroívmásodperc (μas), tengelyeinek stabilitása 20 μas körüli, ami nagyságrendnyi javulást jelentett a korábbi (optikai) módszerekhez képest.

Az ICRF1 megalkotásához az 1979 és 1995 között, 2,3 és 8,4 GHz-es frekvenciákon végzett globális geodéziai/asztrometriai VLBI megfigyeléseket használták fel. Az alacsonyabb frekvenciára azért van szükség, hogy a diszperzív földi ionoszféra frekvenciafüggő késleltető hatását korrigálni lehessen – ugyanúgy, mint például a kétfrekvenciás műholdas helymeghatározó (*Global Navigation Satellite Systems*, GNSS) méréseknél, ahol ugyancsak a légkörön áthaladó és a felszínen detektált rádiójelekről van szó, amelyeket abban az esetben a Föld körül keringő mesterséges holdak bocsátanak ki.

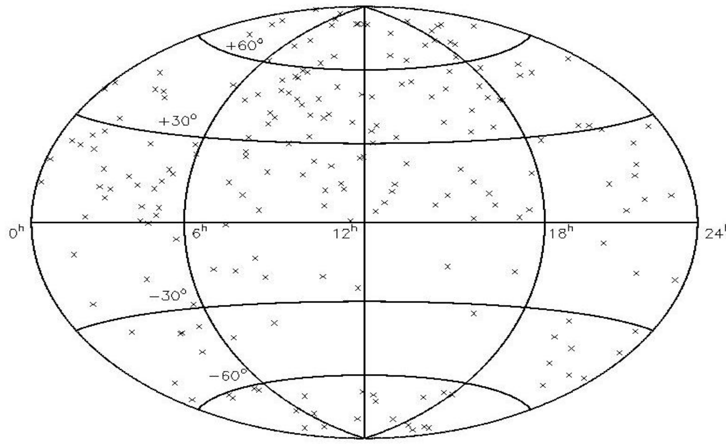
Az időközben felgyülemlett új mérési adatok, a rendelkezésre álló korszerűbb feldolgozási módszerek és a megnövekedett pontossági igények 2009-re szükségessé és lehetővé tették a vonatkoztatási rendszer újradefiniálását. Cikkünkben ennek a munkának a hátterét és eredményét ismertetjük, bemutatjuk az ICRF2-t. Röviden szólunk a közeljövőben várható fejlesztésekről és összefoglaljuk a témához kapcsolódó hazai kutatásokat is.

2 Az égi referenciarendszer új megvalósítása

Rendszeres geodéziai és asztrometriai célú mérések globális VLBI antennahálózatokkal az 1970-es évek vége óta folynak. Az ICRF1 1990-es évek közepére eső megalkotása óta eltelt idő alatt nyilvánvalóvá vált, hogy a definíció javításra, további finomításra szorul. Ennek egyik oka, hogy a definiáló objektumok eloszlása az égen távolról sem volt egyenletes, különösen az északi égboltra korlátozódott (1. ábra). Ennek egyszerűen az volt az oka, hogy a mérésekre használt rádióteleszkóp-hálózatok túlnyomó részt a Föld északi féltekéjén helyezkedtek el. Az elmúlt években nagy hangsúlyt fektettek a déli égbolt kompakt rádiósugárzó kvazárjainak felmérésére, a déli féltekén elhelyezkedő antennák bevonására a rendszeres VLBI mérésekbe.

Az eredetileg az ICRF1 céljaira kiválasztott fényes kvazárok közül sokról kiderült, hogy látszó pozíciójuk hosszú távon kimutathatóan változik. Akkoriban a fő szempont az objektumok fényessége és a rendelkezésre álló minél hosszabb megfigyelési intervalluma volt. Azóta lényegesen javult a VLBI hálózatok érzékenysége, s így még több adat áll rendelkezésre valamivel halványabb kvazárokról is. A pozíciós instabilitás elsődleges oka a fényes kvazárok komplex nagyfelbontású rádiószerkezete és annak jelentős változása éves-évtizedes időskálán (pl. Frey és Moór 2009, és az ottani hivatkozások). A rádiósugárzás fizikai eredete a kvazárok centrumában található szupernagy (akár egymilliárd naptömeget is elérő) tömegű fekete lyuk hatására vezethető vissza. Az ilyen objektumok hatalmas kisugárzott energiájukat a környezetükből beléjük hulló anyagból nyerik. Az erős mágneses tér hatására a bespirálozó anyag egy része a fényéhez közeli sebességgel kidobódik a fekete lyuk környezetéből, a forgástengely mentén két ellenkező irányban (ezek az ún. jetek). A mágneses térben mozgó plazma szinkrotronsugárzást bocsát ki, amely a rádiótartományban a legerősebb. A kvazárok megfigyelhető nagyfelbontású rádiószerkezete általában aszimmetrikus, mivel a jetek közül a térben felénk mutatónak a sugárzását a relativisztikus nyalábolás (a közel fénysebességgel felénk mozgó plazma sugárzási teljesítményének látszólagos megnövekedése) felerősíti, miközben az ellenkező irányba mutató jet a detektálás határa alá halványodik. A jetek komponenseinek változása, újak kidobódása és a régebbi, távolodó komponensek elhalványodása révén a rádiószerkezet referenciapontja, másképpen a fényességeloszlás „súlypontja" az égen időben változhat.

Végül, de nem utolsó sorban az elmúlt évek során a VLBI megfigyelési technikában és adatfeldolgozásban is jelentős javulás történt. Több VLBI antenna állt szolgálatba, szélesebb sávú észleléseket végeznek, megnövekedett az érzékenység, egyre több és halványabb megfigyelt égi objektum kerül be a programokba. Pontosabb geofizikai modellek, nagyobb teljesítményű számítógépek és szoftverek állnak rendelkezésre. Az ICRF1-hez képest a pontosság így legalább ötszörösére javítható.

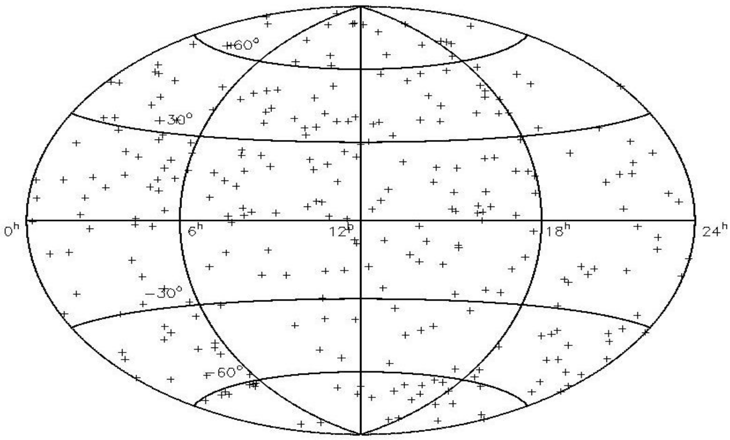


1. ábra. Az ICRF1-et definiáló aktív galaxismagok eloszlása az éggömbön, az ekvatoriális koordináták (rektaszcenzió, deklináció) rendszerében. Jól kivehető a déli félteke hiányosabb lefedettsége, az ICRF1 egyik fő gyengesége (Ma et al. 1998)

Az ICRF1 objektumairól és számos más rádióforrásról folyamatosan felhalmozódó VLBI adatok értéke, hogy egy vagy több időpontban a források nagyfelbontású rádiószerkezetére vonatkozó információt is tartalmaznak. Ezeknek az ismereteknek a birtokában kellett kiválasztani azokat az objektumokat, amelyek a legígéretesebbek az ICRF újradefiniálása szempontjából. Több éves előkészítő munka után a Nemzetközi Földforgás és Referenciarendszer Szolgálat (*International Earth Rotation and Reference Systems Service*, IERS), valamint a Nemzetközi VLBI Szolgálat (*International VLBI Service for Geodesy and Astrometry*, IVS) közös munkacsoportja alkotta meg az ICRF2-t (Fey et al. 2009), amit 2009-es közgyűlésén az IAU hivatalosan is elfogadott.

Az ICRF2 legfontosabb tulajdonságai, újdonságai a következők. Az új égi vonatkoztatási rendszerhez összesen 295 definiáló aktív galaxismagot használtak (2. ábra). Ezeket úgy válogatták ki, hogy egyrészt ne rendelkezzenek jelentős kiterjedt rádiószerkezettel – ehhez a kvazárok elsősorban csillagászati (asztrofizikai) célú VLBI feltérképezéseiből származó információkat használtak – másrészt a források pozíciójáról rendelkezésre álltak az elmúlt bő három évtizedből származó mérések. Ezek alapján ki lehetett szűrni olyan objektumokat, amelyek szignifikáns, esetenként nem lineáris látszólagos elmozdulást szenvedtek. Az új definiáló források közé csak olyanok kerülhettek be, amelyek pozíciója stabilnak mutatkozott. Ugyanakkor nem szabad feltételezni, hogy kizárólag ennek a 39 kiszűrt kvazárnak a pozíciója instabil valamilyen mértékben a rendelkezésre álló mintegy 3400 forrás közül! Ha vannak is, az észlelt látszólagos elmozdulások egyrészt olyan kismértékűek, hogy nem okoztak gondot, másrészt a források legnagyobb többségére egyelőre egyszerűen nem áll rendelkezésre elegendő mennyiségű észlelési adat, hogy biztonsággal meg lehetne ítélni hosszú távú pozíciós stabilitásukat.

A korábbi ICRF1-hez (Ma et al. 1998) való kapcsolódást, és ezzel a folytonosságot a régi és az új rendszer között 138 közös objektummal biztosították. Az ICRF2 dokumentum külön táblázatban sorolja fel a 295 definiáló rádióforrás koordinátáit, illetve azok formális hibáit (Fey et al. 2009, 18. táblázat). Egy másik listán további 992 darab, rendszeresen megfigyelt kompakt extragalaktikus forrás koordinátái találhatók (Fey et al. 2009, 19. táblázat). Végül 2197 olyan egyéb ismert rádiókvazár és egyéb aktív galaxismag pozícióit is megtalálhatjuk, amelyekre csak egy vagy legfeljebb néhány időpontból állnak rendelkezésre mérési adatok (Fey et al. 2009, 20. táblázat). Így az ICRF2 katalógusa összességében 3414 égi rádióforrás koordinátáit tartalmazza, egységes formátumban. A teljes égi vonatkoztatási rendszer pontossága kb. 40 μas, ez mintegy hatszoros javulást jelent az ICRF1-hez képest. A tengelyek stabilitása – amit a rádióforrások különböző részhalmazainak figyelembe vételével számított megoldások alapján határoznak meg – kb. 10 μas, kétszer jobb az ICRF1-re jellemző értéknél.



2. ábra. Az ICRF2-t definiáló 295 aktív galaxismag elhelyezkedése az éggömbön, az ekvatoriális koordináták (rektaszcenzió, deklináció) rendszerében (Fey et al. 2009)

3 Az ICRF2 előnyei és a rendszer jövője

A referenciarendszer pontosabb és stabilabb magvalósításából származó gyakorlati előnyök közül érdemes kiemelni néhányat. Az egyik a földforgás-paraméterek, különösen a precesszió, a nutáció és bolygónk forgási szögsebessége meghatározásának növekvő megbízhatósága. Itt érdemes hangsúlyozni, hogy ezekre a mérésekre a VLBI ma, a műholdas technikák – a GNSS, a mesterséges holdakra végzett lézeres távmérés – korában is egyedülálló módon alkalmas, mivel a távoli extragalaktikus rádióforrások jelölik ki azt a vonatkoztatási rendszert, amely a legjobb közelítéssel inerciarendszernek tekinthető. Egy másik alkalmazás a bolygóközi űrszondák navigációja a kváziinerciális vonatkoztatási rendszerben, közeli ICRF rádióforrásokhoz képest meghatározott pozíciókkal. Itt az ugyancsak a rádiótartományban a Földre sugárzó űreszközök relatív helyzetmeghatározásáról van szó.

Ez utóbbi alkalmazási területtel is összefüggésben történnek erőfeszítések a hagyományosaknál (2,3 és 8,4 GHz) magasabb frekvenciákon (24 és 43 GHz-es) végzett VLBI mérések nyomán előálló égi referenciarendszer létrehozására is. Ezeken a magasabb frekvenciákon – a kvazárok rádiósugárzási mechanizmusából következően – a rendszert kijelölő objektumok sokkal kompaktabbnak, pontszerűbbnek látszanak. Ezért felmerült olyan elképzelés is, hogy az ICRF definíciójának megújításakor a most alkalmazottaknál magasabb frekvenciapárra kellene áttérni. Gondot jelent ugyanakkor, hogy így kevesebb szóba jöhető, viszonylag fényes rádióforrást találunk az égen. Gyakorlati problémát okozna, hogy természetesen az antennák vevőberendezéseit is le kellene cserélni, nem is beszélve arról, hogy a legtöbb működő geodéziai VLBI antenna reflektáló felülete nem elég pontos forgásparaboloid ahhoz, hogy akár milliméteres hullámhosszakon is dolgozzon. Így az ICRF2 megalkotásakor továbbra is az eddig használt frekvenciákon végzett méréseket vették figyelembe.

Az Európai Űrügynökség (ESA) 2013-ban tervezi indítani *Gaia* nevű optikai asztrometriai űrszondáját (pl. Prusti 2010), a Nap–Föld rendszer külső Lagrange-pontja körüli pályára. A Gaia mérései alapján 2020 körülre előálló, több százezer kvazár égi pozícióján alapuló extragalaktikus vonatkoztatási rendszer pontossága várhatóan meg fogja haladni a rádiótartományban definiált ICRF-ét. Először nyílik lehetőség arra, hogy mind a rádió-, mind az optikai tartományban közösen megfigyelt kvazárok segítségével közvetlenül is összekapcsolhassuk majd a két égi referenciarendszert, amihez célszerű lesz a lehető legpontosabb ICRF-et használni.

4 Hazai kutatási irányok

A vonatkoztatási rendszer pontosságának további növelésére, az ICRF-et definiáló objektumok vizsgálatára számos lehetőség adódik. Ezekből kutatócsoportunk is ki tudja venni a részét. Jelenleg nem teljesen világos például, hogy mi okozza a kvazárok kismértékű, de kimutatható pozícióváltozását (Frey és Moór 2009). Egy eddig még nem vizsgált nagyságú, több mit 60 objektumot tartalmazó minta elemzése alapján – legalábbis statisztikai értelemben – a pozícióváltozások iránya összefüggésben lehet a kvazárok ezred-ívmásodperces szögskálán, csillagászati VLBI mérésekkel megfigyelt szerkezetének jellemző kiterjedési irányával. (Korábban csak egy-egy objektumot vizsgáltak ebből a szempontból.) Ezt az eredményt várhatjuk asztrofizikai megfontolások alapján is. Vannak azonban olyan egyedi kvazárok, ahol ez az összefüggés egész biztosan nem áll fenn (Moór et al. 2011). Vagyis még távolról sem tudunk mindent a pozícióváltozások természetéről és kiváltó okairól. Az is kérdéses, hogy az ICRF2 mostani definíciója során lényegében stabilnak tekintett objektumok valóban azok-e, illetve hosszabb mérési sorozatot követően továbbra is annak bizonyulnak-e.

A legpontosabb rádió (ICRF) és optikai (Gaia) rendszerek küszöbön álló összekapcsolásával összefüggésben egy igen aktuális kérdés, hogy joggal tételezhetjük-e majd fel, hogy az aktív galaxismagoknál, a két eltérő hullámsávban megfigyelve, a térben minden esetben ugyanoda esik a fényességi csúcs (Frey et al. 2006). Csak ebben az esetben használhatók ugyanis a két rendszerben közös objektumok feltétel nélkül arra, hogy magukat a vonatkoztatási rendszereket a segítségükkel összekössük. A jelenleg elérhető – igaz, a rádió ICRF-nél legalább egy nagyságrenddel pontatlanabb égi koordinátákat tartalmazó – extragalaktikus optikai égboltfelmérések (pl. *Sloan Digital Sky Survey*, SDSS) részletes vizsgálatával megpróbálhatunk választ adni a kérdésre. Korábbi előzetes eredményeink azt valószínűsítik, hogy léteznek olyan rádióforrások, amelyeknél jelentős, akár 100 mas nagyságrendű eltérések is tapasztalhatók a rádió és optikai pozíciók között (Frey et al. 2006). Az ilyen objektumok kiszűrése, az eltérések fizikai okának megfejtése a két rendszer pontos összekapcsolásának egyik alapfeltétele. Legújabban vizsgálatainkat kiterjesztettük a folyamatosan bővülő SDSS eddigi két legteljesebb, 7. és 8. számú adatbázisára (*Data Release 7 & 8*, DR7 és DR8). Immár a rádiósugárzó aktív galaxismagok ICRF2 koordinátáit alkalmazva az összehasonlításra, egy kb. ezer elemű közös rádió–optikai minta alapján továbbra is elmondható, hogy jelentős (20 fölötti) számban találhatók szignifikánsan eltérő pozíciójú kvazárok (Orosz G. és Frey S., előkészületben).

A többek közt a vonatkoztatási rendszer lokális sűrítésére is alkalmas, korábban kidolgozott módszerünket (Mosoni et al. 2006, Frey et al. 2008) már alkalmaztuk a DAS (*Deep Astrometric Standards*) programban (Frey et al. 2007, Platais et al. 2008). Ennek célja a közeljövőben építendő, hatalmas mozaik CCD detektorokkal ellátott optikai teleszkópok pontos asztrometriai kalibrációjának megoldása, aminek keretében egyes kijelölt égi mezők optikai és rádió méréseire, optikailag halvány kvazárok pontos koordinátáinak meghatározására kerül sor. Így mód nyílik a teljes mezők halvány csillagainak pontos elhelyezésére az ICRF-ben. Az előkészítés alatt levő bolygóközi űrszondák, különösen a Jupiterhez és annak Europa nevű holdjához készülő *Europa-Jupiter System Mission* (EJSM) navigációja számára ugyancsak szükség lesz az égi referenciarendszer lokális sűrítésére. Most először fordulhat elő, hogy az űreszközön repülő rádióadó paramétereit a majdani VLBI megfigyelések szempontjai szerint optimalizálják (Cimò et al. 2009; http://meetingorganizer.copernicus.org/EPSC2009/EPSC2009-201-2.pdf, 2011-06-01).

5 Összefoglalás

A nemzetközi égi referenciarendszer 2009-ben elfogadott új definíciója, az ICRF2 széles nemzetközi együttműködésben készült. Ez alatt nem csak az értendő, hogy maguk a három évtizedet felölelő rádió-interferométeres (VLBI) mérések – a technika lényegéből adódóan – globális hálózatokkal, az egész Földet lefedő antennarendszerekkel történtek, hanem a vonatkoztatási rendszer definícióját kidolgozó munkacsoport tagjai is több, a technika alkalmazásában élenjáró országból kerültek ki, továbbá a munkát koordináló szakmai szervezetek is nemzetköziek. A koordináta-megoldásokat hét független adatfeldolgozó központban, összesen négy szoftver alkalmazásával állították elő. Ez biztosítja a kombinált megoldás megbízhatóságát. Az ICRF2 az ICRF1-hez képest több mint ötször annyi égi rádióforrás koordinátáit tartalmazza, pontossága 5-6-szorosára, stabilitása mintegy kétszeresére javult. A két rendszer közti folytonosságot 138 közös forrás biztosítja, amelyek közül 97 mind az ICRF1-ben, mind az ICRF2-ben definiáló objektum. Az ICRF2 definiáló forrásainak pozíciós stabilitása, valamint egyenletes eloszlásuk az északi és a déli égbolton kiküszöböli az ICRF1 két legjelentősebb hiányosságát.

Hogy mikor lehet ICRF3, az egyelőre még nem világos, s nagyban függ a várhatóan 2013-ban felbocsátandó Gaia asztrometriai űrszonda sorsától, működésétől. Feltehető, hogy az égi vonatkoztatási rendszert legközelebb már a Gaia mérései alapján, optikai tartományban definiálják. A rádiótartományban a globális geodéziai/asztrometriai VLBI mérések a jövőben is folyamatosan, szolgálatszerűen tovább folynak.

Köszönetnyilvánítás. Kutatásainkat részben az Országos Tudományos Kutatási Alapprogramok (OTKA) támogatásával végezzük, a K72515 sz. szerződés alapján.

Hivatkozások

Fey A L, Gordon D, Jacobs C S (szerk.) (2009): The Second Realization of the International Celestial Reference Frame by Very Long Baseline Interferometry, IERS Technical Note 35, Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main (elektronikus formában hozzáférhető: http://www.iers.org/TN35)

Frey S (2007): Alappontok az égen. Geod. Kart., 59(8-9), 29-35.

Frey S, Moór A (2009): „Pontállandósítás" az égen – milyen kvazárok alkalmasak az égi vonatkoztatási rendszer kijelölésére? Geomatikai Közlemények, XII, 163-168.

Frey S, Veres P, Vida K (2006): Comparing the SDSS and VLBI quasar and galaxy positions. Proceedings of Science, PoS(8thEVN)072 (http://pos.sissa.it//archive/conferences/036/072/8thEVN_072.pdf)

Frey S, Platais I, Fey A L (2007): Linking Deep Astrometric Standards to the ICRF, Proc. 18th European VLBI for Geodesy and Astrometry Working Meeting, eds. J. Böhm, A. Pany, H. Schuh, Geowissenschaftliche Mitteilungen, Schriftenreihe der Studienrichtung Vermessung und Geoinformation, Technische Universität Wien, 79, 111-115.

Frey S, Gurvits L I, Paragi Z, Mosoni L, Garrett M A, Garrington S T (2008): Deep Extragalactic VLBI–Optical Survey (DEVOS) II. Efficient VLBI detection of SDSS quasars. Astron. Astrophys. 477, 781-787.

Ma C, Arias E F, Eubanks T M, Fey A L, Gontier A-M, Jacobs C S, Sovers O J, Archinal B A, Charlot P (1998): The International Celestial Reference Frame as Realized by Very Long Baseline Interferometry. Astron. J, 116, 516-546.

Moór A, Frey S, Lambert S B, Titov O A, Bakos J (2011): On the Connection of the Apparent Proper Motion and the VLBI Structure of Compact Radio Sources. Astron. J, 141, 178.

Mosoni L, Frey S, Gurvits L I, Garrett M A, Garrington S T, Tsvetanov Z I (2006): Deep Extragalactic VLBI–Optical Survey (DEVOS) I. Pilot MERLIN and VLBI observations. Astron. Astrophys. 445, 413-422.

Platais I, Fey A L, Frey S, Djorgovski S G, Ducourant C, Ivezić Ž, Rest A, Veillet C, Wyse R F R, Zacharias N (2008): Deep Astrometric Standards. Proc. IAU Symposium 248, 320-323.

Prusti T (2010): General status of the Gaia mission and expected performance. European Astronomical Society Publications Series, 45, 9-14.