XIV

GEOMATIKAI közlemények

Publications in Geomatics

SZERKESZTŐK Editors ZÁVOTI J, BÁNYAI L, PAPP G

HU ISSN 1419-6492



MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézet Sopron

Geomatikai Közlemények

Publications in Geomatics

kiadja az

MTA GEODÉZIAI ÉS GEOFIZIKAI KUTATÓINTÉZET

9400 Sopron, Csatkai E. u. 6-8. Pf. 5. tel.: 99 - 508-340 fax.: 99 - 508-355 e-mail: geomatika@ggki.hu web: www.geomatika.ggki.hu web programozó: Lovranits Tamás

felelős kiadó:

Závoti József igazgató

szerkesztők:

Závoti József, Bányai László és Papp Gábor

technikai szerkesztő

Bischof Annamária

készült a **LŐVÉR PRINT Kft.** nyomdájában 9400 Sopron, Ady Endre u. 5. tel.: 99 - 329-977

> megjelent 150 példányban Sopron, 2011

HU ISSN 1419-6492

GEOMATIKAI Közlemények XIV.

"Minden nemzet a maga nyelvén lett tudós, de idegenen sohasem."

(Bessenyei György)

ÁLTALÁNOS INFORMÁCIÓK ÉS ÚTMUTATÓ

A Geomatikai Közlemények 1998 óta rendszeresen, általában évenként egy alkalommal megjelenő folyóirat. A kiadvány célja, hogy elsősorban magyar és esetenként angol nyelvű fórumot biztosítson a hazai ill. külföldi kutatóknak és szakembereknek, akik a geodézia, fotogrammetria, térinformatika, fizikai geodézia, geodinamika, tágabb értelemben véve a geomatika szakterületén elért tudományos eredményeiket szeretnék közzétenni. A kiadványban megjelenő cikkek és tanulmányok a mai normáknak megfelelő lektorálási folyamaton mennek keresztül, azaz mielőtt publikálásra kerülnek legalább kettő független bíráló véleményt alkot a közlésre benyújtott kéziratról. A bírálók nevét alaphelyzetben csak a szerkesztőbizottság ismeri, de a bírálók kérhetik anonimitásuk felfüggesztését. A bírálatok alapján a szerkesztőbizottság eldönti, hogy az adott kézirat megfelel-e a Geomatikai Közlemények formai és tartalmi követelmény-rendszerének, illetve, hogy az esetlegesen felmerülő hibák és hiányosságok kijavíthatók és pótolhatók-e a kézirat kisebb-nagyobb átdolgozásával.

A Geomatikai Közlemények szerkesztését, amelyet 2011-től már egy az Interneten keresztül elérhető és működtethető web felület is támogat (www.geomatika.ggki.hu/kozlemenyek ©Lovranits Tamás és Papp Gábor), társadalmi munkában végző szerkesztőség nagy hangsúlyt fektet a lehető leggyorsabb minőségi munkára. Ez mind a szerzőktől, mind a bírálóktól erőfeszítéseket és fegyelmet kíván, amit a szerkesztőség előre is tisztelettel megköszön. Ennek biztosításához javasoljuk áttanulmányozni a következő anyagokat:

Geomatikai_Közlemények_instrukciók_szerzőknek.doc, Geomatikai_Közlemények_instrukciók_bírálóknak.pdf,

amelyek a már fent megadott címre belépve letölthetők. A regisztrált felhasználók ugyanezen a címen keresztül végezhetik el a rendszer által koordinált aktuális feladataikat akár szerzői akár bírálói szerepkörben. Az új felhasználók ugyanitt regisztrálhatnak, felhasználói név és e-mail cím megadásával.

A feltöltött kéziratokat a szerkesztőség előbírálja, elsősorban az instrukciókban megfogalmazott formai szempontok szerint. Ha a kézirat formailag kielégítőnek bizonyul, akkor elindul a bírálati folyamat, amely általában több ciklust is képez és egészen addig tart, ameddig a bírálók ill. a szerkesztőség ezt tartalmi-formai indokok miatt szükségesnek tartják. A bírálati fázisokról és az aktuális teendőkről mind a szerzők mind a bírálók automatikus üzenetekben értesülnek.

A Geomatikai Közleményeket az MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézete adja ki. A kiadás anyagi hátterét egyrészt a kétévente Sopronban megrendezésre kerülő Geomatika Szeminárium másrészt különböző pályázatok és tudományos szervezetek (pl. Soproni Tudós Társaság) támogatásai biztosítják.

A KÖTETBEN MEGJELENT CIKKEK BÍRÁLÓI

Bácsatyai László Bányai László Barsi Árpád Battha László Benedek Judit Brolly Gábor Czimber Kornél Csapó Géza Dobróka Mihály Engler Péter Ferenc Marcell Geresdi István Horváth Tamás Jancsó Tamás Kalmár János Kis Márta Kiss János Kolláth Zoltán Kovács János Kugler Zsófia Krausz Nikol Lovas Tamás Mentes Gyula Rózsa Szabolcs Süli Áron Szűcs László Takács Bence Tóth Gyula Tuchband Tamás Varga József Vig Péter Virág Gábor Zaletnyik Piroska Závoti József

TARTALOMJEGYZÉK CONTENTS

Kratochvilla Krisztina, Földváry Lóránt, Tóth Gyula A nehézségi erőtér hosszúhullámú komponenseinek hatása az elsőrendű magassági	7
hálózat normáljavítása során Effect of long-wavelength gravity field on the normal correction of first order Uniform National Hight System	
Égető Csaha, Földváry Lóránt	17
A 4-es metróvonal alagútrendszerének hatása a Föld nehézségi erőterére The effect of the Metro 4 tunnel system on the gravity field	
Bácsatyai László	.27
Szimulációs módszer a függőleges földkéregmozgások vizsgálatában The use of simulation in recent vertical crustal movement investigation	
Virág Gábor	37
Az újramért EOMA poligonok kiegyenlítése Adjustment of the re-levelled polygons of Uniform National Height System	
Bányai László	45
Geodéziai mérések integrált 3D kiegyenlítése 3D integrated adjustment of geodetic measurement	
Závoti József	55
A fotogrammetriai külső tájékozás egy új, alternatív megoldása A new, alternative solution of the absolute orientation in photogrammetry	
Nagy Imre, Rajnai Renáta Pickard-iteráció használata alacsony pályájú műholdak mozgásának vizsgálatában Using Picard iteration to investigate the motion of low-orbit satellites	63
Czimber Kornél	71
Rekurzív osztott felületmodellek a geoinformatikában Subdivision surfaces in geoinformatics	
Kertész Imre, Barsi Árpád	81
Kálmán-szűrés alkalmazása épületen belüli és kültéri mérésekre Using Kalman-filtering for indoor and outdoor measurements	
Lovas Tamás, Takács Bence, Berényi Attila, Kertész Imre, Barsi Árpád GNSS és GSM alapú helymeghatározás intelligens közlekedési rendszerekben GNSS and GSM based positioning in intelligent transport systems	89
Mentes Gyula	.97
Berendezés különböző időfüggvényű, kis elmozdulások előállítására, gyorsulásmérők kalibrálására Apparatus for producing small displacements with different time functions and for	
calibration of accelerometers	
Újvári Gábor, Bányai László, Mentes Gyula, Papp Gábor, Griboyszki Katalin, Bódis Virág	
Bereniké, Bokor Zsolt	05
Post-event movements on the high bank at Dunaszekcső	
Kiszely Márta, Pődör Andrea1	11
A földrengések eloszlásának statisztikai vizsgálata – két esettanulmány Statistical investigations of the distribution of earthquakes - two case studies	

Hován Kinga
Felszínmozgások kimutatása és elemzése szintetizált apertúrájú radar (SAR) adatok interferometrikus feldolgozása alapján
Interferometric processing and utilization of synthetic aperture radar (SAR) data for surface displacements
Zaletnyik Piroska, Laky Sándor, Charles K. Tóth
Brolly Gábor, Király Géza139
Automatizált törzstérképezés földi lézerszkennelés adatainak objektum-orientált feldolgozásával
Automatic stem detection from terrestrial laser scanner data by object-oriented approach
Nagy Gábor
Lézerszkenneres mérések Székesfehérvár belvárosában
Laser scanner survey in historical city centre of Székesfehérvár
Gregori Ákos
Az "El-Lahun Survey Project" régészeti geodéziai munkái Archaeological mapping activity of the El-Lahun Survey Project
Szűcs László
II. Szeszósztrisz lerombolt templomának vizsgálata Research of the destroyed temple of Senusret II
Kalmár János
A közeljövő web-bázisú munkahelyének jellemzői
Characteristics of the upcoming Web-based workplaces

A NEHÉZSÉGI ERŐTÉR HOSSZÚHULLÁMÚ KOMPONENSEINEK HATÁSA AZ ELSŐRENDŰ MAGASSÁGI HÁLÓZAT NORMÁLJAVÍTÁSA SORÁN

Kratochvilla Krisztina^{*}, Földváry Lóránt^{*}, Tóth Gyula^{*}

Effect of long-wavelength gravity field on the normal correction of first order Uniform National Hight System – In view of the recent re-measurement campaign of the Hungarian Levelling Base Network we study the role of gravimetric observations. Adjustment of the network is performed using geopotential number, which can be converted into an equivalent metric quantity, the normal heights. The normal heights can also be derived directly from raw observed height differences by adding two normal correction terms, K_1 and K_2 . Both of them have been determined in the present study based on an earlier network adjustment. The second term, K_2 is a function of Δg along the levelling line, which is implicitly an estimate of the effect of long-wavelength gravity field. Finally, the accuracy demand of gravimetric data for normal correction under different terrain conditions is discussed.

Keywords: normal height, normal correction, first order Uniform National Hight System, SRTM, Bouguer anomaly, Faye anomaly, gravity

Az EOMA újramérési kampány kapcsán érdemes elemezni a graviméteres mérések szerepét a magassági hálózat feldolgozásához. A hálózatkiegyenlítés geopotenciális számmal történik, amelynek adekvát metrikus megfelelője a normálmagasság. A normálmagasság közvetlenül a nyers szintezett magasságokból is meghatározhatók az ún. normáljavítás két tagjának, K_1 és K_2 hozzáadásával. Jelen tanulmányban a normáljavítás várható értékét becsüljük egy korábbi EOMA kiegyenlítés eredményei alapján. A normáljavítás második tagja, a K_2 függ a szintezési vonal mentén mért Δg értékeitől, értékét becsülve a nehézségi erőtér hosszúhullámú komponenseinek a normáljavításon gyakorolt hatását vizsgálhatjuk. Végül kísérletet teszünk a gravimetriai adatok pontossági igényének a becslésére különböző terepviszonyok mellett.

Kulcsszavak: normálmagasság, normáljavítás, EOMA I. rendű szintezési hálózat, SRTM, Bougueranomália, Faye-anomália, nehézségi gyorsulás

1 Bevezetés

A tanulmány vizsgálja a nehézségi erőtér ismeretének pontossági igényeit, nagypontosságú magasságmeghatározási feladatok számára. A feladat az Egységes Országos Magassági Alaphálózat (EOMA) újramérési kampánya miatt időszerű. Mivel Magyarországon a normálmagasság a hivatalosan használt magassági mennyiség (Homoródi 1966, Földváryné 1989) megvizsgáltuk a normáljavítás K_1 és K_2 összetevőit hazánk teljes területén, valamint a K_2 számításához szükséges nehézségi adatok pontossági igényét.

Ismeretes, hogy az EOMA elsőrendű hálózata tulajdonképpen a kéregmozgási hálózattal, tehát a korábban 0. rendűnek nevezett hálózattal azonos. A hálózatot 11 poligon alkotja. A poligonok 27 szintezési vonalból ill. 22 (szomszédos országok hálózatához csatlakozó) szárnyvonalból épülnek fel. A szintezési vonalak ill. a poligonok 17 csomópontban csatlakoznak egymáshoz. Az elsőrendű vonalak hossza 3762 km, a szárnyvonalakkal kiegészülve pedig 3934 km.

2 Normáljavítás ismertetése

Felsőrendű szintezés végzésekor két pont magasságkülönbségét helyesen potenciálkülönbségként kell értelmezni, mivel a potenciál munka jellegű mennyiség, így független a mérés útvonalától. Ha a két pont közül az egyik a geoidon helyezkedik el, a két pont potenciálkülönbsége a geopotenciális számot (K_P) adja eredményül. A normálmagasság ebből úgy származtatható, mint az adott pontnak a geoidhoz viszonyított valódi potenciálkülönbségének megfelelő távolsága a normál nehézségi erőtérben a vonatkozási szintellipszoid felett. Képlettel kifejezve:

$$H_P^{norm} = \frac{K_P}{\tilde{\gamma}},\tag{1}$$

ahol $\tilde{\gamma}$ az átlagos normál nehézségi gyorsulás értéke, melyet a gyakorlatban az ellipszoid feletti magasság felében számított értékkel közelítünk, és az ellipszoidra vonatkozó normál nehézségi gyorsulás képletével adhatunk meg.

Normálmagasság-különbségek gyakorlati számítása céljából közvetlenül a nyers szintezett magasságkülönbségekből számítható alakú, (1) képlettel egyenértékű összefüggést vezettek le (ÉKME II. 1962). Ekkor az ún. normálkorrekcióval megjavítva kapjuk a normálmagasságot, amely értéke:

$$\Delta_N = K_1 + K_2 \,, \tag{2}$$

ahol K_1 összetevő a normál nehézségi erőtér összehajló szintfelületei miatti javítás, K_2 pedig a valódi és a normál nehézségi erőtér szintfelületeinek különbözőségéből adódó javítás. A normáljavítás összetevői képlettel kifejezve (ÉKME II. 1962):

$$K_1 = -\kappa \cdot s_m \cdot \overline{H}_{AB}^0, \tag{3}$$

$$K_2 = \frac{1}{\bar{\gamma}_B} \cdot \left(\overline{g - \gamma}\right)_{AB} \cdot \left(H_B^0 - H_A^0\right). \tag{4}$$

A (3) és (4) összefüggésekben szereplő A és B indexek a szintezési szakasz végpontjait, a 0 felsőindex a pontok ellipszoidi megfelelőit, a felülvonás az A és B pontok közötti átlagértéket jelöli. A K_1 (3) képletében hazai viszonylatokban $\kappa = 0,00083$ állandó értékkel számolhatunk. A κ állandó egy Magyarország területére jól rögzíthető, ám önmagában jelentéssel nem bíró mennyiség, amely függ a mérési pontok földrajzi szélességétől, az ellipszoid meridián irányú görbületi sugarától, továbbá a normál nehézségi térerősség béta együtthatójától (ÉKME II. 1962). Az s_m a szintezési szakasz hosszának meridián irányú vetületét jelöli km-ben, a K_2 (4) összefüggésében $\overline{\gamma}_B$ értékét Magyarország területére egységesen 981 gal értékkel közelíthetjük. A magasság, illetve a magasságkülönbségek méterben értendők; ezen mértékegységek alkalmazásával a K_1 és K_2 értéke mm-ben adódik.

3 Felhasznált adatok

A számításhoz felhasználtuk az elsőrendű hálózat korábbi meghatározásának, 1973–78 között mért és 1980-ban kiegyenlített hálózat szintezési vonalainak feldolgozott méréseit. Vonalanként rendelkezésünkre állt az adott szakaszvégpontok ellipszoidi koordinátája, a szintezési szakasz hossza és magasságkülönbsége, valamint a pontokon mért nehézségi gyorsulás értékek. Az állomány 806 szintezési szakaszvégpontot tartalmazott, melyek közül 21 pont nem rendelkezett ellipszoidi koordinátával, valamint a csomópontok kezdő-, ill. végpontként többször is szerepeltek, így összesen 748 ponttal dolgoztunk (1. ábra).



1. ábra. Az I. rendű szintezési vonalak számításban felhasznált pontjai

A számításban használt g-értékek egy, az Eötvös Loránd Geofizikai Intézet (ELGI) munkatársai által rendelkezésünkre bocsájtott, 5 km-es felbontású rácsháló pontjaiba interpolált Bougueranomália térképen alapulnak. Az adatbázis egyszerű (tehát topográfiai javítás nélküli) Bouguerrendellenességeket tartalmaz.

Α normáljavítás korrekcióinak országos meghatározásához alkalmazott digitális magasságmodell a Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) által szolgáltatott modell (Jarvis et al. 2008), melynek adatai egy 3" x 3", (ez Magyarországon mintegy 70 m x 90 m) felbontású rácshálóra vonatkoznak, amely magasságadatok az internetről letölthetők (http://srtm.csi.cgiar.org/SELECTION/inputCoord.asp, 2011-02-02). Ez az adatmennyiség Magyarország területén mintegy 32 millió pontot jelent.

4 Vizsgálatok az I. rendű szintezési vonalak mentén

A tanulmány vizsgálatainak alapját az EOMA I. rendű vonalak mentén végzett számítások képezik. A vizsgálat célja magyarországi viszonyok között a normáljavítás értékének, ezen túlmenően pedig a *g*-mérések pontossági igényének meghatározása. Ez erősen függ a számításokhoz használt adatok pontosságától, így elkerülhetetlen a felhasznált két adatbázis (SRTM, Bouguer-anomália) pontossági minősítése. A minősítés folyamán egyúttal lehetőség nyílik az SRTM magyarországi darabjának vizsgálatára, ill. pontosságának becslésére.

Az SRTM adatállományát képező pontok WGS84 ellipszoidi koordinátákkal rendelkeznek, így azokat a minősítéshez először át kellett transzformálnunk EOV rendszerbe, amit kétváltozós köbös (bicubic) transzformációs függvény alkalmazásával oldottunk meg. A szintezési vonalpontokon a szintezéssel meghatározott EOMA-magasságok és az interpolációval számított SRTM-magasságok eltérése leíró statisztikával jellemezhető (1. táblázat).

Az eltérések további statisztikai vizsgálatai alapján az eltérések közel normális eloszlását tapasztaltuk, viszont meglepően nagy számban találtunk kiugró értékeket, amelyek a viszonylag nagy szórást eredményezik. Ennek oka véleményünk szerint elsősorban az SRTM magasságokban

1. táblázat. A ⊿=H_{SRTM}-H_{EOMA} magasságeltérések statisztikája

	Eltérés (m)
Várható érték	-0,0869
Szórás	10,2346
Minimum	-178,2060
Maximum	66,1670

keresendő, hiszen a felsőrendű szintezés nagy pontosságú magasságokat szolgáltat. Másrészről azonban az EOMA pontok vízszintes koordinátáinak pontatlansága is okozhat jelentős eltéréseket, ami a pontosan meghatározott magasságok helyének téves értelmezését eredményezi; ez különösen változatos terepviszonyok mellett eredményezhet durva magassági hibát. A kiugró értékeket területi megoszlás alapján ábrázolva azt tapasztaltuk, hogy a legnagyobb eltérések regionálisan egy-egy területre összpontosulnak. A legnagyobb eltérések a 23. és a 25. szintezési vonalhoz köthetők (1. ábra), melyek a szlovák határ mentén, viszonylag tagolt domborzatú terepen húzódnak. Ezekben a pontokban rendre az SRTM által meghatározott magasságok alacsonyabbak, mint az EOMA-magasságok. A teljes adatállományon tapasztalható legkisebb (-178 m) és legnagyobb (66 m) eltérést a 25. vonalon találjuk, ezt jól jellemzi a vonalra számított statisztikában a 29,65 m értékű szórás. Nagyobb eltérések találhatók még elszórtan (pl. Sopron, Mórágy), amelyek szintén a tagolt felszínnel magyarázhatók (2. ábra).

Az SRTM az Endeavour, 2000 februárjában végzett 11 napos repülése során radar interferométeres mérései alapján meghatározott topográfiai modell (Farr et al. 2007). Ahhoz, hogy ebből DTM legyen, a geoidmagasságok levonására van szükség, amely célra az EGM96 modellt választották. Mivel az EGM96 felbontása jóval durvább, mint a radarméréseké, az így számított magasságkülönbségek kisebb kiterjedésű formák esetén lokálisan durva hibásak lehetnek. Felmerül a kérdés, az EGM96 1 fokos felbontása elégséges-e az SRTM 3"-es felbontásához. A válasz egyértelműen igen, hiszen azokon a területeken, ahol a geoid sima lefutású, jól érvényesül az SRTM finom felbontása. Az SRTM pontossága mellett (mintegy ± 16 m) az EGM96 modell pontossága nem jelenthet problémát, feltehetőleg nem indokolhatja a lokális nagy eltéréseket (pl. a szlovák határ közelében), ezek hibaforrása inkább az SRTM nyers méréseiben keresendő.

Egy korábbi tanulmány (Winkler et al. 2006) 100 km x 100 km-es tesztterületén végzett vizsgálatok 6-7 m nagyságú szórást mutattak ki, a teljes ország területére kiterjesztve az általunk kapott 10 m-es szórás ez alapján reálisnak tekinthető. Abban az esetben, ha a modellből elhagynánk a hisztogram alapján kiválasztott három legnagyobb durva értékű eltérést, a cikkben említett szórás teljesülne.



2. ábra. A H_{SRTM}-H_{EOMA} magasságkülönbségek területi megoszlása

Mivel ismeretes, hogy a Faye-anomáliák rosszul interpolálhatók (Egyed 1955), a felületi interpolációt a jóval simább lefutású Bouguer-anomáliákon végeztük. A rendelkezésünkre álló Bouguer-anomália adatbázis felhasználásával számítható interpoláció pontosságát szintén a szintezési vonalpontokban tudjuk minősíteni úgy, hogy összevetjük az EOMA adatbázisban szereplő *g*-értékekkel. Az interpolált Bouguer-anomáliákból ezért a szintezési vonalpontok helyére *g*-értéket számoltunk. Ennek lépései során számításba vettük a Bouguer-javítást:

$$\delta g_{R} = 2\pi \cdot k \cdot \vartheta \cdot H , \qquad (5)$$

ahol $k = 6,6745 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ a gravitációs állandó, $\vartheta = 2670 \text{ kg/m}^3$ az átlagos kőzetsűrűség, H pedig az adott pont tengerszint feletti magassága, a tiszta magassági javítást

$$\delta g_F = -3,086 \cdot 10^{-6} \cdot H , \qquad (6)$$

és a Cassinis-féle normálképlettel a normál nehézségi gyorsulást

$$\gamma = 9,780490 \cdot \left(1 + 0,0052884 \cdot \sin^2 \varphi - 0,0000059 \cdot \sin^2 2\varphi\right),\tag{7}$$

ahol φ a pont ellipszoidi szélességét jelöli. Az (5)-(7) összefüggések és a hivatkozott állandók értékei megfelelnek az ELGI munkatársai által alkalmazottaknak. A mért és a modellezett nehézségi gyorsulások eltérésének statisztikája a 2. táblázatban foglaltak szerint alakult. Az interpolált és mért *g*-értékek eltéréseit a szintezési vonalpontok helyén ábrázoltuk (3. ábra).

2. táblázat. A mért és a modellezett g-értékek eltérésének statisztikája

	eltérés
Várható érték	0,26 mGal
Szórás	1,75 mGal
Minimum	-13,94 mGal
Maximum	10,50 mGal



3. ábra. Mért és modellezett g eltérése a szintezési vonalak mentén

Azt tapasztaljuk, hogy a legnagyobb eltérések ismét a 25. vonal pontjaihoz köthetők. Ezek alapján látható, hogy a rendelkezésre álló modellből az interpolált *g*-értékek pontossága egy nagyságrenddel az elsőrendű szintezési hálózat *g*-méréseinek pontossági igénye alatt marad (ha alapul elfogadjuk az ÉKME II. Geodézia Tanszék munkatársai által becsült $\pm 0,5$ mGal síkvidéki, $\pm 0,1$ mGal domb- és hegyvidéki pontossági igényt (ÉKME II. 1962)). Ahhoz, hogy (eredeti motivációnknak megfelelően) vizsgálni tudjuk érdemben is a *g*-mérések interpolált értékekkel történő kiválthatóságát, az interpolációval szükség lenne a *g*-mérések pontossági előírásaival nagyságrendileg egyező pontosságot elérni, amelyet egy jobb felbontású (kb. 1 km) adatbázis felhasználásával lehetne megoldani.

5 K₁ és K₂ meghatározása országos viszonylatban

Az EOMA I. rendű szintezési vonalai mentén végzett geodéziai és gravimetriai mérések alapján a (3) és (4) összefüggések felhasználásával meghatározhatók a normáljavítás összetevői, melyek közül a vizsgálat célját tekintve számunkra elsősorban a K_2 korrekció számértéke érdekes.

Országos viszonylatban a K_1 és K_2 normáljavítás összetevők értéke nehezen általánosítható, mivel K_1 , K_2 értéke függ a szintezési vonal kialakításától (K_1 összefüggésében szereplő s_m meridián irányú vetületi hossz következtében K_1 értéke függ a szintezési szakasz hosszától és tájolásától, K_2 pedig a magasságkülönbség értékében értelemszerűen függ a szintezési szakasz hosszától). Ennek kiküszöbölése céljából az ország területén 1 km hosszúságú szakaszokra osztott fiktív vonalakat vezettünk észak-déli ill. nyugat-keleti irányokban. A fiktív vonalakat az SRTM rácshálója mentén vettük fel. Ehhez igazítandó a gravimetriai adatbázisunkat, a Bouguer-anomália értékeket az SRTM rácspontjaiba interpoláltuk felületi lineáris (bilineáris) interpolációval.

A fiktív szintezési vonalak középpontjaiban K_1 és K_2 értékeit a fent ismertetett (3), (4) összefüggésekkel számítottuk az észak-déli (λ =áll. meridiánok mentén) ill. a nyugat-keleti (φ = áll. paralelkörök) irányban. A K_1 összefüggésében szereplő s_m meridián irányú vetületi (jelen esetben ez a szintezési szakasz) hossztól való függetlenítés céljából a vonalak redukcióját a

$$\varphi =$$
áll. paralelkörök mentén: $\frac{1}{R\cos\varphi \cdot d\lambda}$, (8)

$$\lambda =$$
áll. meridiánok mentén: $\frac{1}{R \cdot d\varphi}$ (9)

összefüggésekkel számítottuk, ahol φ a paralelkör ellipszoidi szélessége, $d\varphi$ és $d\lambda$ két rácspont ellipszoidi szélességének ill. hosszúságának különbsége, és *R* a közepes földsugár értéke km-ben.

A kapott eredményeket következőekben megjelenítjük. A (3) egyenletből látszik K_1 függése a vonalak tájolásától s_m meridián irányú vetületi hossz révén. A K_1 függvényének értéke emiatt a paralelkörök mentén kinullázódik, a meridiánok mentén pedig maximális érékeket vesz fel; megjelenítésre így csak ez utóbbi, az észak-déli irányú vonalak érdekesek (4. ábra). K_1 értéke láthatóan domborzatfüggő, amit a (3) képletben a szakaszvégpontok közepes magassága is előre jelez. Mivel a következőekben a K_2 megjelenítése során érdemleges képet csak a nagyságrendi megjelenítés ad, az összehasonlíthatóság végett a 4. ábrát logaritmikus skálán ábrázoltuk. Így a 4–8. ábrákon az egyes szürkeségi árnyalatokhoz rendelt értékek a 10 hatványainak felelnek meg.

Az 5. ábrán a K_2 értékeit ábrázoltuk, amelyről szintén megállapítható a domborzatfüggés. Ez sem meglepő, hiszen a (4) összefüggésben a szakaszvégpontok magasságkülönbsége szerepel.

A statisztikák azt mutatják, hogy bár a K_2 értéke a nyugat-keleti irányban (±3,5 mm/km szórás) kis mértékben nagyobb, mint az észak-déli irányban (±3,1 mm/km szórás), a két irányban alapvetően azonos tendenciát mutatnak. Megjegyezzük, hogy a (4) egyenletben meglehetősen esetlegesen alakul a fiktív szintezési vonalak egyes szakaszainak a magasságkülönbsége, amelyek erősen tükrözik az 1 km-es mintavételezés simító hatását.



4. ábra. K1 értéke logaritmikus skálán, észak-déli irányú vonalak mentén (mm/km)



5. ábra. K2 értéke logaritmikus skálán, észak-déli (felül) ill. nyugat-keleti (alul) irányok mentén (mm/km)

Ennek folyománya, hogy az 5. ábrán a K_2 értéke az ország jelentős nagyságú területén nullára vagy közel nullára adódik (lásd fekete elszórt pontok az ábrán bármely terepviszony mellett), így a közölt szórások nem tekinthetők mérvadó statisztikáknak.

Azonban, ha csak az 5. ábra "nem nulla" színárnyalatait vizsgáljuk vizuálisan, láthatjuk, hogy hegyvidéki területen a K_2 értéke akár 10–30 mm/km értéket is felvehet. Ez az érték jó egyezést mutat Papp (2000) által Magyarország területére meghatározott ortometrikus korrekció értékeivel.

A 4. és az 5. ábrákat összevetve elmondható, hogy a K_2 értéke jellemzően 1-2 nagyságrenddel nagyobb, mint a K_1 -é. Amennyiben az összehasonlítás során figyelembe vesszük, hogy K_1 értéke a 4. ábrán (adott modellezés korlátai mellett) maximális értéket takar, általános irányba vezetett szintezési vonalon a 2 nagyságrendi eltérés valószínűsíthető.

6 A g ismeretének pontossági igénye

A modellezett K_2 értékek alapján megbecsülhetjük a nehézségi gyorsulás mérésének szükséges pontosságát. Ezt a hibaterjedés törvényének alkalmazásával kívánjuk levezetni úgy, hogy a pontossági igényt a javítandó mennyiség, a magasságkülönbség mérés pontosságának figyelembevételével alakítjuk ki. A magasságkülönbség-mérések pontosságára az EOMA elsőrendű szintezési hálózatában előírt (MÉM OFTH 1975)

$$m_{\Lambda H} = 1, 2 \cdot \sqrt{t} \tag{10}$$

összefüggést alkalmaztuk, ahol a megengedett eltérést mm-ben kapjuk, ha a t vonalhosszt km-es egységben értelmezzük. A K_2 javítás hibáinak a normálmagasság értékén belüli dominanciájának elkerülése érdekében elképzeléseink szerint K_2 pontosságának legalább egy nagyságrenddel a szintezett magasságkülönbségek pontossága alatt kell lennie. K_2 értékének pontosságát ennek megfelelően

$$m_{K_2} = 0.12 \cdot \sqrt{t} \tag{11}$$

formában fogalmazzuk meg. A (4) egyenletből a hibaterjedés törvényét alkalmazva a nehézségi gyorsulás mérések középhibáját levezethetjük:

$$m_g = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2 \cdot \tilde{\gamma}_B}{\Delta H^{szint}} \cdot 0,12 \cdot \sqrt{t} \cdot \sqrt{1 - \left[\frac{\left(\overline{g} - \gamma\right)_{AB}}{\tilde{\gamma}_B}\right]^2} \cdot 100 , \qquad (12)$$

ahol ΔH^{szint} a szakaszvégpontok szintezett nyers magasságkülönbségét jelöli.

Ezen összefüggés felhasználásával számítottuk az észak-déli ill. a nyugat-keleti irányú fiktív vonalak *g* pontossági igényét megadó középhibát, melynek eredményét logaritmikus skálán ábrázoltuk (6. ábra).

Az ábrák alapján megállapíthatjuk, hogy amíg az Alföldön és a Kisalföldön a nehézségi adatok kisebb pontossága is elegendő, a hegyvidéki területeken a becsült pontosság értéke azonos nagyságrendű a becslő módszer néhány mGal körüli hibájával (lásd az ábrán a [0, 1] intervallumba eső színárnyalattal mutatott, 1–10 mGal pontossági igénynek megfelelő területek). Ezért ezekre a területekre jelen módszerrel és felhasznált adatokkal hiteles *g* pontossági igény nem határozható meg. Ezek alapján érdemi következtetést a domb- és hegyvidéki területeken nem tudtunk levonni. Ezzel szemben, síkvidéki területeken a *g* ismeretének kis pontossági igénye (100-1000 mGal) miatt a K_2 korrekció figyelembe vételéhez nem tarjuk minden esetben szükségesnek a nagypontosságú méréseket, hanem támaszkodhatunk terepmodellen alapuló interpolációs adatokra (pl. Papp et al. 2009).



6. ábra. A g-érték pontossági igénye észak-déli (fent), ill. nyugat-keleti (lent) irányban, logaritmikus skálán [mGal]

7 Összefoglalás

Tanulmányunkban az EOMA újramérési kampánya kapcsán arra kerestük a választ, hogy a hazai gyakorlatnak megfelelően a szintezéssel párhuzamosan szükség van-e továbbra is gravimetriai mérésekre, vagy elegendő egy megfelelően megválasztott magassági terepmodell és egy megfelelő felbontású gravimetriai adatbázis felhasználásával felállított modell alkalmazása, ill. gravimetriai mérések valamint a modell szükségszerű kombinációja. Számításaink alapján síkvidéki terep esetében nem feltétlenül szükséges a terepi mérés, azonban domb- és hegyvidéki területek esetén a tanulmányban felhasznált modell alkalmazása nem váltja ki a nagypontosságú gravimetriai méréseket. Megjegyezzük, hogy sem a rendelkezésünkre álló modellek nem voltak a legjobb felbontásúak és pontosságúak, sem maga a módszer nem teljesen adekvát, hiszen óhatatlanul csak nagyobb léptékű felszíni formák és tömeganomáliák hatásaival számol (erre kívántunk utalni a címben a hosszúhullámú komponens említésével), míg valójában sok esetben a helyi anomáliák a meghatározók. Országos léptékű vizsgálatra azonban csak ilyen hiányosságok mellett van lehetőség.

Mivel vizsgálatunk nagy kiterjedésű tömeganomáliák figyelembe vételén alapszik, a vizsgálat érzéketlen minden lokális tömeganomáliára, legyen az akár látható vagy felszín alatti ható. Emiatt a síkvidékre kapott eredményünkkel kapcsolatban (mely szerint a gravimetriai1 mérés adatbázisból interpolált adattal kiváltható) úgy gondoljuk, hogy csak abban az esetben elfogadható, ha a terület lokális hatóiról előzetes információk állnak rendelkezésünkre, tehát az interpolációt geológiai és gravimetriai adatok értelmezése előzi meg.

Az általunk végzett szimuláció eredménye elég jól egyezik Csapó et al. (2010) által különböző terepviszonyokat jellemző tesztterületeken végzett mérésekből kapott eredményeivel. Jelen munkával az egyes tesztterületek kiválasztásával járó esetlegességet kívántuk egy egész országra kiterjedő vizsgálattal általánosítani, még ha a tanulmány szimulációs jellege miatt ebből következtetéseket csak erős fenntartásokkal lehetett levonni.

A jövőben érdemi előrelépést jelenthetne a terepmodell, továbbá (lehetőség szerint) a gravimetriai adatbázis pontosítása. Egy ilyen ismételt vizsgálattól a modellezés hibáinak csökkentését, ezen keresztül pedig a g ismeretének szélesebb pontossági tartományra (és nem csak a néhány mGal-nál kisebb pontosságúakra) vonatkoztatható becslését várjuk.

Köszönetnyilvánítás. A tanulmány az OTKA 72806 számú kutatási téma keretében készült. Köszönet a Magyar Bányászati és Földtani Hivatalnak (MBFH) és az ELGI-nek, hogy rendelkezésünkre bocsátották a tanulmányban felhasznált Bouguer-anomália adatokat. Köszönjük továbbá a két bírálónak, Papp Gábornak és Kenyeres Ambrusnak építő jellegű észrevételeit, sok segítséget jelentettek a cikk alakítása során.

Hivatkozások

- Csapó G, Földváry L, Tóth Gy (2010): Összefüggés a szintezési vonalakon végzett graviméteres mérések sűrűsége és a geopotenciális értékek között. Geodézia és Kartográfia, 62(1), 10–20.
- ÉKME II. Geodézia tanszéke (1962): Normálmagasságok számítása. ÁKFT kutatási beszámoló, Budapest. 68.
- Egyed L (1955): Geofizikai Alapismeretek. Tankönyvkiadó, Budapest. 535.
- Farr T G, Rosen P A, Caro E, Crippen R, Duren R, Hensley S, Kobrick M, Paller M, Rodriguez E, Roth L, Seal D, Shaffer S, Shimada J, Umland J, Werner M, Oskin M, Burbank D, Alsdorf D (2007): The Shuttle Radar Topography Mission. Rev. Geophys., 45, RG2004, doi:10.1029/2005RG000183.
- Földváry Szabolcsné (1989): Alaphálózatok II. Tankönyvkiadó, Budapest. 324.
- Homoródi L (1966): Felsőgeodézia. Tankönyvkiadó, Budapest. 616.
- Jarvis A, Reuter HI, Nelson A, Guevara E (2008): Hole-filled seamless SRTM data V4, International Centre for Tropical Agriculture (CIAT), available from http://srtm.csi.cgiar.org
- MÉM OFTH (1975): A.2 Szabályzat a kéregmozgási szintezési hálózat létesítéséről, 64.107/1975. MÉM OFTH rendelet.

Papp G (2000): A nehézségi erőtér Prey-féle gradiensének meghatározása. Geomatikai Közlemények, 3, 173–184.

- Papp G, Szeghy E, Benedek J (2009): The determination of potential difference by the joint application of measured and synthetical gravity data: a case study in Hungary. Journal of Geodesy, 83(6), 509–521.
- Winkler P, Iván Gy, Kay S, Spruyt P, Zielinski R (2006): Űrfelvételekből származtatott digitális felületmodell minőségének ellenőrzése a magyarországi nagyfelbontású digitális domborzatmodell alapján. Geodézia és Kartográfia, 58(2), 22–31.

A 4-ES METRÓVONAL ALAGÚTRENDSZERÉNEK HATÁSA A FÖLD NEHÉZSÉGI ERŐTERÉRE

Égető Csaba^{*}, Földváry Lóránt^{*,**}

The effect of the Metro 4 tunnel system on the gravity field – The effect of the construction of the 4th subway line of Budapest (Metro4) on the potential surfaces of the gravity field has been simulated, using the prism modelling technique. In the study mass loss due to the excavation of the two tunnels and of the stations has been considered. The aim of the study is to investigate the gravitational effect of excavations on the levelling procedure in connection with the present re-measurement of the Hungarian Vertical Base Network (EOMA). Consequently, the height of the computation was set to 1 m above the ground as a rough estimate of a typical instrument height. The present study focuses only on the effect of the excavated masses and neglects the actual deformations of the surface. Since the latter should have a larger effect on the gravity field close to the surface, in future investigations it is to be included.

Keywords: temporal variations of gravity, Metro 4, levelling, prism modelling

Prizmamodelleken alapuló tömegmodellezéssel meghatároztuk a budapesti 4-es metró (Metró4) építésének a földi nehézségi erőtér potenciálfelületeire gyakorolt hatását. A modellezés az egymás mellett futó metróalagutak kifúrása során és az állomások megépítésekor eltávolított tömegeket vette figyelembe. Vizsgálatunk az EOMA újramérési kampány apropójából a szintfelületek megváltozásának szintezésre gyakorolt hatását célozza meg, ezért számításainkat földfelszín felett 1 m-rel végezzük. Első közelítésben kizárólag a kitermelt föld hatásaival foglalkozunk, és elhanyagoljuk a földfelszín deformációját. Megjegyezzük azonban, hogy ez utóbbi hatás jelentősen deformálhatja a földfelszín közeli szintfelületeket, ezért a későbbiekben szükségesnek tartjuk a figyelembevételét.

Kulcsszavak: a nehézségi erőtér technogén eredetű időbeli változásai, szintezés, Metró4, prizmamodellezés

1 Bevezetés

A Metró4 korunk egyik legjelentősebb városfejlesztési beruházása, amely számos szempontból a figyelem középpontjában van. A Metró4 kivitelezési munkálatai során fontos szerep hárul a geodéziára is, amelynek feladata a metróvonalak megfelelő pontosságú kitűzése, az alagutak fúrása során a pajzsok irányítása, továbbá az építkezés során és utána az érintett területek mozgásvizsgálata.

Ismert, hogy a nagyobb tömegátrendezéssel járó építőipari munkák nemcsak földfelszíni deformációval járnak, hanem befolyásolják a mozgásvizsgálat "keretrendszerét", a nehézségi erőteret, tehát a szintfelületek alakját is. A nagyobb tömegátrendezések nehézségi erőtéren gyakorolt hatásának geodéziai vonatkozásaival a hazai szakirodalomban részletesen foglalkozott Biró (1983), Weisz (1985) valamint Biró et al. (1986).

Jelen tanulmányban a Metró4 alagútrendszer földkitermelése következtében a szintfelületek megváltozását vizsgáljuk, amelyeket a mozgásvizsgálat céljából végzett ismételt szintezések kapcsán tartunk hasznosnak értelmezni. Ennek figyelembevételével számításainkat egy átlagosnak mondható műszermagassági érték szintjén, a földfelszín felett 1 m-rel végezzük.

2 Elméleti háttér

Metróalagút építés során a mérhető dH magasságváltozás két jelenség összege (Biró 1983):

$$dH = dh + dN \tag{1}$$

ahol *dh* a földfelszín valódi magasságváltozása és *dN* a szintfelület vertikális elmozdulása, amely a *dh* magasságváltozást létrehozó tömegátrendeződés hatására következik be. Ez utóbbi nem jelent valódi deformációt, így a mozgásvizsgálat szempontjából indifferens, azonban a szintezési eredményekben hatása tükröződik. Mivel a *dh* magasságváltozás tömegátrendeződést is jelent, és ez is befolyásolja a nehézségi erőtér alakját, a fenti modell valójában három összetevőre bontható:

- 1. a felszín fizikai alakváltozása,
- 2. a földtömeg kitermelés következtésben a szintfelületek megváltozása,
- 3. a felszínsüllyedés következtében a szintfelületek megváltozása.

Jelen tanulmányban a fizikai felszín magasságváltozásával (dh) nem foglalkozunk, számításaink kizárólag az alagutak és az állomások építése során kitermelt tömegek szintfelület módosító hatását, tehát a fenti három hatásból csak a másodikat veszi figyelembe.

A tömegvonzás (dg) számítására Newton tömegvonzási törvényét alkalmaztuk:

$$dg = k \cdot \int \frac{dm}{r^2} \,. \tag{2}$$

A szintfelületek megváltozását a Bruns-képlet alapján határozzuk meg:

$$dN = \frac{dT}{\tilde{\gamma}} = \frac{1}{\tilde{\gamma}} \cdot k \int \frac{dm}{r},$$
(3)

ahol $\tilde{\gamma}$ a normál nehézségi gyorsulás átlagos értéke a függővonalon a pont és a referencia ellipszoid között, dT pedig a potenciálzavar megváltozása. Megjegyezzük, hogy mivel dm tömegelem a tömegeloszlás időbeni megváltozását fejezi ki, a fenti egyenletekben a dg, dN és dT változóknak is az időbeli változásai szerepelnek. Mivel a normálpotenciál tér definíció szerint időben állandó, egyenértékűen alkalmazhatjuk dT-re a potenciál és a potenciálzavar, hasonlóképpen dg-re a nehézségi gyorsulás és a nehézségi anomália értelmezést.

Az 1. ábra a kezdeti állapot ($t = t_0$) és a megváltozott állapot ($t = t_1$) között eltelt Δt idő alatt bekövetkezett, szintezéssel mérhető változásokat (dH_{AB}) és a szintfelületeken gyakorolt hatását (dN_{AB}) szemlélteti. Jelölje dN_A a vizsgált szintfelület időbeli, $\Delta t = t_1 - t_0$ alatt bekövetkező megváltozását az A pontban. Két pont között a szintfelület megváltozásának különbsége ekkor:

$$dN_{AB} = dN_B(t_1 - t_0) - dN_A(t_1 - t_0).$$
(4)

Mozgásvizsgálat során két pont között a magasságkülönbség időbeli megváltozását kívánjuk meghatározni amely:

$$dH_{AB} = H_{AB}(t_1) - H_{AB}(t_0).$$
⁽⁵⁾

Ha a földfelszín fizikailag nem is mozdul el, akkor is mérünk magasságkülönbség-változást. Az A pontból indulva B-ben az alábbi magasságváltozást tapasztaljuk, lásd. Biró (1983) 212.5 egyenlete:

$$dH_{AB} = -dN_{AB} - \frac{\tilde{g}_B(t_1) - \tilde{g}_B(t_0)}{\tilde{g}_B(t_1)} \cdot H_{AB}(t_0), \qquad (6)$$

ahol \tilde{g}_B a nehézségi gyorsulás átlagos értéke a B pont függővonalán mérve az A és a B pontokon átmenő szintfelületek között. Tanulmányunkban az (1)-(3) egyenletek felhasználásával kiszámoltuk a Metró4 földkitermelése következtében kialakult dg, dN, és dH értékének területi eloszlását, a (2) és (3) egyenletekben szereplő integrálást tömegpontok összegzésére módosított formában.



1. ábra. A szintfelületek időbeli megváltozásának elvi modellje

3 A modellezés menete

A számításhoz az alábbi adatokat használtuk fel:

- 1. a metróalagutak hossz-szelvényei (Forrás: 4-es metróvonal I. szakasz tervdokumentáció: Metróvonal vágány geometriája)
- 2. talajsűrűség eloszlások az alagutak teljes hosszán (Forrás: Geovil Kft., Budapest 4-es metró vonalán építéssel érintett geológiai rétegek térfogat-sűrűségi adatai)
- 3. g-értékek az alagutakhoz közeli földfelszíni pontokban (Forrás: ELGI)

A Metró4 tervek Budapesti Önálló Vetületben (BÖV) készültek, ezért a többi adathalmaz (sűrűségadatok, gravimetriai adatok) vízszintes koordinátáit is ebbe a vetületi rendszerbe transzformáltuk. A felhasznált adatok helyét a 2. ábrán megjelenítettük.

Az adatokból a modellezés az alábbiakban részletezett lépések szerint történt.

3.1 Vizsgálati rácsháló

A számítások elvégzéséhez fel kell vennünk a tömegmodellen kívül vizsgálati pontokat. A célra egy BÖV-vel megegyező tájolású rasztert definiáltunk, amely magába foglalja a teljes metróvonalat. Ezen raszter rácspontjai adják a számítás helyét. Mivel a földkitermelés hatására a nehézségi erőtér megváltozása várhatóan az alagutak és az állomások közelében számottevő, a raszter felbontását az alagutakhoz közeledve fokozatosan részletesebbre vettük.

A vizsgálati rácsháló felbontását az 1. táblázatban részletezzük, és az így kialakított rácshálót a 3. ábrán jelenítjük meg.



2. ábra. A Metró4 vonala, és a felhasznált gravimetriai pontok helyei BÖV koordinátarendszerben, m egységben



1. táblázat. A vizsgálati rácsháló felbontása

3. ábra. A vizsgálati rácsháló BÖV koordinátarendszerben, m egységben

3.2 Magassági modell

Magassági információként csak a hossz-szelvényeken megadott terepszint magasságok álltak a rendelkezésünkre. A számításokhoz a vizsgálati rácsháló pontjaihoz magassági értéket is hozzá kellett rendelnünk. Ezt egy elég durva közelítéssel végeztünk: a rácsháló pontjaiba magasságot a hossz-szelvény környező pontjaiból interpoláltunk. Az alagutak és az állomások közelében így relatíve "jó" magasságok adódtak, távolodva azonban nem állt rendelkezésünkre magassági információ.

Az alagutaktól és az állomásoktól távolodva a tömegvonzás hatása gyorsan csillapodik, így a távoli pontok magasságának hibáit nem tartjuk lényegi kérdésnek. Ezért ezekre a pontokra a metróvonal valamennyi magasságából egy átlagértéket képeztünk, és valamennyi távoli rácsponthoz ezt a közel 105 m-es magasságot rendeltük hozzá. A 4. ábra az így kialakított magassági modellünket jeleníti meg.



4. ábra. A generált magasságmodell (mind a koordináták, mind a szürkeségi skála mértékegysége: m)

3.3 Alagutak tömegmodellje

Ismerve az alagutak geometriáját, elkészítettük az alagutak 30 cm-es élhosszúságú kockákra bontott modelljét. A kockák teljes tömegét a középpontjukba koncentrálva, a tömegvonzást pontszerű tömegekként számoltuk ki, modellünket tömegpontokká egyszerűsítettük. A felbontás megválasztása során a minél kisebb felbontásra törekedtünk; a 30 cm-es felbontást a rendelkezésünkre álló számítási kapacitás alapján választottuk. A tömegpontos modell leegyszerűsítő jellege miatt megvizsgáltuk a számítások relatív hibáját, amit az alábbi egyenlet alapján végeztünk:

$$\Delta_{rel} = \frac{|g_h - g_{hlan}|}{g_{hlan}},\tag{7}$$

ahol

- Δ_{rel} : a relatív hiba
- g_h: "hibás"; közelítő eljárással számolt gravitációs hatás: a 30 cm-es kocka tömegét annak tömegközéppontjába koncentráltuk,
- g_{hlan}: "hibátlan"; egzakt módon számolt gravitációs hatás: a 30 cm-es kockának az egzakt prizma-formulával (ld. pl. Meskó, 1988, Nagy et al., 2000, Holstein, 2003) számítottuk a hatását.

Tapasztalatunk szerint a kockák tömegpontokkal való helyettesítése a jelnél 3 nagyságrenddel kisebb hibát okoz (5. ábra), ezért a tömegpontos közelítést elfogadtuk. Megjegyezzük, hogy 8 m-nél nagyobb mélység esetén ez a hiba a jelnél már 4 nagyságrenddel kisebb, amely mélység az alagutak pontjainak 95%-ában teljesül, tehát összességében a közelítés még ennyi hibát sem eredményez.

A tömegpontos modell számítása a gyakorlatban az alábbi módon történt: Első lépésben az alkalmazott BÖV koordinátarendszer tengelyeivel párhuzamosan felvettünk egy a teljes 4-es metróvonalat magába foglaló, 30 cm-es felbontású térrácsot. A metróvonal tengelyvonalát egy egyszerű köbös interpolációval néhány cm-re sűrítettük, majd tengelypontonként megvizsgáltuk, hogy a térrács mely pontjai esnek tőle az alagút sugarának megfelelő távolságon belülre. Tengelypontonként így a térrácsból egy gömb pontjait válogattuk le. A tengelyvonal valamennyi pontjában kapott, többszörösen egymásba metsző gömbökkel modelleztük a metró változatos alagútvezetését, amelynek leírását szabályos geometriai testekkel (pl. hengerekkel) nehézkesen és csak erős fenntartásokkal lehetett volna megtenni, mivel a tengelyvonal egy eléggé változatos térgörbe.



5. ábra. A prizmamodell relatív hibája

Az összes kiválasztott pont halmazából az ismétlődéseket (a gömbök átfedéseit) kiszűrtük. A tömegpontok 30 cm-es távolságainak (vagy az ennek megfelelő 30 cm-es élhosszúságú kockák méretének) következtében az alagút határfelületein legfeljebb mintegy ±15 cm-rel tértünk el a pontos alaktól. A szabályos geometriai testekkel történő modellezéssel szemben eljárásunk előnyének tartjuk, hogy minden egyes keresztszelvényben más és a más profilt alkalmaz, így egy-egy keresztszelvény 15 cm-es hibái nem állandósulnak hosszabb vonalszakaszokon.

3.4 Állomások prizma modellje

Az állomások esetén a 8 sarokponttal leírt téglatestek gravitációs hatását az ún. sarokponti-módszer formuláival számoltuk (Holstein, 2003). Ezen lépés során pontatlanságokat okozhat a felszín közelében a sűrűség modell felbontása, annak pontatlanságai. További elhanyagolás volt, hogy a beépítésekre vonatkozó műszaki információ hiányában (födémlemez, kitámasztó gerendák, talplemez vastagsága, beépített beton sűrűsége) csak a földkitermelés hatásával számoltunk.

4 Eredmények

4.1 A 4-es metró földkitermelésének a nehézségi erőtérre gyakorolt hatása

Amint a 6. és 7. ábrákon látható, az eltávolított földtömegeknek a nehézségi gyorsulásra, illetve a szintfelületekre becsült hatása hozzávetőlegesen 0,2-1,2 mGal illetve 0,01-0,04 mm mértékű. Habár a hatás valamivel a felsőrendű magasság-meghatározás pontossági igénye alatt van, de a szintezési vonalak mentén összegződhet, így fontosnak tartjuk a további vizsgálatokat.

4.2 A 4-es metró földkitermelésének a szintezésekre gyakorolt hatása

A szintezésre gyakorolt hatás vizsgálatára olyan szintezési vonalakat kerestünk, amelyek mind vízszintesen, mind magassági értelemben jól ismertek. A célra a BME gondozásában több évtizede rendszeresen újramért dunai partfalakra vonatkozó magassági mozgásvizsgálati vonalakat használtuk fel (Dede et al. 2002). A budai oldalon az alsórakpart, a pesti oldalon pedig mind az alsó-, mind a felsőrakpart vonalaival számoltunk (8. ábra).

Az egyes mért magasságkülönbségekből a (6) egyenlet felhasználásával meghatároztuk a nehézségi erőtér megváltozásának az egyes műszerállásokban (az egyes vizsgálati pontok között) fellépő hatását (9. ábra). A hatás műszerállásonként mikrométeres nagyságrendű.



6. ábra. Földkitermelés hatása a nehézségi gyorsulásra a metró nyomvonalán (dg) mGal-ban



7. ábra. A földkitermelés szintfelületeken gyakorolt hatása a metró nyomvonalán (dN) mm-ben



8. ábra. A Duna-parti mozgásvizsgálati vonalak elhelyezkedése a Metró4 nyomvonala felett



9. ábra. A szintfelületek megváltozásának a hatása a partfalak magassági mozgásvizsgálati vonalaira. Az ábrán az alagutak vízszintes értelmű helyét is feltüntettük

5 Eredmények értékelése, összefoglalás

A vizsgálatra használt szintezési vonalak láthatóan keresztbe metszik az alagutakat (8. ábra). Így a maximálisan 4-5 mikrométeres változás váltakozó előjelű, tehát az okozott eltérések a vonal mentén összegezve kiejtik egymást. Az alagutakkal párhuzamos vonalak esetén ez akár szabályosan halmozódhat is. A fenti példában tapasztalt 4-5 mikrométert 1 km-es vonalon változatlan előjelűnek feltételezve a hiba 0,12 mm-re adódik, amelyet már szélsőpontossági igény esetén figyelembe kell venni. A későbbiekben megfelelő irányultságú, valós szintezési vonalak felhasználásával eredményeinket alá kívánjuk támasztani.

Megjegyzendő, hogy a vizsgálat az érdemi pontokon gyenge adatokra támaszkodik, így végleges következtetéseket a számítások pontosan kivitelezett megismétlése előtt nem kívánunk adni. A jövőben javítandó paraméterek, lépések:

- 1. A budapesti DTM alapján hitelesebb magassági információval a számítások megismétlése.
- 2. Az állomások helyén csak a kitermelt földdel számoltunk. Az állomások kiépítése során, különösen a felszínhez közel beépített vasbeton födémek tömegeinek figyelembevétele.
- 3. A Duna-partinál nagyobb magasságváltozásokat mutató, illetve a metró tengelyvonalára nem merőleges szintezési vonalak vizsgálata.

További fontos közelítésünk az volt, hogy a munkálatok következtében kialakult földfelszíni süllyedések nehézségi erőtérre gyakorolt hatását nem modelleztük. Ennek figyelembevétele előzetes vizsgálataink szerint az 1 m-rel földfelszín feletti potenciálfelületekre nagyobb, mint a mélyen húzódó alagutak hatása.

Köszönetnyilvánítás. Kutatásaink a 72806 sz. OTKA pályázat támogatásával folynak. Köszönetünket fejezzük ki a HUNGEOD-BME Konzorciumnak, a Geovil Kft-nek, és a DBR Metró Projektigazgatóságnak, továbbá az Eötvös Loránd Geofizikai Intézetnek a rendelkezésünkre bocsátott adatokért.

Hivatkozások

Biró P (1983): Time variation of height and gravity. Wichmann Verlag, Karlsruhe, Akadémiai Kiadó, Budapest. 160.

Biró P, Thong N C, Weisz E (1986): Modelling of secular variations in gravity and in geoidal undulations. Periodica Polytechnica Separatum, Civil Engineering, 30(1-2), 23–36.

Dede K, Detrekői Á, Szűcs L (2002): A budapesti dunai partfalak mozgásvizsgálata. Geodézia és Kartográfia, 54, 39–44. **Holstein H** (2003): Gravimagnetic anomaly formulas for polyhedra of spatially linear media. Geophysics, 68, 157–167. **Meskó A** (1988): Bevezetés a geofizikába. Tankönyvkiadó, Budapest. 512.

- Nagy D, Papp G, Benedek J (2000): The gravitational potential and its derivatives for the prism. Journal of Geodesy 74 (7-8), 552-560.
- Weisz E (1985): Modellszámítások valódi függőleges felszínmozgások meghatározására. Geodézia és Kartográfia, 37(2), 101–105.

SZIMULÁCIÓS MÓDSZER A FÜGGŐLEGES FÖLDKÉREGMOZGÁSOK VIZSGÁLATÁBAN

Bácsatyai László^{*}

The use of simulation in recent vertical crustal movement investigation – *The recent measurement techniques, especially the GPS, provide fast determination of the crustal movements. The basic concept is the repetition of the geodetic measurements in the optimal epochs. The determination of the epochs is depending on the economic efficiency and on the magnitude of the expected movements. The task of the surveyor is to determine whether movement is occurred or not, what is the direction of the movement, and to try to keep the costs of the measurements as low as possible. One of the basic problems is that the measured changes are not always real movements because of the presence of systematic errors which are hardly recognisable.*

The vertical component of the movements determined by GPS is less accurate therefore the spirit levelling is still the most accurate method. This paper deals with the determination of vertical movements. Using modern computational devices the solution of the one dimensional problem can be generalised for the investigation of spatial movements, too.

Keywords: vertical crustal movements, levelling network, systematic errors, relative movement velocities, test of significance

Napjaink műszeres technikája, a GPS technikával az élen, viszonylag rövid idő alatt teszi lehetővé térbeli elmozdulások meghatározását. A mozgások meghatározásának alapvető módszere a geodéziai mérések meghatározott – lehetőleg optimális – időközönként történő ismétlése. Az optimális időköz megállapításának meghatározó tényezői a gazdaságosság, a mérési technika és a mozgások várható nagysága. A geodéta feladata a mozgások igazolása vagy tagadása, és ha lehetséges, a mozgások irányának és nagyságának meghatározása, lehetőleg úgy, hogy az egyben gazdaságos is legyen. Az alapvető problémák egyike, hogy – részben a mérési eredmények sztochasztikus jellege miatt, részben pedig azért, mert két egymás utáni mérés különbségeit (általában nehezen kideríthető) szabályos hatások is terhelik – a kimutatható eltérések nem mindig jelentenek valódi mozgásokat.

A térbeli mozgások függőleges komponensét még napjainkban is – éppen a függőleges irányú helymeghatározás GPS technikával történő relatív kis pontossága miatt – a geometriai szintezés eszközeivel lehet a legpontosabban meghatározni. Jelen összeállítás a függőleges irányú kéregmozgásokkal foglalkozik. Az egydimenziós feladat megoldására vázolt módszer – a mai számítógépes lehetőségek mellett – kiterjeszthető a térbeli mozgások vizsgálatára is.

Kulcsszavak: függőleges kéregmozgás, szintezési hálózat, szabályos hibák, relatív mozgássebességek, szignifikancia-vizsgálat

1 Bevezetés

A mozgásokat – így a függőleges mozgásokat – ábrázoló térképekhez kapcsolódóan általánosságban megfogalmazhatók az alábbi kérdések:

- 1. A térképen ábrázolt sebességek valóban sebességek, vagy a mérési hibák számlájára írhatók?
- 2. Milyen a kapcsolat az alábbi (a 2. Méréstervezés fejezetben "bemenő paramétereknek" nevezett) paraméterek között:
 - mérés pontossága
 - szintezési hálózat mérete (kiterjedése)
 - relatív mozgássebesség értéke

- oda-vissza szintezések száma
- az újraszintezés időpontja

Az 1. kérdésre a választ *szignifikancia-vizsgálat* útján keressük, míg a 2. kérdés megválaszolása a *méréstervezés* témakörébe tartozik. A tanulmány alapját képező részletes elméleti háttér a Bácsatyai (1976) irodalomban található.

A szignifikancia-vizsgálat lépései:

- 1. szabályos hibahatások szignifikancia-vizsgálata,
- 2. relatív földkéregmozgási sebességértékek szignifikancia-vizsgálata (kiegyenlítés után, ha nincsenek kimutatható szabályos hibák).

A szignifikancia-vizsgálat eszközei a t- és az F-próba az alábbi egyszerűsítő feltételezésekkel:

- 1. mért magasságkülönbségek korrelálatlanok,
- 2. mérési eredmények eloszlása normális.

A méréstervezés céljára az F-próba erőfüggvénye látszott alkalmasnak.

A tanulmányban vázolt eljárások ellenőrzésére a számítógépes matematikai szimuláció módszerét választottuk. Ennek leírása megtalálható pl. Heister és Welsch (1972) munkájában.

2 Szignifikancia-vizsgálat

A szabályos hibahatások szignifikancia-vizsgálata

Zárt szintezési poligonokban a szabályos hibákra az alábbi nullhipotézisek (feltételek) írhatók fel (Ivanov 1976, Wassef 1955):

- 1. a relatív mozgássebességek összege zérus,
- 2. a magasságkülönbségek összege zérus.

Relatív földkéregmozgási sebességek szignifikancia-vizsgálata

Ez a vizsgálat kiegyenlítés után végezhető el, ha a szabályos hibák szignifikancia-vizsgálata nem utal kimutatható szabályos hibákra.

A kiegyenlített relatív sebességek vektora mátrixos alakban a

$$\Delta \hat{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{C}^T \cdot (\boldsymbol{h} + \boldsymbol{r}) \tag{1}$$

összefüggéssel fejezhető ki. Az (1) összefüggésben

- C^{T} a feltételi egyenletrendszer együttható mátrixának elemeit tartalmazza,
- *h* a mérési eredmények vektora
- *r* a mérési javítások vektora.

A relatív földkéregmozgási sebességek szignifikancia-vizsgálatakor nullhipotézisünk az alábbi:

$$\Delta \boldsymbol{v} = 0 \ . \tag{2}$$

A (2) összefüggés azt fejezi ki, hogy a kiegyenlített relatív sebességértékek a zérustól szignifikánsan nem különböznek.

A kiegyenlítés utáni szignifikancia-vizsgálathoz a szórásanalízis eszköztárából (pl. Sheffé 1963) ismert

$$F = \frac{s_e^2}{s^2} \tag{3}$$

próbaváltozót használtuk. A (3) képlet jelölései:

$$s_e^2 = \frac{\Delta \hat{\boldsymbol{v}}^T \cdot \boldsymbol{H}^+ \cdot \Delta \hat{\boldsymbol{v}}}{q} = \frac{\Delta \hat{\boldsymbol{v}}_1^T \cdot \boldsymbol{H}_1^{-1} \cdot \Delta \hat{\boldsymbol{v}}_1}{q}, \qquad (4)$$

$$s^{2} = \frac{\left(\boldsymbol{h} - \hat{\boldsymbol{\beta}}\right)^{T} \cdot \boldsymbol{D}^{-1} \cdot \left(\boldsymbol{h} - \hat{\boldsymbol{\beta}}\right)}{f}.$$
(5)

A fenti képletekben

 $\Delta \hat{v}_1$ – a kiegyenlített relatív sebességek független értékeit tartalmazza,

H – a $\Delta \hat{\mathbf{v}}$ vektor kovariancia-mátrixa,

 H_1 – a $\Delta \hat{v}_1$ vektor kovariancia-mátrixa,

 H^+ – a kovariancia-mátrix Moore-Penrose-féle általánosított inverze (Baróthy 1976),

- q a független relatív sebességek száma, szabadságfok,
- $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ a magasságkülönbségek becsült értékei,

 D^{-1} – a súlykoefficiens mátrix inverze,

f – a fölös mérések száma, szabadságfok.

A nullhipotézis akkor teljesül, ha

$$F < F_{\alpha,q,f} \,. \tag{6}$$

A (6) képletben a már ismert jelöléseken túl 1- α a valószínűségi szint.

A nullhipotézis teljesülése esetén a relatív mozgássebesség nem szignifikáns. Ha az

$$F \ge F_{\alpha,q,f} \tag{7}$$

teljesül, azt mondjuk, hogy legalább egy szintezési vonalon a relatív mozgássebesség szignifikáns. Hogy melyik szintezési vonal(ak) "vétkes(ek)" a szignifikanciában, erre a Student-próba segítségével kaphatunk választ.

2.1 Számpélda a szignifikancia-vizsgálathoz

A fentieket az 1. ábrán vázolt – szimulációs módszerrel előállított – szintezési hálózaton mutatjuk be.

Feltételezéseink a következők:

- 1. a mérési eredményeket szabályos hibák nem befolyásolják,
- ugyanazon szintezési vonalra vonatkozó mért magasságkülönbségek elméleti várható értékei a különböző mérési időpontokban különbözők, és megfelelnek a feltételezett függőleges földkéregmozgási értékeknek.

Az 1. ábra kiinduló adatait az 1. táblázatban foglaljuk össze. Az ábrán szaggatottan azokat a vonalakat jelöltük, amelyeknél a magasságkülönbségek becsléséhez mind az egy-, mind a kétvesszős vonalakat felhasználtuk.

A γ_i és β_i a szimulált eredeti mérési eredményekből az oda-vissza szintezésekből kapott levezetett értékek (a fölös mérések száma összesen 24). A nyilak irányának megfelelően a Δv_i (i = 1,2,...,6) relatív sebességek elméleti értékei mm/év dimenzióban. T_0 a kezdő epocha, T_{ij} - T_0 a szintezési vonalakra vonatkozó mérés idejének években kifejezett eltérése. A t_{ij} i első indexe a szintezési vonal számát, j második indexe az első, ill. a második szintezés idejét jelöli, Δt a két szintezés között eltelt idő.

A relatív sebességek kiegyenlített értékeire az alábbi értékek adódtak:

$$\begin{split} \varDelta \hat{v}_1 &= -0,823 \ \text{mm/ev} \ , \qquad \varDelta \hat{v}_4 &= +0,694 \ \text{mm/ev} \ , \\ \varDelta \hat{v}_2 &= -0,732 \ \text{mm/ev} \ , \qquad \varDelta \hat{v}_5 &= +0,130 \ \text{mm/ev} \ , \\ \varDelta \hat{v}_3 &= -0,223 \ \text{mm/ev} \ , \qquad \varDelta \hat{v}_6 &= +0,829 \ \text{mm/ev} \ . \end{split}$$

29



1. ábra. Szimulált mintahálózat

Vonal száma	Vonal hossza (km)	t _{ij}	T_{ij} - T_0	$\Delta t = t_{i2} - t_{i1}$	γ_i (mm)	β_i (mm)	Δv_i (mm/év)
1'	15,0	<i>t</i> ₁₁	-2,0	12,0	-	-	-0,80
1"	17,0	<i>t</i> ₁₂	10,0		123821,60	123812,00	
2'	25,2	<i>t</i> ₂₁	0,5	11,0	-54587,20	-54580,60	-0,60
2"	27,0	<i>t</i> ₂₂	11,5				
3'	21,8	<i>t</i> ₃₁	-1,5	13,5	-50015,50	-50011,45	-0,30
3"	35,3	<i>t</i> ₃₂	12,0				
4	18,0	<i>t</i> ₄₁	-4,0	15,0	81242,70	81233,70	0,60
		<i>t</i> ₄₂	11,0				
5	22,0	<i>t</i> ₅₁	-2,0	16,5	42580,40	42577,10	0,20
		<i>t</i> ₅₂	14,5				
6	17,5	<i>t</i> ₆₁	2,5	12,5	62025,20	62016,45	0,70
		<i>t</i> ₆₂	15,0				

1. táblázat. A szimulált mintahálózat kiinduló adatai

A fenti értékeket az alábbi módon ellenőrizhettük:

$$\Delta \hat{v}_1 + \Delta \hat{v}_4 + \Delta \hat{v}_5 = +0,001 \text{ mm/ev}, \Delta \hat{v}_2 + \Delta \hat{v}_3 + \Delta \hat{v}_5 + \Delta \hat{v}_6 = +0,004 \text{ mm/ev}.$$

A kiegyenlített mennyiségeket akár csak szemre összehasonlítva az 1. táblázat utolsó oszlopának adott elméleti értékeivel, viszonylag jó egyezést tapasztalunk.

A relatív mozgássebességek szignifikancia-vizsgálatának mérőszámaira az alábbi értékeket kaptuk:

$$s_e^2 = \frac{\Delta \hat{v}_1^{\mathrm{T}} \cdot H_1^{-1} \cdot \Delta \hat{v}_1}{4} = 7,60 \,\mathrm{mm}^2/\mathrm{km} \,,$$

$$s^{2} = \frac{2,318}{24} = 0,0966 \text{ mm}^{2}/\text{km},$$

 $F = \frac{s_{e}^{2}}{s^{2}} = 78,7, (F_{0,005;4,24} = 4,89).$

Azaz a vizsgálat még $1-\alpha = 0,995$ valószínűségi szinten is szignifikanciát mutatott. Az egyes szintezési vonalakra vonatkozó – Student-próbával végzett – szignifikancia-vizsgálat eredményei a 2. táblázatban találhatók.

A táblázatból látható, hogy csak a $|\Delta \hat{v}_5|$ értéke nem különbözik 0-tól 75%-os szinten sem. Az eredményekből következik, hogy az *F*-próba előzetes tájékoztató információt szolgáltat, míg a végső választ a *t*-próbától várhatjuk. Utóbbinak igaznak kell lennie attól függetlenül, hogy a $\Delta \hat{v}_5 = +0,130$ érték viszonylag közel esik az előzetesen feltételezett $\Delta v_5 = +0,200$ elméleti értékhez.

3 Méréstervezés

E célra az *F*-próba erőfüggvényét használjuk. Ez teszi lehetővé a "bemenő paramétereknek" a nem centrikusság δ paraméterén keresztül történő kifejezését. A bemenő paraméterek optimális viszonya ad választ az olyan kérdésekre, mint a mérési ismétlések számának megválasztása és két szintezés közötti optimális időköz meghatározása.

A próba ereje a nullhipotézis visszautasításának, azaz az alternatíva felderítésének valószínűségét fejezi ki, ha a nullhipotézis nem teljesül:

$$1 - \beta = P(F'_{\alpha;q,f,\delta} > F_{\alpha;q,f}).$$
(8)

A (8)-ban $F_{\alpha;q,f}$ centrális *F*-eloszlás a nullhipotézis teljesülése és $F'_{\alpha;q,f,\delta}$ nem centrális *F*-eloszlás bármilyen más alternatív hipotézis teljesülése esetén. A δ a nem centrikusság paramétere, $1 - \alpha$ a valószínűségi szint, q és f megfelelően az F próbaváltozó számlálójának és nevezőjének szabadságfoka, β a másodfajú hiba valószínűsége.

A próba erejének kiszámítására Pearson és Hartley diagramjait használják (pl. Bolsev és Smirnov 1965) q, f és α bemenetekkel $\alpha = 0.01$ és $\alpha = 0.05$ mellett. A δ paraméter helyett ezen diagramokban a

$$\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\delta} \cdot (\boldsymbol{q} - 1)^{-\frac{1}{2}} \tag{9}$$

mennyiség szerepel.

A δ^2 értékét úgy kapjuk meg, ha a (4) kvadratikus formában a $\Delta \hat{v}$ vektor elemeit elméleti várható értékeikkel helyettesítjük. Ekkor, $E(\Delta \hat{v}) = \theta \neq 0$ esetén az F' nem centrális eloszlás δ^2 paramétere az alábbi képlettel adható meg:

$$\delta^{2} = \frac{\boldsymbol{\theta}^{T} \cdot \boldsymbol{H}^{+} \cdot \boldsymbol{\theta}}{\sigma_{0}^{2}} = \frac{\boldsymbol{\theta}_{I}^{T} \cdot \boldsymbol{H}_{I}^{-I} \cdot \boldsymbol{\theta}_{I}}{\sigma_{0}^{2}} \,. \tag{10}$$

A (10) összefüggés – részben implicit módon – tartalmazza a $\sigma_0, L, \theta, k, \Delta t$ bemenő paramétereket:

- mérés pontossága, σ_0 (1 km-re vonatkozó konstans szorzó),
- szintezési hálózat mérete (kiterjedése), L (poligonok oldalhosszúsága km-ben),
- relatív mozgássebesség értéke, θ (alternatív hipotézis),
- oda-visszaszintezések száma, k (az egyes magasságkülönbségekre vonatkozó mérések száma),
- az újraszintezés időpontja, ∆t (két, egymást követő szintezés közötti idő).

Pont száma	$\Delta \hat{V_i}(mm / \acute{ev})$	$t = \left(4 \cdot F_{\alpha;4;24}\right)^{\frac{1}{2}}$	$t\cdot\mu_{\Delta v_i}$	$1-\alpha$	Szignifikancia
1	0,823	4,42	0,274	0,995	igen
2	0,732	4,42	0,371	0,995	igen
3	0,223	2,96	0,219	0,900	igen
4	0,694	4,42	0,301	0,995	igen
5	0,130	2,40	0,144	0,750	nem
6	0,829	4,42	0,358	0,995	igen

2. táblázat. Kiegyenlített sebességek vizsgálata Student-próbával

3.1 Számpélda a méréstervezéshez

Tekintsük a 2. ábrán látható egyenlő vonalhosszúságú mintapoligont! Vizsgáljuk az *F*-próba erejét $\sigma_0 = 0.6 \frac{\text{mm}}{\sqrt{\text{km}}}$ és a 3. táblázatba foglalt $\theta \neq 0$ alternatív hipotézisek függvényében.

A 3. ábrán szereplő diagramokat az alábbiak szerint szerkesztettük meg: a (9) képlet alapján számítottuk a Φ értékeket, majd a Bolsev és Smirnov (1965) irodalomban közölt diagramokból interpolációval minden egyes Φ -re megkerestük a próba 1- β erejét.

A diagramokból, ill. a táblázatokból kiolvasható, hogy – pl. mint esetünkben – 95% valószínűségi szint mellett $1 - \beta > 75\%$ próbaerő eléréséhez milyen nagyságú k, L és t paraméterekkel mutat-

hatók ki adott pontosságú – esetünkben $\sigma_0 = 0.6 \frac{\text{mm}}{\sqrt{\text{km}}}$ értékkel jellemezhető – relatív

mozgássebességek.



2. ábra. Szimulált szintezési mintapoligon

3. táblázat. Alternatív hipotézisek a 3 szintezési vonalra

$\Delta t_i = t_{i2} = t_i (\text{év})$			Alternatíva θ			
		-	$\theta_1 \text{ (mm/év)}$	$\theta_2 \text{ (mm/év)}$	$\theta_3(m/ev)$	
	t_1	5	0,6	-0,3	-0,3	
	t_2	8	0,8	-0,4	-0,4	
	t_3	10	1,0	-0,5	-0,5	



3. ábra. Optimális kombinációk a bemenő paraméterekre

BÁCSATYAI L

Az ábrán keretezéssel jelöljük a $\sigma_0, L, \theta, k, \Delta t$ bemenő paraméterek azon – optimálisnak tekinthető – kombinációit, amelyek mellett a próba ereje $1 - \beta > 0.75$ és k értéke a 8-at (négyszeri oda-vissza szintezés) nem haladja meg. Természetesen, elvileg végtelen számú hasonló diagram lenne szerkeszthető.

Meghatároztuk a relatív sebességek pontossági mérőszámait is az összes bemenő paraméter függvényében, így pl. az 5-8-10 év kombinációra $\sigma_0 = 0.6 \frac{\text{mm}}{\sqrt{\text{km}}}$, L = 60 km és k = 4 mellett

$$\begin{split} \mu_{_{\Delta v_1}} &\approx 0.6 \cdot \frac{60}{4} \cdot 0.029 = \pm 0.26 \text{ mm/ev} , \\ \mu_{_{\Delta v_2}} &\approx 0.6 \cdot \frac{60}{4} \cdot 0.023 = \pm 0.21 \text{ mm/ev} , \\ \mu_{_{\Delta v_1}} &\approx 0.6 \cdot \frac{60}{4} \cdot 0.016 = \pm 0.14 \text{ mm/ev} \end{split}$$

értékek adódtak.

Az eredmények feltételezik, hogy az egyes magasságkülönbségek mérési eredményei egymástól függetlenek, a próbákkal és a próba erejével kapcsolatos vizsgálatok pedig ezen túlmenően azt is, hogy a mérési eredmények eloszlása normális.

A két szintezés közötti minimális időköz meghatározásához – az alternatívák és az időköz kivételével – a bemenő paramétereket rögzítjük. A két szintezés között eltelt időt jelöljük Δt -vel. A Δt ekkor az alternatívák függvényében a

$$\Delta t = \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{\sigma}_0 \sqrt{\frac{2 \cdot L}{k \cdot \boldsymbol{\theta}^T \cdot \boldsymbol{H}^+ \cdot \boldsymbol{\theta}}}$$
(11)

képlettel írható fel. Hasonló összefüggések írhatók fel bármely paraméter-párosra, a többi paraméter egyidejű rögzítésével.

Példa:
$$1-\beta > 80\%$$
 próbaerő mellett $\Phi \approx 2,2$ és legyen $\sigma_0 = 0,3 \frac{\text{mm}}{\sqrt{\text{km}}}$, $L = 200 \text{ km}$ és $k = 4$. A

4. táblázatot a különböző alternatívák (11) képletbe való helyettesítésével állítottuk össze.

$ heta_1$	θ_1 θ_2		
	(mm/év)		Δt (eV)
0,2	-0,1	-0,1	46,7
0,4	-0,2	-0,2	23,3
0,6	-0,3	-0,3	15,6
0,8	-0,4	-0,4	11,7
1,0	-0,5	-0,5	9,3
1,2	-0,6	-0,6	7,8
1,4	-0,7	-0,7	6,7
1,6	-0,8	-0,8	5,8
2,0	-1,0	-1,0	4,7
3,0	-2,0	-2,0	3,1
4,0	-3,0	-3,0	2,3

4. táblázat. Az újraszintezés optimális időtartama
4 Összefoglalás és következtetések

A földkéregmozgások – s ezen belül a függőleges földkéregmozgások – vizsgálata a földtudományok komplex feladata. A geodézia feladata e komplex problémakörön belül a geodéziai mérések végzése, a mért adatok matematikai feldolgozása, és ezeknek, valamint a feldolgozás eredményeinek statisztikai vizsgálata. A földkéregmozgás függőleges komponense regisztrálásának – nem kizárva természetesen a GPS nyújtotta, függőleges értelemben ma még kevésbé pontos lehetőségeket – mindeddig legpontosabb lehetősége a szintezési hálózatok különböző időpontokban történő újramérésében rejlik.

A földkéregmozgás vizsgálati céloknak is megfelelő szintezési hálózatok tervezése, mérése és kiértékelése számos tervezés-, mérés- és számítástechnikai problémát vet fel, amelyek közül sokat nem tekinthetünk megoldottnak. E tanulmányban ez utóbbiakból választottam ki néhányat, amelyek egyben a matematikai statisztika geodéziai alkalmazásának körét szélesítik.

Az eddigi vizsgálatok alapján néhány következtetés az alábbiakban foglalható össze:

- A szabályos hibák és a relatív sebességek teljes hálózatra érvényes szignifikanciavizsgálatára használt F-próba (Fisher-teszt) mellett az egyedi szintezési vonalakra vonatkozó szabályos hibák, ill. az egyes pontok relatív sebességei szignifikanciavizsgálatára a t-próba (Student-teszt) alkalmazható. Az F-próba az előzetes tájékozódás célját szolgálja, míg a végleges választ a t-próbától várhatjuk.
- A geometriai szintezés jelenleg elérhető pontossága viszonylag kis függőleges sebességértékek kimutatását teszi lehetővé.
- Két egymást követő szintezés közötti minimális időtartam a Kárpát-medencét jellemző (1-2 mm/év) sebességek mellett 10 év körüli értékkel jellemezhető.

Hivatkozások

- Bácsatyai L (1976): A földkéregmozgásvizsgálati célú szintezési hálózatok néhány elméleti aspektusa (orosz nyelven). Results of the Scientific Cooperation between the Central Laboratory of Geodesy of the Bulgarian Academy of Sciences in Sofia and the Geodetic and Geophysical Research Institut of the Hungarian Academy of Sciences in Sopron, Sopron. 270–318.
- Bolsev L N, Smirnov N V (1965): Matematikai statisztikai táblázatok (orosz nyelven). Moszkva, Nauka. 235-281.
- Ivanov E (1976): Nagypontosságú szintezések matematikai-statisztikai vizsgálatáról (orosz nyelven). Results of the Scientific Cooperation between the Central Laboratory of Geodesy of the Bulgarian Academy of Sciences in Sofia and the Geodetic and Geophysical Research Institut of the Hungarian Academy of Sciences in Sopron, Sopron. 270– 318.
- Sheffé G (1963): Szórásanalízis (angolból fordított orosz nyelven), Moszkva, Gosudarstvennoe izdatelstvo fizikomatematicheskoi literaturi. 26–84.
- Baróthy B (1976): On a generalization of the Moore-Penrose inverse of a matrix. Results of the Scientific Cooperation between the Central Laboratory of Geodesy of the Bulgarian Academy of Sciences in Sofia and the Geodetic and Geophysical Research Institut of the Hungarian Academy of Sciences in Sopron, Sopron. 61-78.
- Heister H, Welsch W (1972): Erzeugung und Test normalverteilten Zufallszahlen , Zeitschrift für Vermessungswesen. 97, 446–456.
- Wassef A M (1955): Statistical analysis of discrepancies in levelling with applications on the first-order levelling of the Nile-Delta. Bull. Geod., 36, 29–46.

AZ ÚJRAMÉRT EOMA POLIGONOK KIEGYENLÍTÉSE

Virág Gábor*

Adjustment of the re-levelled polygons of Uniform National Height System – The relevelling of the Uniform National Height System was started in 2006. Until now, the work has been finished in the North-Eastern part of Hungary. This paper describes the processing and adjustment of the measurement data from the network and shows the height changes of the main (nodal) levelling benchmarks. The paper shows the effect of a systematic error found in the new measurements.

Keywords: Uniform National Height System, precise levelling, systematic error, recent crustal movement

Az EOMA elsőrendű hálózat újramérése 2006-ban kezdődött és eddig az ország ÉK-i részén fejeződött be. A cikk bemutatja az új mérési eredmények feldolgozásának és kiegyenlítésének lépéseit, valamint a főalappontok magasságváltozásait. Bemutatja még az új méréseket terhelő szabályos hibák hatását is.

Kulcsszavak: EOMA, szabatos szintezés, szabályos hiba, jelenkori kéregmozgás

1 Bevezetés

Az Egységes Országos Magassági Alapponthálózat (EOMA) elsőrendű hálózatát 1975 és 1979 között mérték meg felsőrendű (szabatos) szintezéssel. A korábbi hálózatokhoz képest újdonság volt, hogy a vonalak mentén – átlagosan 5 km-enként – a földkéreg jelenkori mozgásának vizsgálatára mélyalapozású vagy közvetlenül sziklára telepített ún. közbenső kéregmozgási pontokat (KKP pontok, vagy egyszerűen K pontok) létesítettek (A2 Szabályzat). Az elsőrendű hálózat újramérését 20-30 évenként tervezték végrehajtani.

Szakmai körökben a 2000-es évek elején merült fel az igény a hálózat újramérésére. A Magyar Tudományos Akadémia (MTA) Geodéziai Tudományos Bizottsága (GTB) létrehozott egy EOMA ad-hoc bizottságot, amelynek ajánlásai, javaslatai alapján kezdődtek meg a mérési munkálatok (Mihály et al. 2008). Az ajánlások megfogalmazták, hogy a méréseket napjaink legkorszerűbb digitális szintezőműszereivel és a hozzájuk tartozó vonalkódosztású invárbetétes szintezőlécekkel kell végrehajtani. Ajánlásokat fogadtak el a szintezőlécek kalibrálásáról valamint a gravimetriai mérések végrehajtásáról is.

A terepi munkálatok 2006-ban kezdődtek a vonalak helyszínelésével és az elpusztult pontok pótlásával. A szintezési és gravimetriai mérések 2007-ben kezdődtek és két munkafázisban (KMO-1 és KMO-2) 2009-ig az ország ÉK-i részének elsőrendű vonalai kerültek újramérésre (1. ábra).

A 8., 9. és 10. számú poligont határoló elsőrendű vonalakon kívül megmérésre kerültek még a 9. számú poligonban a 0901, a 0902, a 0908 és a 0911 számú másodrendű vonalak, valamint a 10. számú poligonban a 1006, a 1008 és a 1010 számú másodrendű vonalak is. Ezek a másodrendű vonalak az Északi-Középhegység déli pereme mentén találhatók és az eredetileg nagy területet lefedő 9. és 10. számú poligont bontják két részre, egy hegyvidéki jellegű északi részre és egy síkvidéki jellegű déli részre.

A KMO-1 és KMO-2 munkaterület szintezési vonalain összesen 2253 szintezési szakasz került megmérésre. Ehhez adódnak még a munkaterületre eső főalappontok körméréseinek szakaszai is. Az eddigi mérések munkarészei az állami átvételt követően a FÖMI Központi Adat- és Térképtárában kerültek elhelyezésre.

Az MTA GTB EOMA ad-hoc bizottsága ajánlást fogadott el, hogy a hálózatkiegyenlítést két – egymástól független – intézményben kell végrehajtani. A Nyugat-magyarországi Egyetem Geoinformatikai Karán Busics György végezte el a mérések előzetes kiegyenlítését (Busics 2011).

VIRÁG G



1. ábra. Az EOMA 2007 és 2009 között újramért vonalai

A másik intézmény a FÖMI Kozmikus Geodéziai Obszervatóriuma, melynek előzetes eredményei az alábbiakban találhatók.

2 Alapadatok és a nyers mérési adatok feldolgozása

A FÖMI Központi Adattárából megkaptam a KMO-1 és KMO-2 munkaterület új szabatos szintezéseinek nyers mérési adatait a műszergyártó által szabványosított adatformátumban. A fájlok a mérési adatokon kívül kódolt formátumban tartalmazták még az alábbi kiegészítő információkat is: az észlelő-, a szintezőműszer és a szintezőlécek gyári száma, a mérés dátuma, a mérés kezdetének és végének időpontja, a hőmérséklet a mérés kezdetén és végén, valamint a mérés körülményei. Ezeket a kiegészítő információkat az észlelők rögzítették az eredeti mérési fájlokban.

Kigyűjtöttem a mérésekhez használt vonalkód osztású szintezőlécek kalibrálásának adatait is. A KMO-1 munkaterület mérése előtt 2006 novembere és 2007 májusa között kalibrálták a szintezőléceket a Müncheni Műszaki Egyetem Geodéziai Intézetében. Ezen kalibrálások eredményeit vettem korrekcióba a KMO-1 munkaterület feldolgozásakor. 2008. júliusban voltak másodszor kalibráláson a szintezőlécek Münchenben. A második kalibrálás adatait a KMO-2 munkaterület feldolgozásakor használtam. Minden léchez egyedi hőtágulási együttható érték is tartozik, melyeket szintén a Müncheni Műszaki Egyetemen határoztak meg. A hőmérsékleti javítások számításánál minden esetben a léchez tartozó egyedi hőtágulási együttható értékekkel számoltam.

A feldolgozás első lépéseként a nyers mérési adatokat tartalmazó fájlokat szintezési vonalanként sorba rendeztem. Az eredetileg a kezdő- és végpont számából képzett fájlneveket átneveztem. Majd egy saját készítésű programmal előállítottam az észlelési jegyzőkönyveket (2. ábra) minden szakasz, mindkét irányban végrehajtott méréseire. Ugyanezen program képezte szintezési vonalanként az ún. vonalösszeállításokat (3. ábra) is. Az észlelési jegyzőkönyv előállításánál a program kiszámolta a kalibrálási és hőmérsékleti javítások értékeit és ezekkel a nyers mérési eredményeket megjavította (mért magasságkülönbség).

Egyseges Orszagos Magassagi Alapponthalozat Eszlelesi jegyzokonyv

0000032-1 - 0021357-1

Eszlelo: Lakos Gergely A meres idopontja: 2007.06.20. A muszer tipusa es szama: Leica DNA03, 723289 A lecek tipusa es szama: Leica GPCL3, 32689, 32693 A meres korulmenyei: 0350113790 Az eredeti meresi adatfile neve: 001a.lev

Szintezesi szakasz osszeallitas

Allaspontok szama: 4 Szakasz hossza: 0.08 km

Magassagkulonbseg I. : -0.385583 m Magassagkulonbseg II. : -0.385634 m Nyers magassagkulonbseg : -0.385609 m

Elteres : 0.052 mm Megengedett elteres : 0.400 mm Atlaghomerseklet : 26.4 C Kompar. es homers. jav. : -0.000 mm

A szakasz mert magassagkulonbsege: -0.385609 m

2. ábra. Észlelési jegyzőkönyv (minta)

Egyseges Orszagos Magassagi Alapponthalozat V O N A L O S S Z E A L L I T A S

Vonalszam: 0901

Sor	Pontszam	Tav.	Mert magassagkulonbseg			Eszl.
sz.	1 1		oda	vissza	kozep	diff.
	I I	km	1	m		mm
[]-	- -	-	- []			-
	0901001-1					
001	0901101-1	0.60	-0.08050	0.08114	-0.08082	0.63
002	0901102-1	0.98	-3.15484	3.15587	-3.15535	1.03
003	0901103-1	0.28	-1.13630	1.13635	-1.13633	0.05
004	0901104-1	0.33	-1.26546	1.26539	-1.26543	-0.08
005	0901105-1	0.40	-0.95599	0.95612	-0.95605	0.13
006	0901106-1	0.20	-0.86156	0.86157	-0.86157	0.01
007	0901107-1	0.23	-1.03891	1.03922	-1.03906	0.30
008	0901108-1	0.51	-1.72023	1.72048	-1.72035	0.26
009	0901109-1	0.61	2.29418	-2.29380	2.29399	0.38
010	0901110-2	0.09	-0.10278	0.10283	-0.10281	0.05
011	0901111-1	0.40	-3.00621	3.00616	-3.00618	-0.06
012	0901112-2	0.90	-0.75012	0.75050	-0.75031	0.38
013	0901113-1	1.12	1.23056	-1.23031	1.23043	0.25
014	0901114-2	0.19	0.80358	-0.80353	0.80355	0.04
015	0901115-1	0.50	-0.35573	0.35551	-0.35562	-0.22
016	0901116-1	0.49	-0.59697	0.59668	-0.59683	-0.29
017	0908001-1	0.02	-1.92851	1.92862	-1.92857	0.10
		7.84	-12.62581	12.62879	-12.62730	2.98

3. ábra. Vonalösszeállítás (minta)

3 Szabályos hibák digitális szintezőműszerek esetében

A vonalösszeállítás (3. ábra) utolsó oszlopában szerepel az ún. észlelési differencia, melyet az odairányú- és a visszairányú-mérés különbségeként képzünk. A vonalösszeállításokat áttekintve feltűnő, hogy az észlelési differencia előjele az esetek többségében (kb. 80-85%) pozitív előjelű. Ez gyanút ad arra, hogy méréseinket esetleg szabályos hibák terhelhetik.

A kiegyenlítő számításokból ismert, hogy ugyanazon mennyiségre végzett ismételt mérések különbségének elméleti értéke zérus (Detrekői 1991). Ha a különbségben, azaz esetünkben az észlelési differenciában (d_i), valamilyen szabályosságot vélünk felfedezni, akkor szabályos hiba jelenlétére kell gyanakodnunk. A szabályos hibák jelenlétének kimutatására szolgáló kritérium az alábbi:

$$\left|\sum d_i\right| \le 0.25 \cdot \sum \left|d_i\right|,\tag{1}$$

ahol d_i a szintezési szakasz észlelési differenciája.

Ha az egyenlőtlenség igaz, akkor a szabályos hibák hatásától eltekinthetünk. Az (1) összefüggés csak akkor érvényes, ha az értékpárok (oda- és visszamérések) azonos középhibával jellemezhetők. A szintezési hálózatok esetében az egymást követő szintezési szakaszok különböző hosszúságúak, így különböző középhibával jellemezhetők. Ezért homogenizálással azonos pontosságúvá kell tennünk a méréseket a következő összefüggéssel:

$$\left|\sum d_i \sqrt{P_i}\right| \le 0.25 \sum \left| d_i \sqrt{P_i} \right|,\tag{2}$$

ahol P_i az észlelési differencia súlya, mely a szintezési szakasz hosszával fordítottan arányos.

A KMO-1 és KMO-2 munkaterület szintezési vonalaira kiszámítottam a (2) egyenlőtlenség mindkét oldalán szereplő mennyiségeket, melyek az 1. és a 2. táblázat 6. és 7. oszlopaiban találhatók. Látható, hogy mindössze a KMO-2 táblázatban a 0019 számú vonalnál teljesül a (2) egyenlőtlenség. A többi esetben a számított adatok szabályos hiba jelenlétére utalnak. Szintezési vonalanként kiszámítva az észlelési differencia és a vonalhossz hányadosát (d/L), ezt a régebbi szakirodalomban általában (c/L) néven említették) tovább erősíti a szabályos hibák gyanúját.

A FÖMI Központi Adat- és Térképtárában előkerestem az 1970-es években végzett EOMA mérések jegyzőkönyveit. Azokat a méréseket nagyrészt MOM Ni-A3 és Ni-A31 típusú (hagyományos) szintezőműszerekkel és 0,5 cm osztású ZEISS lécekkel végezték. Az észlelési jegyzőkönyveket áttekintve megállapítható, hogy az észlelési differencia előjele kb. fele-fele arányban pozitív és negatív.

			,				
Vonal-	Szaka-	Vonal	Eszlelési	d/L	$\sum d \sqrt{P}$	$0.25 \cdot \nabla d \overline{P}$	Mérések
szám	szok	hossza	diff.	[mm/km]	$ \Delta a_i \sqrt{r_i} $	$0,25^{\prime} \sum a_i \sqrt{r_i} $	számt. köz.
	száma	L	d				középhib.
		[km]	[mm]				[mm]
0023	427	298,53	152,62	0,51	122,286	43,506	0,317
0024	38	27,77	12,67	0,46	9,889	3,457	0,271
0025	412	280,07	106,31	0,38	80,595	33,848	0,281
0026	22	15,70	4,92	0,31	3,855	1,794	0,284
0901	17	7,85	2,96	0,38	3,037	1,099	0,201
0902	30	16,21	8,84	0,55	7,962	2,580	0,255
0908	63	47,97	8,99	0,19	5,429	5,357	0,283
0911	56	50,97	25,96	0,51	17,249	5,349	0,309
1006	49	40,51	20,50	0,51	16,688	5,599	0,303
1008	74	57,47	18,15	0,32	13,304	6,251	0,274
1010	17	14,82	6,39	0,43	4,374	1,552	0,317
	1205	857.57	368.31	0.43	284.668	110.392	0.294

1. táblázat. KMO-1 munkaterület jellemzői

Vonal-	Szaka-	Vonal	Észlelé-	d/L	$\sum d_{12} \overline{P}$	$0.25 \cdot \Sigma d \cdot \sqrt{P}$	Mérések
szám	szok	hossza	si diff.	[mm/km]		$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \sqrt{r_i} $	számt. köz.
	száma	L	d				középhib.
		[km]	[mm]				[mm]
0017	195	133,48	37,83	0,28	28,488	13,825	0,243
0019	65	45,35	1,85	0,04	1,022	3,530	0,195
0020	139	112,71	30,96	0,27	23,670	9,361	0,223
0021	293	212,22	75,63	0,36	60,574	22,184	0,250
0022	96	77,55	31,31	0,40	24,640	8,414	0,278
0024	77	62,13	13,67	0,22	12,435	7,426	0,340
0026	183	134,87	23,39	0,17	18,782	14,070	0,271
	1048	778,31	214,64	0,28	169,611	78,81	0,255

2. táblázat. KMO-2 munkaterület jellemzői

Az EOMA régebbi mérése és újramérése között a leglényegesebb különbség a mérőfelszerelésben van. A szabályos hiba oka elsősorban az új szintezőműszerekben keresendő, a szintezőlécek esetleges hibája ilyen jellegű szabályos hibát nem okozhat. A szabályos hibák okainak kiderítése további vizsgálatokat igényel.

Az oda- és visszamérések számtani középértékének középhibája (1. és 2. táblázat 8. oszlop) mindkét munkaterületen 0,30 mm alatti érték, mely nagyon kedvezőnek tekinthető.

4 A mérési adatok további feldolgozása és kiegyenlítése

A vonalösszeállításokban szereplő mért magasságkülönbség középértékeit az A2 szintezési szabályzat előírásai szerint normáljavítással és asztronómiai korrekciókkal láttam el. A normáljavításhoz szükséges Faye-anomália értékek az Adattárba leadott gravimetriai mérések munkarészeiből származnak, a szakaszok meridián-irányú vetületeinek értékét a pontok EOV koordinátáiból képeztem. Az asztronómiai korrekciók számításához a Nap és a Hold rektaszcenzióját és deklinációját valamint a csillagidőt internetes adatbázisból töltöttem le (Ricci 2007, 2008, 2009).

A korrekciók számítása után képeztem a poligonzárások értékeit (4. ábra). Mind az öt poligon esetében a záróhiba kisebb, mint a szabályzat által megadott (nagyon szigorú) hibahatár:

$$\omega \le 0.9 \cdot \sqrt{L} \,\mathrm{mm}\,,\tag{3}$$

ahol L a poligon hossza km egységben.

A hálózat előzetes kiegyenlítését közvetítő egyenletekkel (II. kiegyenlítési csoport) végeztem el. A kiegyenlítéshez legalább egy pont magasságának megkötése szükséges. A magyar szintezési hálózatoknál "hagyományosan" a Nadap főalappont a hálózat kezdőpontja. Azonban az eddig lemért szintezési vonalak még nem érintik a nadapi főalappontot. Ezért a kiegyenlítésben, a munkaterület közepén elhelyezkedő, sziklára telepített, Szarvaskő főalappont magasságát rögzítettem. A súlyozás a szintezési vonal hosszával fordított arányban történt.

A szintezési főalappontok és a szintezési csomópontok kiegyenlített magasságait összehasonlítottam a korábbi kiegyenlítés adataival (3. táblázat). Látható, hogy a sziklára telepített többi főalappontnál az eltérés csekély emelkedést mutat a két mérés között, míg az üledéken állandósított fúrt főalappontoknál, Dunakeszi kivételével, a jelentősebb mértékű süllyedés a jellemző (5. ábra). A főalappontok közötti vonalak mentén elhelyezkedő szakaszvégpontok is hasonló jellegzetességeket mutatnak. Az északi hegyvidéki területeken csekély emelkedés, a délebbi alföldi szakaszokon a jelentősebb süllyedés jellemzi a két kiegyenlítés közötti eltéréseket.

Korábban az első EOMA szintezés és a Bendefy-féle szintezés eredményeit összehasonlítva Joó István (1998) hasonló tendenciákat kapott. Az Alföldön jelentős süllyedést tapasztalt, az Északi-Középhegység területét gyakorlatilag mozdulatlannak találta.



4. ábra. Poligon záróhibák értékei

3. táblázat. Főalappontok	és csomópontok magasságainak	összehasonlítása
---------------------------	------------------------------	------------------

Főalappont/Csomópont		EOMA	EOMA	Eltérés	Típus
Neve	Száma	régi	új	[mm]	
Kecskemét	0000021-1	115,823	115,794	-28	Fúrt
Kunhegyes	0000026-1	87,671	87,626	-44	Fúrt
Hajdúböszörmény	0000028-1	119,748	119,678	-70	Fúrt
Vámospércs	0018032-1	136,271	136,209	-62	Fúrt
Nyírábrány	0000029-1	136,078	136,017	-62	Fúrt
Mátészalka	0000030-1	120,043	120,006	-37	Fúrt
Kisvárda	0000031-1	103,286	103,266	-20	Fúrt
Tokaj	0000032-1	100,827	100,846	19	Szikla
Baksipart	0000033-1	105,251	105,261	10	Szikla
Telkibánya	0000034-1	243,293	243,300	7	Szikla
Sajógalgóc	0000035-1	144,011	144,018	7	Szikla
Szarvaskő	0000036-1	206,245	206,245	0	Szikla
Nógrádszakál	0000037-1	164,409	164,440	31	Szikla
Börzsöny	0000038-1	248,243	248,258	16	Szikla
Letkés	0000039-1	109,733	109,757	24	Szikla
Dunakeszi	0000040-1	124,218	124,229	11	Fúrt



5. ábra. Főalappontok és csomópontok magasságainak változása

5 Összefoglalás

Az EOMA elsőrendű szintezési hálózat eddig újramért vonalainak előzetes kiegyenlítése mutatja a vizsgált területen a jelenkori kéregmozgás jellegzetességeit. Kívánatos lenne a teljes elsőrendű hálózat újramérésének mielőbbi befejezése. Ha túl sok idő telik el az egyes munkaterületek mérése között, akkor fennáll a lehetősége, hogy a két munkaterület határán "magassági lépcső" alakul ki. A munkaterületek csatlakozásainál végzett ellenőrző szintezési mérések nem mindig adnak információt erről a változásról, ha az ellenőrzött szakasz végpontjai hasonló mértékben mozognak. A munka sürgős befejezését kívánja még a GNSS technika gyors terjedése is. A GNSS technikával meghatározott precíz koordinátákat egy lényegesen "gyengébb" keretrendszerbe kell áttranszformálni, ami a felhasználóknál bizonytalanságot és bizalmatlanságot okozhat.

Az eddigi mérési és kiegyenlítési eredmények rávilágítanak arra, hogy "semmi sem stabil" a Föld felszínén. Minden mérési adathoz hozzá kell rendelni a meghatározás időpontját. Az idő, mint negyedik dimenzió bevezetése és pontleírásokon való szerepeltetése segítheti a felhasználókat, hogy az adott munkaterületen milyen mértékű elmozdulásokkal lehet számolni. Ezt a mérnöki létesítmények tervezésénél figyelembe lehet és kell venni.

Az EOMA hálózat mérési ütemezésének megfelelően kívánatos, hogy az újonnan mért szakaszok feldolgozása és kiegyenlítése folyamatosan (munkaterületenként) történjen. A különböző intézményekben végzett független feldolgozások valamint a feldolgozott eredmények rendszeres összehasonlítása biztosítja, hogy a munka befejezésekor korrekt adatok álljanak a felhasználók rendelkezésére, melyek a gyakorlati feladatok számára biztosítják az egységes keretrendszert. Busics György és az általam végzett, egymástól teljesen független, feldolgozás és kiegyenlítés eredményei nagyon hasonlóak, jól illeszkednek egymáshoz.

Az EOMA kiegyenlítése nemcsak Magyarországnak fontos. Hazánk 1995-ben csatlakozott az Európai Egyesített Szintezési Hálózathoz (UELN, Unified European Levelling Network), melynek együttes, egész Európára kiterjedő, kiegyenlítése alapján hazánk hálózata volt a legjobb (Sacher et al. 2004). Reméljük, ha az újramért EOMA hálózat is bekerül az egységes európai kiegyenlítésbe, hasonlóan szép "eredményeket ér el", mint a régi EOMA. Ez szükségessé teszi a hálózat kiegyenlítését, nemcsak a "méterjellegű" magassági mérőszámok viszonylatában, hanem geopotenciális értékekkel is.

További kutatásokat igényel a mérési eredményekben lévő szabályos hibák okainak kiderítése. Itt szükség lehet műszergyártó cégekkel folytatott konzultációra a hibák okozóinak kiküszöbölésével kapcsolatban.

Hivatkozások

- (A2) Szabályzat a függőleges földkéregmozgás vizsgálatára szolgáló szintezési hálózat létesítési munkáiról (1975). MÉM Országos Földügyi és Térképészeti Hivatal, Budapest.
- Busics Gy (2011): Az EOMA újramérésének előzetes eredményei az első három poligonban. Geomatikai Közlemények, 13(2), 141–148.
- Detrekői Á (1991): Kiegyenlítő számítások. Tankönyvkiadó, Budapest. 685.
- Joó István (1998): Magyarország függőleges irányú mozgásai. Geodézia és Kartográfia, 1998(9), 3-9.
- Mihály Sz, Kenyeres A, Papp G, Busics Gy, Csapó G, Tóth Gy (2008): Az EOMA modernizációja. Geodézia és Kartográfia, 2008(7), 3–10.
- Ricci P: Astronomical Almanac 2007, 2008, 2009. Associazione Astronomica di Rovereto.
- Sacher M, Belyashki T, Liebsch G, Ihde J (2004): Status of the UELN/EVRS data base and results of the last UELN adjustment. Mitteilungen des BKG. EUREF Publ., 14. 172–179.

GEODÉZIAI MÉRÉSEK INTEGRÁLT 3D KIEGYENLÍTÉSE

Bányai László*

3D integrated adjustment of geodetic measurements – This old popular concept was revived for practical reasons. In the case of deformation measurement in Dunaszekcső no more proper GPS observations can be carried out on some monitoring stations, and not all the stations can be connected by spirit levelling. Therefore additional geodetic total station measurements have to be applied. The introduced new procedure allows the 3D integrated adjustment of geodetic measurements in the reference frame of the GPS system. The available deflections of the vertical and the geoid undulations can be treated as measurements. The introduced "quasi" linear observation equations of the total station measurements have very advantageous properties. The application of spirit levelling improves the precision of height component, and helps to identify the instrument standing height errors.

Keywords: integrated adjustment, GPS, geodetic total station, spirit levelling, deflection of vertical, geoid undulation

Ezt a korábbi népszerű elképzelést gyakorlati okokból élesztettük újjá. A dunaszekcsői monitoring mérések során néhány ponton már nem lehet megfelelő GPS-méréseket végrehajtani, és a pontokat szintezéssel sem lehetett összekapcsolni, ezért geodéziai mérőállomást is alkalmaznunk kell. A bemutatott eljárás lehetővé teszi a geodéziai mérések integrált 3D kiegyenlítését a GPS koordináta rendszerében. A rendelkezésre álló függővonal elhajlásokat és geoid undulációkat mérésként lehet figyelembe venni. A mérőállomásoknál bevezetett "kvázi" lineáris megfigyelési egyenletek előnyös tulajdonságokkal rendelkeznek. A szintezések bevonása növeli a magassági komponens pontosságát, és segít a műszerállások magassági hibáinak detektálásaban.

Kulcsszavak: integrált kiegyenlítés, GPS, geodéziai mérőállomás, szintezés, függővonal elhajlás, geoid unduláció

1 Bevezetés

A dunaszekcsői partcsuszamlás-vizsgálatoknál a GPS-méréseket szabatos szintezéssel kombináltuk (Újvári at al. 2009a, 2009b). A mozgásvizsgálati pontok átlagos GPS ellipszoid feletti magasságához, a szintezésből számított magasságkülönbségeket adtuk hozzá, így a pontok relatív magasságát a pontosabb szintezési méresek határozták meg.

A partszakasz gyors leszakadását követően 3 pont elpusztult, és az új 8 m magas partfal mentén, a nyugati horizont kitakarás miatt, 5 ponton már nem lehetett megfelelő GPS-méréseket végrehajtani. A kettészakadt hálózati részeket már szintezéssel sem lehetett összekapcsolni.

Mivel a vizsgálatok folytonosságához szabatos geodéziai mérőállomást is be kellett vonnunk, úgy döntöttünk, hogy a GPS-vektorokat, a mérőállomás méréseit és a szintezett magasságkülönbségeket integrált, szabatos 3D kiegyenlítéssel dolgozzuk fel a GPS által használt geocentrikus, ellipszoidi koordinátarendszerben.

Az elméleti alapokat a 80-as évek divatos integrált, vagy operatív kiegyenlítési elve szolgáltatta, amelyről Sopronban nemzetközi konferenciát is rendeztek (Hein 1988). A geodéziai mérések és a nehézségi erőtér adatainak együttes kiegyenlítése a GPS-technika elterjedésével háttérbe szorult, és a nehézségi erőtér pontosabb meghatározására is más utat választottak.

A két különböző területen elért eredmények összekapcsolására kidolgoztunk egy 3D integrált eljárást, amit beépítettünk a GPS-vektorok kiegyenlítésére és hibaelemzésére korábban kidolgozott programrendszerbe (Bányai 1995, 2005).

A továbbiakban bemutatjuk az eljárás elvi alapjait, a kiegyenlítés módszerét és a gyakorlati alkalmazás első tapasztalatait.

2 Az integrált kiegyenlítés alapösszefüggései

Az 1. ábra egy szintfelületi földrajzi koordinátarendszert mutat be, ahol a *P* ponthoz tartozó szintfelületi topocentrikus koordinátarendszert is ábrázoltuk. A *P* ponthoz tartozó nehézségi gyorsulás (g_p) és annak geoidi megfelelője (g_{po}) közötti irányeltérés gyakorlatilag elhanyagolható (Papp és Benedek 2000). Ez a függőleges irány definiálja a *P* pont földrajzi szélességét, hosszúságát és a geoid feletti magasságot (φ^* , λ^* és *H*). A topocentrikus rendszerben értelmezzük a *Q* pontra vonatkozó csillagászati azimutot, zenitszöget és a két pont távolságát (α^* , ς^* és *s*).

A 2. ábra ugyanezt a két pontot mutatja be egy ellipszoidi koordinátarendszerben. Itt a geoidot a forgási ellipszoid, a helyi függőlegest az ellipszoidi normális helyettesíti. Ebben a rendszerben definiáljuk az ellipszoidi szélességet, hosszúságot és maggasságot (φ , λ és h), továbbá a hozzá kapcsolód topocentrikus rendszerben az ellipszoidi azimutot, zenitszöget és távolságot (α , ς és s).

Mind a két alapvető rendszert ugyanabban a geocentrikus Descartes-féle koordináta rendszerben értelmezzük. A két pont távolsága invariáns a különböző koordinátarendszerekben.

A két rendszer közti kapcsolat (Bomford 1980):

$$\begin{aligned} \xi &= (\varphi^* - \varphi), \\ \eta &= (\lambda^* - \lambda) \cos \varphi, \\ u &= h - H, \end{aligned} \tag{1}$$

ahol ξ és η a függővonal elhajlás két komponense és u a geoid unduláció. A topocentrikus paraméterek közötti kapcsolat (Vanicek és Krakiwsky 1986):

$$a = a^* - (\xi \sin \alpha - \eta \cos \alpha) \cot \zeta,$$

$$\zeta = \zeta^* + (\xi \sin \alpha + \eta \cos \alpha).$$
(2)

A mérőállomás állótengelyét a helyi függőlegeshez tájékozzuk, és közvetlenül csak irányértékeket mérünk (d), amely az azimuttól egy konstans tájékozási szöggel (ω) tér el:

$$d^* = \alpha^* - \omega^*,$$

$$d^* = \alpha - \omega.$$
(3)



1. ábra. Szintfelületi földrajzi és a hozzá kapcsolódó topocentrikus koordináta rendszer $(w_0 \text{ a geoid}, w_P \text{ a } P \text{ pont szintfelülete})$



2. ábra. Geodéziai ellipszoidi és a hozzá kapcsolódó topocentrikus koordináta rendszer

Egy irány esetében tehát a következő korrekciós egyenletet írhatjuk fel:

$$\begin{bmatrix} d_{PQ} \\ \varsigma_{PQ} \\ s_{PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\sin\alpha_{PQ} \cot\varsigma_{PQ} & \cos\alpha_{PQ} \cot\varsigma_{PQ} \\ 0 & 1 & 0 & \sin\alpha_{PQ} & \cos\alpha_{PQ} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_{PQ}^{*} \\ \varsigma_{PQ}^{*} \\ s_{PQ} \\ \varsigma_{PQ}^{*} \\ \varsigma_{PQ}^{*} \\ \varsigma_{PQ}^{*} \\ \varsigma_{PQ}^{*} \\ \varsigma_{PQ}^{*} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$I_{c} = B_{P} \cdot I.$$

A függővonal elhajlásnak a szintezőléc leolvasására, valamint a műszer és prizma magasságra gyakorolt hatása elhanyagolható.

A korrigált (ellipszoidi) magasságkülönbségek esetében a következő összefüggések írhatók fel:

$$h_{P} - h_{Q} = (H_{P} - H_{Q}) + (u_{P} - u_{Q}),$$

$$\Delta h_{PQ} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta H_{PQ} \\ u_{P} \\ u_{Q} \end{bmatrix},$$

$$I_{c} = B_{P} \cdot I,$$
(5)

ahol ΔH_{PO} a szintezett magasságkülönbség. Az egyes mérések itt lineárisan összefüggőek.

Ha a nehézségi erőtér paramétereit is a mérésekkel azonos módon kívánjuk kezelni, akkor a legkisebb négyzetes kiegyenlítési modellek közül a mérések és paraméterek együttes kiegyenlítését (Mikhail 1967) célszerű alkalmazni. Ezt a (6) képletcsoport foglalja össze, ahol:

- x a paraméterek előzetes értékeihez rendelt ismeretlen változások vektora,
- \hat{x} ennek becsült értéke,
- v a mérésekhez rendelt ismeretlen javítások vektora,
- \hat{v} ennek becsült értéke,
- **B** a mérések és a mérési javítások együttható mátrixa,
- **b** a mérések és a paraméterek előzetes értékei közötti ellentmondások vektora,

BÁNYAI L

- *Q* a mérések súlykoefficiens (vagy kofakor) mátrixa, *P* a mérések súlymátrixa,
- $Q_{\hat{x}\hat{x}}$, $Q_{\hat{w}}$ és $Q_{\hat{n}}$ a becsült paraméterek, a javítások és a mérések súlykoefficiens mátrixa,
- $\hat{\sigma}_0^2$ a súlyegység a posteriori középhibája, *m* a mérések és *n* a paraméterek száma.

$$Bv = Ax \cdot b,$$

$$P = Q^{-1},$$

$$P_{c} = (BQB^{t})^{-1},$$

$$\hat{x} = (A^{t}P_{c}A)^{-1}(A^{t}P_{c}b),$$

$$\hat{v} = QB^{t}P_{c}(A\hat{x}-b),$$

$$Q_{\hat{x}\hat{x}} = (A^{t}P_{c}A)^{-1} = N^{-1},$$

$$Q_{\hat{y}\hat{y}} = QB^{t}(P_{c} - P_{c}AN^{-1}A^{t}P_{c})BQ,$$

$$Q_{\hat{t}\hat{t}} = Q - Q_{\hat{y}\hat{v}},$$

$$\hat{\sigma}_{0}^{2} = \frac{v^{t}Pv}{m-n}.$$

(6)

Ha **B** egységmátrix, a megoldás azonos a közvetett mérések kiegyenlítésével (II. csoport, Detrekői 1991). Ezt akkor alkalmazhatjuk, ha csak a korrigált méréseket egyenlítjük ki:

$$v_{c} = A x \cdot b,$$

$$Q_{c} = B Q B^{t},$$

$$P_{c} = Q_{c}^{-1},$$

$$\hat{x} = (A^{t} P_{c} A)^{-1} (A^{t} P_{c} b),$$

$$\hat{v}_{c} = A \hat{x} - b,$$

$$Q_{\hat{x}\hat{x}} = (A^{t} P_{c} A)^{-1} = N^{-1},$$

$$Q_{\hat{r}\hat{r}_{c}} = Q_{c} \cdot A N^{-1} A^{t},$$

$$Q_{\hat{l}\hat{c}_{c}} = Q_{c} \cdot Q_{\hat{v}_{c}\hat{v}_{c}},$$

$$\hat{\sigma}_{0}^{2} = \frac{v_{c}^{t} P v_{c}}{m-n}.$$
(7)

A (6) és (7) megoldás azonos eredményre vezet, de az eredeti méréseket és javításokat csak a (6) összefüggések segítségével tudjuk megbecsülni.

Ha a kiegyenlítés során – célszerűen – a pontok derékszögű koordinátáit tekintjük ismeretlen paramétereknek, akkor az A együtthatómátrix a korrigált mérések derékszögű koordináták szerinti parciális deriváltjait tartalmazza, amit a paraméterek előzetes értékei alapján számíthatunk ki. Az s, $\alpha(d)$, ζ és ΔH mérésekre vonatkozó deriváltak a szakirodalomban megtalálhatók (pl. Leick 1995, Strang és Borre 1997). Az utóbbi három változónál gömbi közelítést alkalmaznak, amely megfelelő előzetes koordinátákat is igényel, ezért a mérőállomások esetében egy új megoldást vezettünk be. Első lépésben térjünk át a topocentrikus derékszögű koordinátákra:

$$\Delta X_{PQ}^{e} = s_{PQ} \cdot \sin \varsigma_{PQ} \cdot \cos(\omega_{P} + d_{PQ}),$$

$$\Delta Y_{PQ}^{e} = s_{PQ} \cdot \sin \varsigma_{PQ} \cdot \sin(\omega_{P} + d_{PQ}),$$

$$\Delta Z_{PQ}^{e} = s_{PQ} \cdot \cos \varsigma_{PQ} ,$$
(8)

majd a geocentrikus koordináta-különbségekre (Strang és Borre 1997):

$$\Delta X'_{PQ} = -\Delta X^{e}_{PQ} \cdot \sin \lambda_{P} - \Delta Y^{e}_{PQ} \cdot \sin \varphi_{P} \cdot \cos \lambda_{P} + \Delta Z^{e}_{PQ} \cdot \cos \varphi_{P} \cdot \cos \lambda_{P} ,$$

$$\Delta Y'_{PQ} = \Delta X^{e}_{PQ} \cdot \cos \lambda_{P} - \Delta Y^{e}_{PQ} \cdot \sin \varphi_{P} \cdot \sin \lambda_{P} + \Delta Z^{e}_{PQ} \cdot \cos \varphi_{P} \cdot \sin \lambda_{P} ,$$

$$\Delta Z'_{PQ} = +\Delta Y^{e}_{PQ} \cdot \cos \varphi_{P} + \Delta Z^{e}_{PQ} \cdot \sin \varphi_{P} .$$
(9)

Az így kapott koordinátakülönbségek s, d, ς és ω szerinti parciális deriváltjai (9), (8) és a láncszabály alapján levezethetők.

Ezek a különbségek formailag a koordináták lineáris kombinációi, azonban csak "kvázi" lineárisnak tekinthetők, mivel a (4), (8) és (9) alkalmazásához is előzetes (α , ς , ω , φ és λ) értékekre van szükség, továbbá ω szerint nem lineáris.

A (7) szerinti kiegyenlítés közvetítő egyenlete egy irány esetében:

$$\begin{bmatrix} v_{\Delta X'} \\ v_{\Delta Y'} \\ v_{\Delta Z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \partial \Delta X'_{PQ} / \partial \omega_{P} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & \partial \Delta Y'_{PQ} / \partial \omega_{P} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & \partial \Delta Z'_{PQ} / \partial \omega_{P} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{Q} \\ y_{Q} \\ z_{Q} \\ x_{P} \\ y_{P} \\ z_{P} \\ \omega_{P} \end{bmatrix} -$$

$$-\begin{bmatrix} \Delta X'_{PQ} - X^{0}_{Q} + X^{0}_{P} - m_{Q} \cdot \cos \varphi^{0}_{Q} \cdot \cos \lambda^{0}_{Q} + m_{P} \cdot \cos \varphi^{0}_{P} \cdot \cos \lambda^{0}_{P} \\ \Delta Y'_{PQ} - Y^{0}_{Q} + Y^{0}_{P} - m_{Q} \cdot \cos \varphi^{0}_{Q} \cdot \sin \lambda^{0}_{Q} + m_{P} \cdot \cos \varphi^{0}_{P} \cdot \sin \lambda^{0}_{P} \\ \Delta Z'_{PQ} - Z^{0}_{Q} + Z^{0}_{P} - m_{Q} \cdot \sin \varphi^{0}_{Q} + m_{P} \cdot \sin \varphi^{0}_{P} \end{bmatrix}, (10)$$

г л

ahol az ellentmondások vektorában m_p a műszerállás magassága, m_Q a prizma magassága és a 0 felső index az előzetes értékeket jelöli. A kiegyenlítésnél (4) alkalmazásával:

$$\boldsymbol{Q}_{c} = \boldsymbol{D}_{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{B}_{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{Q} \; \boldsymbol{B}_{\boldsymbol{P}}^{t} \boldsymbol{D}_{\boldsymbol{P}}^{t} \; , \tag{11}$$

ahol a D_p mátrix a koordináta-különbségek korrigált mérések szerinti deriváltjait tartalmazza. A méréseket függetlennek tekintve a diagonális súlykoefficiens mátrix:

$$\boldsymbol{Q} = \left\langle \boldsymbol{\sigma}_{d}^{2} / \boldsymbol{\sigma}_{0}^{2}, \boldsymbol{\sigma}_{\zeta}^{2} / \boldsymbol{\sigma}_{0}^{2}, \boldsymbol{\sigma}_{s}^{2} / \boldsymbol{\sigma}_{0}^{2}, \boldsymbol{\sigma}_{\zeta}^{2} / \boldsymbol{\sigma}_{0}^{2}, \boldsymbol{\sigma}_{\eta}^{2} / \boldsymbol{\sigma}_{0}^{2} \right\rangle,$$
(12)

ahol σ_0 a súlyegység és σ az egyes mérések a priori középhibáit jelöli. (Mivel álláspontonként egy ω ismeretlennel is számolnunk kell, ezért mindig legalább két irányt kell mérni.)

A GPS-mérésekből levezetett vektorok alapvetően lineárisak (*B* most egység mátrix), ahol már a műszerállás magasságát is figyelembe vették:

$$\begin{bmatrix} v_{AX} \\ v_{AY} \\ v_{AZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{Q} \\ y_{Q} \\ z_{Q} \\ x_{P} \\ y_{P} \\ z_{P} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X_{PQ} - (X_{Q}^{0} - X_{P}^{0}) \\ \Delta Y_{PQ} - (Y_{Q}^{0} - Y_{P}^{0}) \\ \Delta Z_{PQ} - (Z_{Q}^{0} - Z_{P}^{0}) \end{bmatrix}.$$
(13)

A kiegyenlítés súlykoefficiens mátrixa:

$$Q_c = \frac{c^2}{\sigma_0^2} M , \qquad (14)$$

ahol M a GPS-vektorok variancia-kovariancia mátrixa és c egy szabadon választható skálatényező, amellyel a felülbecsült pontosság módosítható.

A szintezett magasságkülönbségek önmagukban nem alkalmasak a pontok térbeli helyzetének meghatározására. Azonban ezek a legpontosabban mérhető geodéziai mennyiségek, ezért jelentősen hozzájárulhatnak a magassági komponens javításához, amely a GPS-vektorok és a mérőállomások esetében is a legkedvezőtlenebbek. Javítási egyenletük:

$$\begin{bmatrix} v_{\Delta h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial \Delta h_{PQ} / \partial X_Q & \partial \Delta h_{PQ} / \partial Y_Q & \partial \Delta h_{PQ} / \partial Z_Q \\ \partial \Delta h_{PQ} / \partial X_P & \partial \Delta h_{PQ} / \partial Y_P & \partial \Delta h_{PQ} / \partial Z_P \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_Q \\ Y_Q \\ z_Q \\ x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix}$$

$$-\begin{bmatrix} \Delta H_{PQ} - (h_P^0 - h_Q^0) - (u_P - u_Q) \end{bmatrix}.$$
(15)

г ¬

A parciális deriváltakat – gömb közelítéssel – Strang és Borre (1997) tanulmánya tartalmazza. Diagonális súlykoefficiens mátrix és az (5) összefüggés alapján:

$$\boldsymbol{Q} = \left\langle \boldsymbol{\sigma}_{\Delta H}^{2} / \boldsymbol{\sigma}_{0}^{2} , \boldsymbol{\sigma}_{u_{p}}^{2} / \boldsymbol{\sigma}_{0}^{2} , \boldsymbol{\sigma}_{u_{Q}}^{2} / \boldsymbol{\sigma}_{0}^{2} \right\rangle,$$

$$\boldsymbol{Q}_{c} = \left[\frac{\boldsymbol{\sigma}_{\Delta H}^{2} + \boldsymbol{\sigma}_{u_{p}}^{2} + \boldsymbol{\sigma}_{u_{Q}}^{2}}{\boldsymbol{\sigma}_{0}^{2}} \right].$$
(16)

Annak ellenére, hogy ezek a mérések lineárisan összefüggőek, (6) alapján a:

$$v_{\Delta H} = \frac{\sigma_{\Delta H}^{2}}{\sigma_{\Delta H}^{2} + \sigma_{u_{p}}^{2} + \sigma_{u_{p}}^{2}} v_{\Delta h},$$

$$v_{u_{p}} = \frac{\sigma_{u_{p}}^{2}}{\sigma_{\Delta H}^{2} + \sigma_{u_{p}}^{2} + \sigma_{u_{p}}^{2}} v_{\Delta h},$$

$$v_{u_{Q}} = -\frac{\sigma_{u_{Q}}^{2}}{\sigma_{\Delta H}^{2} + \sigma_{u_{Q}}^{2} + \sigma_{u_{p}}^{2}} v_{\Delta h}$$
(17)

összefüggések vezethetők le, tehát az egyes komponensek csak a súlyok arányában adhatók meg.

3 A kiegyenlítési eljárás jellemzői

A különböző mérések – a szintezéstől eltekintve – önállóan és tetszőleges kombinációban is kiegyenlíthetők. A mérőállomások esetében a hagyományos és a "kvázi" lineáris javítási egyenletek is választhatók. Utóbbi esetben a kiegyenlítés végen az eredeti mérések becslése is megtörténik. Megfelelő előzetes értékeket alkalmazva azonos eredményt szolgáltatnak. A mérőállomások esetében a különböző sokszögvonal típusok önállóan, szabatosan is kiegyenlíthetők.

A függővonal elhajlások a hálózat méretétől függően többféleképpen is kezelhetők:

- 1. elhanyagolhatók,
- 2. az ismert értékek korrekcióként vehetők figyelembe,
- 3. nullaértékű ismert szórású mérésként kezeljük,
- 4. ismert értékű és ismert szórású mérésként kezeljük.

Mivel a szintezett magasságkülönbségek és a geoid undulációk pontossága nagyságrendi eltérést mutat, és lineárisan is összefüggőek, ezért csak a korrigált méréseket egyenlítjük ki. Azonban az undulációk az előzőekhez hasonlóan itt is:

- 1. elhanyagolhatók,
- 2. csak a becsült szórást vesszük figyelembe,
- 3. az ismert értékeket és a szórás is figyelembe vesszük.

A GPS-vektoroknál a korábbi verzióknak megfelelően fáziscentrum külpontosságok, méretarány hibák és a vektorok egységes elfordulása is becsülhető.

A GPS skálatényező (14) figyelembevételére csak kombinált mérések esetében van szükség, azért, hogy megfelelő súlyarányokat alkalmazzunk. Előzetes értékét a GPS-mérések önálló kiegyenlítésével becsülhetjük meg:

$$c = \frac{\hat{\sigma}_0}{\sigma_0} \quad . \tag{18}$$

A dátum-definíció során tetszőleges pontok rögzíthetők, vagy a szabadhálózat elvének megfelelően valamely pontcsoport koordináta változásaik négyzet összege minimalizálható.

A mérési javítások nullától való szignifikáns eltérését τ -teszt segítségével vizsgálhatjuk. A küszöbértékeket meghaladó mennyiségeket a program megjelöli. A súlyegység a priori és az a posteriori középhibájának azonosságát egy- és kétoldali χ^2 -teszt segítségével is vizsgálhatjuk. A küszöbértékek 95% -os valószínűségi szintre vonatkoznak, amely nagyszámú fölös mérés esetében nagyon szigorúnak tekinthető.

A hibás mérésekkel kapcsolatos döntéseket: törlés, módosítás, hibaparaméterek felvétele (fáziscentrum-külpontosság, méretarány korrekció, vektor elfordulás), az előzetes középhibák és skálatényező módosítása, a feldolgozást végző személy ismeretei és tapasztalatai alapján az adatfájl módosításával tehetők meg.

4 Mintafeladatok

A 3. ábra a dunaszekcsői hálózat egy kiragadott részletét és annak méréseit mutatja be. Első lépésben a GPS-mérések önálló kiegyenlítése az c = 10 skálatényezőt eredményezte. Mivel a földfelszíni pontokon mérőállványt és optikai vetítőt használtunk, a távmérések pontosságának megfelelően ($\sigma_s = 1$ mm) a σ_d és σ_{ς} értékeket úgy határoztuk meg, hogy a mért távolságban 1 mm középhibának feleljenek meg. A szintezésnél $\sigma_{AH} = 0,15$ mm értéket alkalmaztunk.

Az első kombinált kiegyenlítésnél a GPS-vevővel nem mérhető 4001, 4002 és 4004 pontok előzetes koordinátáit azonosan $\varphi = 48^{\circ}$, $\lambda = 16^{\circ}$ és h = 0 (~ Bécs) értéknek választottuk. A kvázi lineáris egyenletek már a nyolcadik iterációnál eredményre vezettek, míg a hagyományos módszer ezekkel a kezdőértékekkel nem szolgáltat megoldást.

Az 1. és 2. táblázatban az első időponthoz viszonyított (felszíni) topocentrikus koordinátaváltozásokat és azok középhibáit adtuk meg. Az első esetben a függővonal elhajlásokat nem vettük figyelembe, a másodiknál a legközelebbi felsőrendű alappontban ismert értékeket 0,3" középhibával vettük figyelembe. Mivel a lokális hálózat csak 1 hektárnyi, a geoid undulációkat mindkét esetben elhanyagoltuk. Az erőtér paramétereinek figyelembe vétele csak néhány tizedmilliméter változást és a $\hat{\sigma}_0$ esetében csak kisebb javulást eredményezett.

A következő példában az előző megoldás 4007 és 4008 pontjának koordinátáit rögzítettük és a 3000 és 3003 pontokon mért irányokat (4007-3000-3003 és 3000-3003-4008) beillesztett sokszögvonalként egyenlítettük ki (3. táblázat). Az előzetes koordináták szintén az előző megoldásból származnak. A jóval kedvezőbb $\hat{\sigma}_0$ érték azonban csak a jóval kevesebb fölös mérésszám következménye. A η nagyobb dominanciája a Keleti koordináták mm nagyságrendű változásában jelentkezett.

Egy input koordináta-fájl, egy input adat-fájl és egy eredmény-fájl szerkezetét az A, B és C mellékletekben mutatjuk be. Az eredmény és az input koordináta-fájl azonos formátumú.



3. ábra. A minta hálózat és mérései

pont-	$d_{\acute{E}}$	d_K	d_h	$\sigma_{\!$	$\sigma_{\!K}$	σ_{h}
szám	<i>(m)</i>	<i>(m)</i>	<i>(m)</i>	(mm)	(mm)	(mm)
3000	0,0027	0,0087	0,0025	0,4	0,3	0,4
3003	0,0031	0,0067	0,0032	0,3	0,2	0,4
4007	-0,0049	0,0067	-0,0270	0,2	0,1	0,3
4008	-0,0023	0,0098	-0,0252	0,3	0,2	0,4
4001	-0,6469	2,5509	-8,4902	0,6	0,6	0,4
4002	-0,4475	2,7045	-9,9890	0,7	0,6	0,4
4004	-0,4658	2,5766	-10,2155	0,6	0,7	0,4
($\hat{\sigma}_{0} = 0,001$	19		$\xi = \eta =$	= 0	

2. táblázat. Az Északi, Keleti és magassági változások (d) és középhibáik (σ)

pont-	$d_{\acute{E}}$	d_K	d_h	$\sigma_{\!$	σ_{K}	σ_{h}
szám	<i>(m)</i>	<i>(m)</i>	<i>(m)</i>	(mm)	(mm)	(mm)
3000	0,0028	0,0087	0,0027	0,4	0,3	0,4
3003	0,0031	0,0067	0,0034	0,3	0,2	0,4
4007	-0,0049	0,0067	-0,0271	0,2	0,1	0,3
4008	-0,0023	0,0098	-0,0252	0,3	0,2	0,4
4001	-0,6469	2.5508	-8.4903	0,6	0,6	0,4
4002	-0,4474	2.7044	-9.9890	0,7	0,6	0,4
4004	-0,4658	2.5765	-10,2155	0,6	0,7	0,4
$\hat{\sigma}_0 = 0,00110$			ξ=0,22",	$\eta = 2,4"$, $\sigma_{\xi} = \sigma_{\eta}$	=0,3"

3. táblázat. Az Északi, Keleti és magassági változások (d) és középhibáik (σ)

pont-	$d_{\acute{E}}$	d_K	d_h	$\sigma_{\!$	σ_{K}	σ_{h}
szám	<i>(m)</i>	<i>(m)</i>	<i>(m)</i>	(mm)	(mm)	(mm)
3000	0,0002	-0,0026	0,0002	0,3	0,3	0,2
3003	-0,0005	0,0014	-0,0002	0,3	0,2	0,2
	$\hat{\sigma}_{0} = 0,000$)28	<i>ξ</i> =0,22",	$\eta = 2,4^{\circ}$	", $\sigma_{\xi} = \sigma_{i}$, =0,3"

5 Összefoglalás, további teendők

A bemutatott eljárás az eddigi tapasztalatok alapján a gyakorlatban is jól vizsgázott.

A "kvázi" lineáris javítási egyenletek bevezetése nagyon kedvezőnek bizonyult, a tisztán mérőállomással meghatározott pontok előzetes koordinátái ekkor tetszőlegesen választhatók meg.

A kombinált kiegyenlítés legkritikusabb pontja a megfelelő súlyarányok megválasztása. Ezt a GPS-vektorok esetében bevezetett skálatényező segítheti, amelynek előzetes értékét a tisztán GPS-adatok első lépésben történő kiegyenlítésével becsülhetünk meg.

Amíg a szintezett magasságkülönbségek középhibáit lényegében jól meg tudjuk becsülni, addig a mérőállomások esetében (különösen a műszerállvány alkalmazásánál) ez már nem olyan egyértelmű. Az optikai vetítő alkalmazása, a műszermagasság mérése (GPS, mérőállomás, prizma), amely pontatlanabb a szintezésnél, azt mutatja, hogy a méréseink kedvezőtlenebbek lehetnek, mint a műszerek adott pontossági paraméterei. A zenitszögek mérése laboratóriumi körülmények között is kedvezőtlenebb a vízszintes irányértékeknél, és a refrakciós hatások is itt a legnagyobbak.

A problémák részben kompenzálhatók kényszerközpontos mérésekkel és az irányok oda-vissza mérésével (3. ábra). Ezt a méréstechnikai problémát még alaposabban meg kell vizsgálnunk, ha az alkalmazást a nagypontosságú 3D mérnökgeodézia feladatokra is ki akarjuk terjeszteni.

A bemutatott lokális hálózatnál a szintezések integrálása kedvezően hatott a magassági komponensek pontosságára, amely a GPS és a mérőállomás esetében is a legkedvezőtlenebb. Különösen hasznosnak bizonyult a műszermagasságok mérési hibáinak detektálásában, amit a GPSvektorokhoz rendelhető fáziscentrum külpontosságok is elősegíthetnek.

További szükséges vizsgálat tárgyát képezi a különböző modellekből származó ξ , η és u paraméterek hatásának vizsgálata különböző terjedelmű hálózatok esetében.

Köszönetnyilvánítás. Ez a tanulmány az OTKA 78332 K számú pályázat és a TÁMOP 4.2.1/B-09/1/KONV-2010-0006 támogatásával készült.

Hivatkozások

Bányai L (1991): Treatment of rotation errors in the final adjustment of GPS baseline components. Bull. Geod., 65, 102-108. **Bányai L** (2005): Investigation of GPS antenna mean phase centre offsets using a full roving observation strategy. Journal of

Geodesy, 79, 222–230 Bomford G (1980): Geodesy. Calderon Press, Oxford, 561.

Detrekői Á (1991): Kiegyenlítő számítások. Tankönyvkiadó, Budapest, 685.

Hein G W (1988): Integrated geodesy 1983-1987. Proceedings-1 of the conference: Instrumentation Theory and Analysis for Integrated Geodesy, 1988 Sopron, Hungary, 1–11.

Leick A (1995): GPS Satellite Surveying. John Wiley & Sons Inc., 352.

Mikhail E M (1976): Observations and Least Squares. IEP- A Dan-Donelly Publisher, NewYork.

Újvári G, Mentes Gy, Bányai L, Kraft J, Gyimóthy A, Kovács J (2009a): Evolution of a bank failure along the River Danube at Dunaszekcső, Hungary. Geomorphology, 109, 197–209.

Újvári G, Bányai L, Mentes Gy, Gyimóthy A, Holler I (2009b): A dunaszekcsői csuszamlás mozgásviszonyai. Geomatikai Közlemények 12, 233–239.

Papp G, Benedek J (2000): Numerical modelling of gravitational field lines – the effect of mass attraction on horizontal coordinates. Journal of Geodesy, 73, 648–659.

Strang G, Borre K (1997): Linear Algebra, Geodesy, and GPS. Wellesley-Cambridge Press, 624.

Vanicek P, Krakiwsky E V (1986) Geodesy: The Concepts. 2nd rev. ed., North-Holland, Amsterdam, 697.

A Melléklet

Input koordináta (és eredmény) fájl szerkezete

```
.

0 1 300 4195655.8402 1425183.3966 4572457.8274 46-05-30.35135 18-45-41.88174 181.5362

0 1 400 4195905.0684 1425257.4063 4572214.6216 46-05-18.82714 18-45-41.41243 186.4934

0 1 500 4195959.0702 1425250.7920 4572164.7214 46-05-18.65291 18-45-40.31248 184.5324

0 0 1000 4195905.8566 1425298.5884 4572197.6443 46-05-18.11935 18-45-43.21566 183.9668

0 0 1001 4195894.6014 1425299.9197 4572207.6511 46-05-18.8278 18-45-43.21566 183.9668

0 1002 4195886.8170 1425292.0930 4572217.6005 46-05-19.03696 18-45-43.21443 184.3914

0 0 1003 4195876.1547 1425288.5649 457229.3292 46-05-19.165244 18-45-43.21856 185.0521

0 0 2002 4195881.8446 1425299.2451 4572219.0959 46-05-19.12673 18-45-43.21856 185.0521

0 0 2002 4195889.2000 1425312.2133 457219.05577 46-05-18.20713 18-45-43.91581 184.0132
```

B Melléklet

Input fájl - GPS-vektor, mérőállomás és magasságkülönbség mérések

```
...
1 2 0.2997896493 1 Dsz_10-06-14_GPS
200 0 300 0 85.4906 270.9952 -159.2404 0 0 0 0
2.7047630441E-008
8.2644904500E-009 1.0358463162E-008
1.6390157812E-008 1.0034444839E-008 5.1168113019E-008
...
2 3 3000 1.5408 0.22 2.4 0.3 Dsz_10-06-16_MA
4007 1.5784 31.3637 0.001 100-05-14.6 6.0 317-24-04.6 6.0
4008 1.4888 67.5388 0.001 94-02-09.0 3.0 255-39-49.2 3.0
3003 1.6055 46.8310 0.001 87-48-34.5 4.0 236-12-32.6 4.0
...
3 1 0.00015 Dsz_10-06-15_SZ
1000 1001 0.09838
...
```

C Melléklet

Eredmény fájl részlete

Input Inpu Resu Addi Outr	c coordinate ut observation ults output itional re put coordinate	file: ref01. n file: Dsz100 file: Dsz100 esults: Dsz100 e file: Dsz100	crd 0614.dat 0614.out 0614.arf 0614.crd			
Stat	istical resu	degre lts: free	es of viedom no	Pv std. orm unit w	of eight	
netv	GPS std. scale a priori work adjustmen iteration	e : 25.0 : nt : ns : 4	301 2.648	0.00 6e-004 0.00	100 094	
tau	stat. value	at 95 p.c. p:	robability lev	vel :	1.7	350.9)
one	sided chi-	-square value	at 95 p.c. p	robability leve	1: 342.5	
doui	ole sided chi-	-square range	at 95 p.c. p	robability leve	1:(254.8-	
one 264 douk 264	sided chi-sq 4.9 < 342.5 ble sided chi- 4.9 is inside	uare test on s the standard o -square test o e the range, f	standard devia deviations ar on standard de the standard de	ations: e equal eviations: deviations are	equal	
Stati	ion X	Y	Z	Latitude	Longitude	Height
		uy 	uz			
300	4195655.8391	1425183.3974	4572457.8263	46-05-30.35134	18-45-41.88179	181.5348
min	-0.0007	-0.0004	0.0010	0.0013	-0.0001	0.0001
Std	4195655.8383	1425183.3970	4572457.8272	46-05-30.35138	18-45-41.88178	181.5349
	0.0003	0.0002	0.0004	0.0003	0.0002	0.0004
400	4195905.0699	1425257.4049	4572214.6230	46-05-18.82715	18-45-41.41235	186.4951
min	0.0002	-0.0021	-0.0003	0.0001	-0.0021	-0.0006
Std	4195905.0701	1425257.4028	4572214.6226	46-05-18.82715	18-45-41.41225	186.4945
	0.0003	0.0002	0.0003	0.0002	0.0002	0.0004
1000	4195905.9052	1425298.5475	4572197.7219	46-05-18.12032	18-45-43.21313	184.0455
free	-0.0262	0.0343	-0.0451	-0.0214	0.0409	-0.0421
std	4195905.8790	1425298.5818	4572197.6768	46-05-18.11963	18-45-43.21504	184.0034
	0.0006	0.0006	0.0007	0.0009	0.0006	0.0004

54

A FOTOGRAMMETRIAI KÜLSŐ TÁJÉKOZÁS EGY ÚJ, ALTERNATÍV MEGOLDÁSA

Závoti Józse f^*

A new, alternative solution of the absolute orientation in photogrammetry – The absolute orientation of sensors (e.g. camera-systems) is one of the basic tasks of photogrammetry. The parameters for absolute orientation can be determined from the mathematical equations between the image coordinates and the corresponding object or ground coordinates. The mathematical models for this problem have been available since decades, huge program packages utilize the methods which have proved to be successful in practice. In spite of this in this work an alternative solution is proposed which does not use iteration and approximate data. The equations in this work are in coherence with the photogrammetric theory of absolute orientation, the only difference is in the mathematical solution. This kind of mathematical treatment of the problem can be considered as novel, its practical application may come later.

Keywords: absolute orientation, scale, rotation matrix, centre of projection

A szenzorok (pl. kamerarendszerek) külső tájékozása egyik alapfeladata a fotogrammetriának. A külső tájékozás paramétereit a pontok képkoordinátái és a hozzájuk tartozó tárgy- vagy terepkoordináták között fennálló matematikai összefüggésből lehet meghatározni. A szükséges matematikai modellek évtizedek óta kidolgozottak, hatalmas programcsomagok épülnek a gyakorlatban már bevált módszerek alkalmazására. Ebben a tanulmányban mégis egy alternatív, iteráció és közelítő értékek nélküli megoldást kínálunk. A tanulmányban megadott formulák összhangban vannak a külső tájékozás fotogrammetriai elméletével, attól csak a matematikai megoldás módjában különböznek. A probléma effajta tárgyalása matematikailag újszerűnek tekinthető, jóllehet a módszer gyakorlati elterjedése még várat magára.

Kulcsszavak: külső tájékozás, méretarány, forgatási mátrix, vetítési központ

1 Bevezetés

A természetben, így a geodéziában is fennálló összefüggések, törvények többségükben nemlineáris egyenletekre vezetnek, amelyeket általában linearizálva, iterációval szokás megoldani. A geodéziában előforduló feladatok linearizálására, iterációval történő megoldására számtalan példát találunk Závoti (1999) dolgozatában. A számítógéppel támogatott algebrai rendszerek (SZTAR) elterjedésével a geodéziában is lehetőség nyílik arra, hogy bizonyos esetekben nemlineáris problémákra egzakt, korrekt megoldásokat adjunk. Awange és Grafarend (2002, 2003) tanulmányaikban a 3D, 7 paraméteres hasonlósági transzformációra adtak nemlineáris megoldást, amelyet Závoti (2005) valamint Závoti és Jancsó (2006) módosítva továbbfejlesztettek. Battha és Závoti (2009a, 2009b) további nemlineáris geodéziai feladatokra adtak megoldást a Számítógéppel Támogatott Algebrai Rendszerek felhasználásával. A fotogrammetriai külső tájékozás egyéb nemlineáris megoldásával Jancsó (1994, 2004) tanulmányai is foglalkoztak.

2 A külső tájékozás matematikai leírása

A fotogrammetriai külső tájékozás térbeli képkoordináta-rendszerének a tárgykoordináta-rendszerbe történő transzformációja hat paraméterrel (a projekciós központ 3 koordinátája és a 3 tengely körüli elforgatás szöge) adható meg.

Egy képpontnak a perspektív leképzése a tárgykoordináta-rendszerbe Luhmann (2000) alapján az alábbi egyenlettel írható le:

$$\begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + \lambda_p \mathbf{R} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ -z \end{bmatrix},$$
(1)

ahol

- $[X_p, Y_p, Z_p]^T$ tárgypont koordinátái,
- $[X_0, Y_0, Z_0]^T$ vetítési központ koordinátái,
- λ_p minden pontra egyedi, ismeretlen méretarány,
- $R(\varphi, \omega, \kappa)$ forgatási mátrix viszi át a képkoordináta-rendszert a tárgykoordinátarendszerbe,
- $[x_p, y_p, -z]^T$ képvektor és -z kameraállandó,
- $[x_p x_0, y_p y_0, -z]^T$ redukált képpont-koordináták, melyben x_0, y_0 a képfőpont koordinátái.

Az **R** forgatási mátrix három független értékkel paraméterezhető, amely a három koordináta-tengely körüli ismeretlen szögekkel történő elforgatásból adódik:

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \boldsymbol{R}_{I}(\boldsymbol{\varphi})\boldsymbol{R}_{2}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{R}_{3}(\boldsymbol{\kappa}).$$
(2)

Az R forgatási mátrix levezetését Cardan-szögekkel a fotogrammetriában Kraus (1996) tárgyalja, a földi fotogrammetriában Luhmann (2000) a (4.3) összefüggésével explicite megadja, és a forgatási mátrix elemeiből az elforgatási szögek is meghatározhatók:

$$\boldsymbol{R}_{1}(\boldsymbol{\varphi})\boldsymbol{R}_{2}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{R}_{3}(\boldsymbol{\kappa}) = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\kappa - \sin\varphi\sin\omega\sin\kappa & -\sin\varphi\cos\omega & \cos\varphi\sin\kappa + \sin\varphi\sin\omega\cos\kappa \\ \sin\varphi\cos\kappa + \cos\varphi\sin\omega\sin\kappa & \cos\varphi\cos\omega & \sin\varphi\sin\kappa - \cos\varphi\sin\omega\cos\kappa \\ -\cos\varphi\sin\kappa & \sin\omega & \cos\varphi\cos\kappa \end{bmatrix}, \quad (3)$$

amiből

$$\omega = \arcsin(r_{32}), \quad \varphi = -\arctan\left(\frac{r_{12}}{r_{22}}\right), \quad \kappa = -\arctan\left(\frac{r_{31}}{r_{33}}\right).$$

A (1) transzformáció inverze a $(dx, dy)^T$ u. n. elrajzolási paraméterek ugyancsak Luhmann (2000) segítségével így írható le:

$$\begin{bmatrix} x_p - x_0 - dx \\ y_p - y_0 - dy \\ -z \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda_p} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p - X_0 \\ Y_p - Y_0 \\ Z_p - Z_0 \end{bmatrix}.$$
(4)

A hagyományos eljárás során a (4) összefüggés harmadik koordináta-egyenletéből az ismeretlen méretarányt kifejezik és a másik két koordináta-egyenletbe helyettesítve jutnak az u. n. kollinearitási egyenletekhez:

$$\frac{1}{\lambda_{p}} = \frac{-z}{r_{13}(X_{p} - X_{0}) + r_{23}(Y_{p} - Y_{0}) + r_{33}(Z_{p} - Z_{0})},$$

A FOTOGRAMMETRIAI KÜLSŐ TÁJÉKOZÁS EGY ÚJ, ALTERNATÍV MEGOLDÁSA

$$x_{p} = x_{0} - z \frac{r_{11}(X_{p} - X_{0}) + r_{21}(Y_{p} - Y_{0}) + r_{31}(Z_{p} - Z_{0})}{r_{13}(X_{p} - X_{0}) + r_{23}(Y_{p} - Y_{0}) + r_{33}(Z_{p} - Z_{0})} + dx,$$

$$y_{p} = y_{0} - z \frac{r_{12}(X_{p} - X_{0}) + r_{22}(Y_{p} - Y_{0}) + r_{32}(Z_{p} - Z_{0})}{r_{13}(X_{p} - X_{0}) + r_{23}(Y_{p} - Y_{0}) + r_{33}(Z_{p} - Z_{0})} + dy.$$
(5)

Az Awange és Grafarend (2002) által a geodéziai szakirodalomba a 3D, 7 paraméteres hasonlósági transzformáció megoldása során bevezetett (a matematikában jól ismert) trükkel az R forgatási mátrix a ferdén szimmetrikus S mátrix felhasználásával a következő módon fejezhető ki:

$$\boldsymbol{R} = \left(\boldsymbol{I}_{3} - \boldsymbol{S}\right)^{-1} \left(\boldsymbol{I}_{3} + \boldsymbol{S}\right),\tag{6}$$

ahol I_3 a 3D egységmátrix. Az S mátrix az a, b és c paraméterekkel az alábbi módon parametrizálható:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -c & b \\ c & 0 & -a \\ -b & a & 0 \end{bmatrix}.$$
 (7)

2.1 A méretarány-tényezők meghatározása

Az ismeretlen paraméterek megoldását három lépésben kívánjuk elvégezni, elsőként a méretaránytényezőket határozzuk meg.

A (6) összefüggés figyelembevételével a (1) egyenletet balról (I_3 -S) mátrix-szal szorozva adódik a következő formula:

$$\begin{bmatrix} 1 & c & -b \\ -c & 1 & a \\ b & -a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & c & -b \\ -c & 1 & a \\ b & -a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + \lambda_p \begin{bmatrix} 1 & -c & b \\ c & 1 & -a \\ -b & a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ -z \end{bmatrix}.$$
 (8)

A (8) összefüggést írjuk fel 3 különböző pontra:

$$\begin{split} f_{1} &\coloneqq +X_{0} + cY_{0} -bZ_{0} +\lambda_{1}x_{1} -c\lambda_{1}y_{1} -b\lambda_{1}z -X_{1} -cY_{1} +bZ_{1} = 0, \\ f_{2} &\coloneqq -cX_{0} +Y_{0} +aZ_{0} +c\lambda_{1}x_{1} +\lambda_{1}y_{1} +a\lambda_{1}z +cX_{1} -Y_{1} -aZ_{1} = 0, \\ f_{3} &\coloneqq +bX_{0} -aY_{0} +Z_{0} -b\lambda_{1}x_{1} +a\lambda_{1}y_{1} -\lambda_{1}z -bX_{1} +aY_{1} -Z_{1} = 0, \\ f_{4} &\coloneqq +X_{0} +cY_{0} -bZ_{0} +\lambda_{2}x_{2} -c\lambda_{2}y_{2} -b\lambda_{2}z -X_{2} -cY_{2} +bZ_{2} = 0, \\ f_{5} &\coloneqq -cX_{0} +Y_{0} +aZ_{0} +c\lambda_{2}x_{2} +\lambda_{2}y_{2} +a\lambda_{2}z +cX_{2} -Y_{2} -aZ_{2} = 0, \\ f_{6} &\coloneqq +bX_{0} -aY_{0} +Z_{0} -b\lambda_{2}x_{2} +a\lambda_{2}y_{2} -\lambda_{2}z -bX_{2} +aY_{2} -Z_{2} = 0, \\ f_{7} &\coloneqq +X_{0} +cY_{0} -bZ_{0} +\lambda_{3}x_{3} -c\lambda_{3}y_{3} -b\lambda_{3}z -X_{3} -cY_{3} +bZ_{3} = 0, \\ f_{8} &\coloneqq -cX_{0} +Y_{0} +aZ_{0} +c\lambda_{3}x_{3} +\lambda_{3}y_{3} +a\lambda_{3}z +cX_{3} -Y_{3} -aZ_{3} = 0, \\ f_{9} &\coloneqq +bX_{0} -aY_{0} +Z_{0} -b\lambda_{3}x_{3} +a\lambda_{3}y_{3} -\lambda_{3}z -bX_{3} +aY_{3} -Z_{3} = 0. \end{split}$$

Összesen van kilenc ismeretlenünk ($X_0, Y_0, Z_0, a, b, c, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$) és kilenc egyenletünk, így a feladat megoldhatónak tűnik. A nehézség abban rejlik, hogy a feladat az ismeretleneket tekintve nemlineáris. A megoldás folyamán sorozatosan elimináljuk az ismeretleneket.

A vetítési központ koordinátáit a megfelelő egyenletek kivonásával kiküszöbölhetjük:

ahol az alábbi jelöléseket vezettük be:

$$X_{ij} = X_i - X_j, \ Y_{ij} = Y_i - Y_j, \ Z_{ij} = Z_i - Z_j,$$

$$i = 1, 2, 3; \quad j = \text{mod}(i, 3) + 1.$$
(11)

Az f_{14} , f_{47} , f_{71} egyenletekből a *b* paramétert, illetve az f_{25} , f_{58} , f_{82} egyenletekből az *a* paramétert kifejezve, adódnak az alábbi képletek:

$$b = -[\lambda_{i}x_{i} - X_{ij} - \lambda_{j}x_{j} - c(\lambda_{i}y_{i} + Y_{ij} - \lambda_{j}y_{j})]/[Z_{ij} - (\lambda_{i} - \lambda_{j})z]$$

$$a = +[\lambda_{i}y_{i} - Y_{ij} - \lambda_{j}y_{j} + c(\lambda_{i}x_{i} + X_{ij} - \lambda_{j}x_{j})]/[Z_{ij} - (\lambda_{i} - \lambda_{j})z], \qquad (12)$$

$$i = 1, 2, 3; \quad j = \text{mod}(i, 3) + 1.$$

Az f_{36}, f_{69}, f_{93} egyenleteket így írhatjuk fel:

$$a(\lambda_{i}y_{i} + Y_{ij} - \lambda_{j}y_{j}) - b(\lambda_{i}x_{ij} + X_{ij} - \lambda_{j}x_{j}) = Z_{ij} + (\lambda_{i} - \lambda_{j})z,$$
(13)
$$i = 1, 2, 3; \quad j = \text{mod}(i, 3) + 1.$$

Helyettesítsük a (12) egyenleteket a (13) összefüggésekbe, néhány elemi átalakítás után a következő formulákhoz jutunk:

$$(\lambda_{i} y_{i} + Y_{ij} - \lambda_{j} y_{j}) \left[\lambda_{i} y_{i} - Y_{ij} - \lambda_{j} y_{j} + c(\lambda_{i} x_{i} + X_{ij} - \lambda_{j} x_{j}) \right]$$

+ $(\lambda_{i} x_{ij} + X_{ij} - \lambda_{j} x_{j}) \left[\lambda_{i} x_{i} - X_{ij} - \lambda_{j} x_{j} - c(\lambda_{i} y_{i} + Y_{ij} - \lambda_{j} y_{j}) \right] = \left[Z_{ij}^{2} - (\lambda_{i} - \lambda_{j})^{2} z^{2} \right],$ (14)
 $i = 1, 2, 3; \quad j = \text{mod}(i, 3) + 1.$

További egyszerűsítések után az alábbi egyenletek adódnak:

$$(\lambda_i x_i - \lambda_j x_j)^2 + (\lambda_i y_i - \lambda_j y_j)^2 + (y_i - \lambda_j)^2 z^2 = X_{ij}^2 + Y_{ij}^2 + Z_{ij}^2 , \qquad (15)$$

$$i = 1, 2, 3; \quad j = \text{mod}(i, 3) + 1.$$

A (15) összefüggéseket részletesen kiírva, az alábbi homogén, másodfokú egyenletrendszert kell megoldani a λ_1 , λ_2 és λ_3 ismeretlenekre:

$$\lambda_{1}^{2}(x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z^{2}) - 2\lambda_{1}\lambda_{2}(x_{1}x_{2} + y_{1}y_{2} + z^{2}) + \lambda_{2}^{2}(x_{2}^{2} + y_{2}^{2} + z^{2}) = X_{12}^{2} + Y_{12}^{2} + Z_{12}^{2} ,$$

$$\lambda_{2}^{2}(x_{2}^{2} + y_{2}^{2} + z^{2}) - 2\lambda_{2}\lambda_{3}(x_{2}x_{3} + y_{2}y_{3} + z^{2}) + \lambda_{3}^{2}(x_{3}^{2} + y_{3}^{2} + z^{2}) = X_{23}^{2} + Y_{23}^{2} + Z_{23}^{2} ,$$

$$\lambda_{3}^{2}(x_{3}^{2} + y_{3}^{2} + z^{2}) - 2\lambda_{3}\lambda_{1}(x_{3}x_{1} + y_{3}y_{1} + z^{2}) + \lambda_{1}^{2}(x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z^{2}) = X_{31}^{2} + Y_{31}^{2} + Z_{31}^{2} .$$
(16)

Geomatikai Közlemények XIV/1, 2011

Ha a külső tájékozás szögtartó transzformáció lenne, azaz fennállna az alábbi összefüggés:

$$\cos(I,J) = \frac{X_i X_j + Y_i Y_j + Z_i Z_j}{\sqrt{X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2} \sqrt{X_j^2 + Y_j^2 + Z_j^2}} = \frac{x_i x_j + y_i y_j + z_i z_j}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + Z^2} \sqrt{x_j^2 + y_j^2 + Z^2}} = \cos(i,j) , \quad (17)$$

$$i = 1, 2, 3; \quad i = \text{mod}(i,3) + 1.$$

akkor a megoldás a következő egyszerű módon előállítható lenne:

$$\lambda_{i} = \frac{\sqrt{X_{i}^{2} + Y_{i}^{2} + Z_{i}^{2}}}{\sqrt{x_{i}^{2} + y_{i}^{2} + z^{2}}}, \qquad i = 1, 2, 3 .$$
(18)

A szögtartási feltétel azonban a külső tájékozás esetében nem teljesül, ezért a (16) egyenletrendszert vagy analitikusan, vagy numerikusan kell megoldani. Eddig zárt alakban a megoldás nem volt ismert (a cikk lektorálása során Paláncz Béla az egyenletrendszer megoldását zárt alakban megadtaírásbeli közlés), ezért maradt a numerikus eljárás. Numerikus algoritmussal, például a Mathematica programrendszerrel a megoldások megkaphatók. További nehézség adódhat abból, hogy az egyenletrendszer nemlinearitásából fakadóan egyszerre több megoldás is adódhat. Ezek közül a paraméterek jelentése miatt a komplex gyököket és a negatív megoldásokat ki lehet zárni. A módszer alkalmazhatósági vizsgálatának jelen fázisában csak azt mutattuk meg, hogy a hagyományos eljárás megoldása reprodukálható. Ezért a nemlineáris egyenletrendszer pozitív gyökei közül azzal a megoldással dolgoztunk, amely az ismert megoldást szolgáltatta. Független esetben a helyes megoldás kiválasztása további meggondolásokat igényel. Ugyancsak külön tanulmány fogja tárgyalni a módszer általánosítását tetszőleges számú pontra. A továbbiakban feltesszük, hogy a λ_i paraméterek ismertek.

2.2 A forgatási mátrix a, b, c paramétereinek meghatározása

Második lépésben a forgatási mátrix paramétereinek megoldását írjuk le. Ennek megfelelően ezen alfejezet a külső tájékozás normálegyenleteinek levezetését tárgyalja.

Miután a λ_i ismeretlenekre egy nemlineáris egyenletrendszert vezettünk le, és az egyenletrendszert numerikusan megoldottuk, a következőkben a méretarány-tényezőket ismertnek tekinthetjük. Ezzel a külső tájékozási feladatot lineáris egyenletekre vezettük vissza.

A (10) összefüggések felhasználásával az *a*, *b*, *c* ismeretlen paraméterekre felírhatók az alábbi közvetítő egyenletek:

$$\begin{bmatrix} X_{12} - \lambda_{1}x_{1} + \lambda_{2}x_{2} \\ Y_{12} - \lambda_{1}y_{1} + \lambda_{2}y_{2} \\ Z_{12} - (\lambda_{1} - \lambda_{2})z \\ X_{23} - \lambda_{2}x_{2} + \lambda_{3}x_{3} \\ Y_{23} - \lambda_{2}y_{2} + \lambda_{3}y_{3} \\ Z_{23} - (\lambda_{2} - \lambda_{3})z \\ X_{31} - \lambda_{3}y_{3} + \lambda_{1}y_{1} \\ Z_{31} - (\lambda_{3} - \lambda_{1})z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & (\lambda_{1} - \lambda_{2})z + Z_{12} & -(\lambda_{1}x_{1} - \lambda_{2}x_{2} + X_{12}) \\ -[(\lambda_{1} - \lambda_{2})z + Z_{12}] & 0 & \lambda_{1}x_{1} - \lambda_{2}x_{2} + X_{12} \\ 0 & (\lambda_{2} - \lambda_{3})z + Z_{23} & -(\lambda_{2}y_{2} - \lambda_{3}y_{3} + Y_{23}) \\ -[(\lambda_{2} - \lambda_{3})z + Z_{23}] & 0 & \lambda_{2}x_{2} - \lambda_{3}x_{3} + X_{23} \\ 0 & (\lambda_{3} - \lambda_{1})z + Z_{31} & 0 & \lambda_{3}x_{3} - \lambda_{1}y_{1} + Y_{31} \\ -[(\lambda_{3} - \lambda_{1})z + Z_{31}] & 0 & \lambda_{3}x_{3} - \lambda_{1}y_{1} + Y_{31} \\ \lambda_{3}y_{3} - \lambda_{1}y_{1} + Y_{31} & -(\lambda_{3}x_{3} - \lambda_{1}x_{1} + X_{31}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}.$$
(19)

ZÁVOTI J

A fenti egyenletek alapján a külső tájékozás normálmátrixának elemeit az alábbi képletekkel adhatjuk meg:

$$a_{11} = \sum_{i=1}^{3} \left[\left(\lambda_{i} y_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1} y_{\text{mod}(i,3)+1} + Y_{i \text{mod}(i,3)+1} \right)^{2} + \left((\lambda_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1}) z + Z_{i \text{mod}(i,3)+1} \right)^{2} \right],$$

$$a_{12} = -\sum_{i=1}^{3} \left(\lambda_{i} x_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1} x_{\text{mod}(i,3)+1} + X_{i \text{mod}(i,3)+1} \right) \left(\lambda_{i} y_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1} y_{\text{mod}(i,3)+1} + Y_{i \text{mod}(i,3)+1} \right),$$

$$a_{13} = -\sum_{i=1}^{3} \left(\lambda_{i} x_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1} x_{\text{mod}(i,3)+1} + X_{i \text{mod}(i,3)+1} \right) \left((\lambda_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1}) z + Z_{i \text{mod}(i,3)+1} \right),$$

$$a_{22} = \sum_{i=1}^{3} \left[\left(\lambda_{i} x_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1} x_{\text{mod}(i,3)+1} + X_{i \text{mod}(i,3)+1} \right)^{2} + \left((\lambda_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1}) z + Z_{i \text{mod}(i,3)+1} \right)^{2} \right],$$

$$a_{23} = -\sum_{i=1}^{3} \left(\lambda_{i} y_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1} y_{\text{mod}(i,3)+1} + Y_{i \text{mod}(i,3)+1} \right) \left((\lambda_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1}) z + Z_{i \text{mod}(i,3)+1} \right),$$

$$a_{33} = \sum_{i=1}^{3} \left[\left(\lambda_{i} x_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1} x_{\text{mod}(i,3)+1} + X_{i \text{mod}(i,3)+1} \right)^{2} + \left(\lambda_{i} y_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1} y_{\text{mod}(i,3)+1} \right)^{2} \right].$$
(20)

Tudjuk, hogy a normálmátrix szimmetrikus, azaz $a_{21} = a_{12}, a_{31} = a_{13}, a_{32} = a_{23}$.

A külső tájékozás feladatához tartozó normálvektor mátrix elméleti megfontolásokkal hasonló módon állítható elő:

$$2 \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{3} \left[(\lambda_{i} y_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1} y_{\text{mod}(i,3)+1}) Z_{i \text{ mod}(i,3)+1} - (\lambda_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1}) z Y_{i \text{ mod}(i,3)+1} \right] \\ \sum_{i=1}^{3} \left[(\lambda_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1}) z X_{i \text{ mod}(i,3)+1} - (\lambda_{i} x_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1} x_{\text{mod}(i,3)+1}) Z_{i \text{ mod}(i,3)+1} \right] \\ \sum_{i=1}^{3} \left[(\lambda_{i} x_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1} x_{\text{mod}(i,3)+1}) Y_{i \text{ mod}(i,3)+1} - (\lambda_{i} y_{i} - \lambda_{\text{mod}(i,3)+1} y_{\text{mod}(i,3)+1}) X_{i \text{ mod}(i,3)+1} \right] \end{bmatrix}.$$
(21)

A normálegyenlet-rendszer megadására számos módszer ismert a szakirodalomban. Mi a szinguláris értékek dekompozicióján alapuló (singular value decomposition, SVD) módszert részesítjük előnyben.

2.3 A vetítési központ koordinátáinak meghatározása

A harmadik lépésben a vetítési központ koordinátáit határozzuk meg. A vetítési központ még ismeretlen $[X_0, Y_0, Z_0]^T$ paramétereit a λ_s méretarány-tényező és a forgatási mátrix a, b és c már meghatározott értékeivel a (1) összefüggés felhasználásával nyerhetjük.

$$\begin{bmatrix} X_{0} \\ Y_{0} \\ Z_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{s} \\ Y_{s} \\ Z_{s} \end{bmatrix} - \frac{\lambda_{s}}{1+a^{2}+b^{2}+c^{2}} \begin{bmatrix} 1+a^{2}-b^{2}-c^{2} & 2(ab-c) & 2(ac+b) \\ 2(ab+c) & 1-a^{2}+b^{2}-c^{2} & 2(bc-a) \\ 2(ac-b) & 2(bc+a) & 1-a^{2}-b^{2}+c^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{s} \\ y_{s} \\ -z \end{bmatrix}.$$
 (22)

A (11) összefüggésben az *s* index mind a képkoordináták, mind a tárgykoordináták esetében az adatrendszer súlypontjára vonatkozik. Valójában mindhárom pontra a (22) egyenleteket megoldjuk, és az X_0, Y_0, Z_0 koordinátákra kapott értékek átlagát vesszük.

Valamennyi paraméter megadásával a külső tájékozás alapfeladata megoldottnak tekinthető.

3 Összefoglalás

A tanulmányban megadtunk egy új matematikai megoldást a külső tájékozás paramétereinek meghatározására. A megoldás a pontok képkoordinátái és a hozzájuk tartozó tárgy- vagy terepkoordináták között fennálló modellezés matematikai összefüggéseinek felhasználásán nyugszik. A tanulmányban tárgyalt eljárás a hagyományos megoldási módszer helyett új matematikai összefüggéseken alapuló levezetést ad meg, annak nehézségeit igyekszik kiküszöbölni.

A fő eltérés az új és a hagyományos módszer között a méretarány-tényezők kezelésében van: míg a régi módszer indirekt kezeli a méretarányokat, az új módszer minden pont esetén explicite meghatározza azokat. A külső tájékozás feladatának megoldására az általunk kidolgozott eljárás nem igényel sem Taylor-sorfejtést, sem közelítő értékeket, sem iterációt.

A tanulmányban tárgyalt eljárás matematikailag korrekt, mégis csak első lépésnek tekintendő a módszer gyakorlati elterjedése szempontjából. Továbblépés a külső tájékozásba bevonandó pontok számának növelése érdekében egyrészt a Delaunay-háromszögek alkalmazásának irányában, másrészt a nemlineáris egyenletrendszerek megoldásának kezelésében képzelhető el.

Köszönetnyilvánítás. A tanulmány a Stuttgarti Műszaki Egyetem Fotogrammetriai Intézetének SFBs NEXUS programjának vendégeként készült. Köszönet illeti a TÁMOP 4.2.1/B támogatását.

Hivatkozások

Awange J L, Grafarend EW (2002): Linearized Least Squares and nonlinear Gauss-Jacobbi combinatorical algorithm applied to the 7 parameter datum transformation c_7 (3) problem. Zeitschrift für Vermessungswesen, 127, 109–116.

Awange J L, Grafarend E W (2003): Closed form solution of the overdetermined nonlinear 7 parameter datum transformation. Allgemeine Vermessungsnachrichten, 4, 130–149.

Battha L, Závoti J (2009a): Solution of the intersection problem by the Sylvester-resultant and a comparison of two solutions of the 2D similarity transformation. Acta Geod. Geoph. Hung., 44(4), 429-438.

Battha L, Závoti J (2009b): Az előmetszési probléma és a 2D hasonlósági transzformáció. Geomatikai Közlemények, 12, 19–26.

Jancsó T (1994): Külső tájékozási elemek meghatározása közvetlen analitikus módszerrel. Geodézia és Kartográfia, 46(1), 33–38.

Jancsó T (2004): Durvahiba-szűrés a fotogrammetriai hátrametszés kiegyenlítése előtt, kezdőértékek megadása nélkül. Geomatikai Közlemények, 7, 181–195.

Kraus K (1996): Photogrammetrie 2. Dümmler Verlag, Bonn. 488.

Luhmann T (2000): Nahbereichsphotogammetrie. Herbert-Wichmann Verlag, Heidelberg. 571.

Závoti J (1999): A geodézia korszerű matematikai módszerei. Geomatikai Közlemények, 2, 149.

Závoti J (2005): A 7 paraméteres 3D transzformáció egzakt megoldása. Geomatikai Közlemények, 8, 53-60.

Závoti J, Jancsó T (2006): The solution of the 7-parameter datum transformation problem with- and without the Gröbner basis. Acta Geod. Geoph. Hung., 41(1), 87–100.

Melléklet

Numerikus példa

A módszer alkalmazásának illusztrálására bemutatunk egy gyakorlati példát. Legyenek adottak az 1. táblázatban megadott tárgy- és képpontok:

Nr	Х	Y	Z	Х	у
1	-175,3790	-6,3732	-199,6597	-1,494713	-0,732541
2	175,4705	-6,5360	-74,9148	-1,585483	1,468918
3	-175,4021	-6,4276	249,7017	1,776687	0,853971

1. táblázat. Input paraméterek a külső tájékozáshoz

A kameraállandó z := 12.6033.

Az 1. táblázat adataiból a (15) összefüggés alapján számolt nemlineáris egyenletrendszer:

$$161,614\lambda_1^2 - 320,274\lambda_1\lambda_2 + 163,515\lambda_2^2 = 138657,$$

$$163,515\lambda_2^2 - 314,561\lambda_2\lambda_3 + 162,729\lambda_3^2 = 228487,$$

$$162,729\lambda_3^2 - 311,124\lambda_3\lambda_1 + 161,614\lambda_1^2 = 201926.$$
(23)

A (23) összefüggésekkel adott nemlineáris egyenletrendszer megoldásához használhatjuk a Mathematica programrendszert. A megoldásokat a 2. táblázat első oszlopában tüntettük fel.

Az *S* mátrix paramétereit a 2. táblázat második oszlopa tartalmazza, az *a, b* és *c* paraméterekből a három tengely körüli elforgatás φ , ω és κ szögeire ugyanezen táblázat harmadik oszlopában szereplő értékeket kapjuk. A vetítési központ koordinátáit a 2. táblázat utolsó oszlopában tüntettük fel. A vastagon szedett értékek referencia értékeknek tekinthetők, amelyeket az Australis programrendszer alkalmazásával tömbkiegyenlítéssel határoztunk meg.

$\lambda_1 = 119,158$	a=-0,3444	$\varphi = -142,3435$	$X_0 =$	-1099,9000
-		-142,9410	-	-1095,3842
$\lambda_2 = 137,493$	b=-1,4645	$\omega = 8,8311$	$Y_0 =$	1193,1000
2		8,5156	0	1189,3583
$\lambda_3 = 124,634$	c=-0,8129	$\kappa = 64,1265$	$Z_0 =$	-234,2239
		64,0429	v	-233,7710

2. táblázat. Output paraméterek a külső tájékozásból

PICARD-ITERÁCIÓ HASZNÁLATA ALACSONY PÁLYÁJÚ MŰHOLDAK MOZGÁSÁNAK VIZSGÁLATÁBAN

Nagy Imre^{*}, Rajnai Renáta^{**}

Using Picard iteration to investigate the motion of low-orbit satellites – Analysis of motions in celestial mechanics raises substantial difficulties, as the solution of the equations of the motions cannot be given in a closed form. The orbits of the artificial satellites are usually calculated by the numeric integration of the equations. The prevalent methods (eg. Runge-Kutta or Bulirsh-Stoer methods) give the position of the artificial satellites after a short period of time with unknown, just estimated error. Methods based on Taylor series give the series of the solution itself, as the Lie integrator for instance. This method is outstandingly quick, but it is unsuitable for the calculation of the effect of the gravitational potential of the Earth. With the application of the Parker-Sochacki method, also based on Taylor series, the geopotential can be obtained with reasonable work. In the present paper, we show our results achieved in this area.

Keywords: Picard iteration, numerical methods, artificial satellites

Az égi mechanikai mozgások vizsgálatát jelentős mértékben nehezíti, hogy a mozgást leíró egyenletek megoldása nem adható meg zárt alakban. A műholdak pályáját a szokásos eljárás szerint az egyenletek numerikus integrálásával kapjuk meg. Az elterjedt módszerek (pl. Runge–Kutta- vagy Bulirsh–Stoer-eljárás) ismeretlen, csak becsülhető hibával adják meg, hogy kis idő elteltével hová kerül a műhold. A Taylor-sorfejtésen alapuló módszerek magának a megoldásnak a sorfejtését adják meg. Ilyen pl. az ún. Lie-integrátor. Ez a módszer rendkívül gyors, ám a geopotenciál számításba vételére nem igazán alkalmas. A szintén Taylor-sorfejtésen alapuló Parker–Sochacki-módszert alkalmazva azonban elfogadható munkával figyelembe vehető a geopotenciál is. Jelen munkában levezetjük a módosított Picard-iterációt mesterséges égitestek mozgásegyenleteire.

Kulcsszavak: Picard-iteráció, numerikus módszerek, mesterséges holdak

1 Bevezetés

Az űrkutatásban leggyakrabban kör vagy kis excentricitású ellipszis alakú pályán keringő műholdakat használnak. Ezeket a pályákat a hagyományos numerikus eszközökkel kielégítő pontossággal lehet modellezni. Példának említhetjük a LAGEOS–1 gravimetriai műholdat, amelynek mozgásából sikerült kimutatni a Föld infravörös sugárzásának a hatását is (Rubincam 1987). Napjaink gravimetriai műholdjai azonban ennél is nagyobb pontosságú méréseket és így modellezést tesznek lehetővé, illetve a mérési pontosság fokozása végett egyúttal szükségessé is (Thomas 1999). A pálya nagypontosságú ismerete azonban nem csak a tudományos kutatásokhoz szükséges ma már, hanem a mindennapi életben is nélkülözhetetlenné vált a műholdas helymeghatározás elterjedése révén.

A műholdak egy másik csoportja nagyobb excentricitású, azaz elnyúltabb pályán kering. Ilyen pályára jellemzően csillagászati és távközlési műholdak kerülnek, például az orosz Molnyija sorozat tagjai vagy a rádiócsillagászati műholdak (pl. HALCA, Radioastron). Utóbbiak esetén különösen fontos a pálya, illetve a helyzet nagy pontosságú ismerete. Ezek a mesterséges holdak ugyanis a földi rádiótávcsövekkel összekapcsolva végeznek ún. űr-VLBI észleléseket. Az interferencia előállításához célszerű pontosan ismerni az űrbeli és a földi rádióantennák távolságát, bár nem szükségszerű.

Míg a kis excentricitású pályák esetén kielégítő eredményre vezet a hagyományos numerikus integrálási módszerek (pl. Runge–Kutta- vagy Bulirsh–Stoer-módszer) alkalmazása, a nagy excentricitású pályák esetén bonyolult transzformációs eljárások alkalmazása is szükséges (Nagy 2009, Nagy és Érdi 2007). Egy alternatív megoldás lehet, hogy nem csak közelítést igyekszünk adni a mesterséges hold helyzetére, hanem annak az időbeli változását leíró függvényt határozzuk meg. Mivel az égi mechanikai soktest-problémának nincs zárt alakban felírható megoldása, esetünkben ez egy hatványsor megadását jelenti.

A mozgás Taylor-sorának meghatározására több módszer létezik. Az egyik legelterjedtebb módszer a Lie-integrátor (Hanslmeier és Dvorak 1984, Pál és Süli 2007), amely egy rekurzióval állítja elő a sorfejtés együtthatóit. Ez a módszer nagyon gyors, és mint minden Taylor-soron alapuló módszer, akár a számítógép számábrázolása által lehetővé tett pontossággal is meg tudja határozni a keresett koordinátákat. Ez azt jelenti, hogy IEEE 754 szabvány szerinti kétszeres pontosságú (64 bites, 16 értékes számjegyű) lebegőpontos változókat használva, a számított érték a valóstól garantáltan legfeljebb a 16. számjegyben tér el. Ezzel szemben a szokványos numerikus integrálási módszerekkel csak azt lehet biztosítani, hogy egy hibabecslő tag csökkenjen a kívánt szint alá. Ez nem jelent egyértelmű garanciát arra, hogy a valós megoldástól is csak ilyen mértékben térnénk el, csak valószínűsíti. A Lie-integrátor nagy hátránya, hogy a rekurzió előállítása nem triviális matematikai lépések sorozatát kívánja, és a konkrét alak erősen függ a vizsgált problémától. Jelenleg például nem ismert olyan alakja, amely kezelni tudná a geopotenciált, amely viszont nem elhanyagolható egy mesterséges hold pályájának nagy pontosságú kiszámítása során.

2 A Parker–Sochacki-módszer, a módosított Picard-iteráció

Mesterséges égitestek esetén a pálya idő szerint vett Taylor-sorának meghatározására kínálkozik a Parker–Sochacki-módszer (Parker és Sochacki 1995, Pruett et al. 2002), más néven a módosított Picard-iteráció. A Lie-integrátorhoz hasonlóan ennek a módszernek is erősen függ a konkrét alakja a vizsgált problémától, ám az együtthatók meghatározásához nem szükségesek nehezen levezethető rekurziós lépések. A viszonylagos matematikai egyszerűségnek természetesen ára van, lényegesen lassabb a Lie-, sőt a Bulirsh–Stoer-integrátornál is. A módszer elméleti alakját tetszőleges f(x,t) erőfüggvény hatására létrejövő mozgások esetében az (1)–(6) egyenletek mutatják:

$$\frac{dx}{dt} = v \quad , \tag{1}$$

$$\frac{dv}{dt} = f(x,t), \qquad (2)$$

$$x = \sum_{i=0}^{\infty} x_i t^i, \quad x_0 = x(0),$$
(3)

$$v = \sum_{i=0}^{\infty} v_i t^i, \quad v_0 = v(0),$$
(4)

$$x_{i} = \frac{1}{i} v_{i-1}, (5)$$

$$v_i = \frac{1}{i} \left(f^*(x) \right)_{i-1} , \qquad (6)$$

ahol f^* az f függvény idő szerint vett Taylor-sora, és x_i , v_i Taylor-együtthatókat keressük a mozgás időbeli lefolyásának meghatározásához. Ezt a sémát kell alkalmazni a mesterséges holdak mozgását Földhöz rögzített koordináta-rendszerben leíró (7)–(12) egyenletekre:

$$\ddot{r} + \frac{\mu}{r^3} r = f , \qquad (7)$$

$$f = \nabla R , \qquad (8)$$

$$R = R_{Fold} + R_{Nap} + R_{Hold} , \qquad (9)$$

$$R_{F\bar{o}ld} = \frac{GM_{F\bar{o}ld}}{r} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{l} \left(\frac{r_0}{r}\right)^l P_l^m(\sin\varphi) [C_{lm}\cos(m\lambda) + S_{lm}\sin(m\lambda)], \qquad (10)$$

$$R_{Nap} = GM_{Nap} \left(\frac{1}{\rho_{Nap}} - \frac{rr_{Nap}}{r_{Nap}^3} \right), \tag{11}$$

$$R_{Hold} = GM_{Hold} \left(\frac{1}{\rho_{Hold}} - \frac{rr_{Hold}}{r_{Hold}^3} \right), \tag{12}$$

ahol $M_{F\partial id}$ a Föld tömege, \mathbf{r} a geocentrikus helyvektor, amelynek abszolút értéke \mathbf{r} , és \mathbf{f} a perturbáló erő, r_0 a Föld átlagos egyenlítői sugara, λ a műhold földrajzi hosszúsága, φ a geocentrikus földrajzi szélessége, P_l^m az asszociált Legendre-függvény, M_{Nap} a Nap tömege, ρ_{Nap} a műhold és a Nap távolsága, \mathbf{r}_{Nap} a Nap geocentrikus helyvektora, M_{Hold} a Hold tömege, ρ_{Hold} a műhold és a Hold távolsága, \mathbf{r}_{Hold} a Hold geocentrikus helyvektora, G az univerzális gravitációs állandó.

Az (1)–(6) egyenlet x_i és v_i együtthatóit az úgynevezett módosított Picard-iterációval állíthatjuk elő, amelynek során bevezetünk egy új változót, kiküszöbölendő a (7)–(12) egyenletekből a nevezőben található *r* hatványokat. Az új változó *s*, és

$$s = \frac{1}{r}.$$
 (13)

Az így bevezetett s változóval a megoldandó egyenletek az alábbi alakot öltik, amennyiben eltekintünk, az f perturbáló erő konkrét alakjától:

$$\frac{dv_x}{dt} = -GM_{Fold}s^3x + f_x, \qquad (14)$$

$$\frac{ds}{dt} = -s^3 (xv_x + yv_y + zv_z).$$
(15)

Itt és a továbbiakban egy olyan Földhöz rögzített koordináta-rendszert használunk, amelynek kezdőpontja a Föld tömegközéppontja, alapsíkja az Egyenlítő síkja. Az x tengely a greenwich-i kezdő meridián és az Egyenlítő metszéspontjába mutat, a z tengely az alapsíkra merőlegesen északi irányba mutat. Az y tengelyt úgy vesszük fel, hogy x, y, és z tengelyek ebben a sorrendben jobb sodrású koordináta-rendszert alkossanak. A mesterséges hold koordinátái ennek megfelelően x, y és z, a megfelelő sebességek v_x , v_y és v_z , a rá ható perturbáló erő komponensei f_x , f_y és f_z .

A (14)–(15) egyenletet megnézve látható, hogy tartalmazzák az új változót, *s*-t és az *x*, *y*, *z* koordinátákat is. Ezek a változók nem függetlenek egymástól, erre a kezdőértékek megadásánál tekintettel kell lenni.

A probléma jobb átláthatósága miatt bevezetünk egy újabb, r* változót:

$$r^* = xv_x + yv_y + zv_z \,. \tag{16}$$

A (7)–(12) egyenletrendszer megoldásához szükségünk lesz a segédváltozók és néhány hatványuk idő szerinti Maclaurin-sorfejtésének *n*-edik együtthatóira, amelyet Cauchy-szorzatok segítségével számíthatunk ki:

$$\left(r^{*}\right)_{n} = \sum_{j=0}^{n} \left(x_{j} v_{x,n-j} + y_{j} v_{y,n-j} + z_{j} v_{z,n-j}\right),$$
(17)

$$(s^{3})_{n} = \sum_{j=0}^{n} (s^{2})_{j} s_{n-j} , \qquad (18)$$

$$(s^{2})_{n} = \sum_{j=0}^{n} s_{j} s_{n-j} .$$
⁽¹⁹⁾

Ezek felhasználásával adódnak a mozgásegyenlet megoldása Taylor-sorfejtésének együtthatói x-re:

$$x_{n+1} = \frac{1}{n+1} v_{x,n} , \qquad (20)$$

$$v_{x,n+1} = \frac{1}{n} \left[-GM_{F\bar{o}ld} \sum_{j=0}^{n} \left(\left(s^{3} \right)_{j} x_{n-j} + f_{x,n} \right) \right],$$
(21)

$$(s)_{n+1} = -\frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n} (s^3)_j (r^*)_{n-j} .$$
⁽²²⁾

A továbbiakban a geopotenciál által okozott perturbációkra írjuk fel a módosított Picard-iterációt, a Hold és a Nap hatásától eltekintünk.

3 A geopotenciál hatása

A geopotenciált szférikus függvények szerinti sorfejtéssel szoktuk megadni, amelyek a földrajzi szélesség és hosszúság függvényében írják le a potenciált. Ahhoz, hogy alkalmazni tudjuk a módosított Picard-iterációt, át kell térnünk Descartes-koordinátákra. Az egyszerűség kedvéért most eltekintünk a Föld tengelyforgásától. Ez azt jelenti, hogy a mozgásegyenletek megoldásánál a Földdel együtt forgó koordináta-rendszerre térünk át, tehát nem szabad elfeledkeznünk a tehetetlenségi erőkről, a centrifugális-, a Coriolis- és az Euler-erőről.

További egyszerűsítés, hogy most a geopotenciál sorfejtését úgy írjuk fel, hogy tartalmazza a Földnek, mint tömegpontnak a gravitációs terét is:

$$R_{F\partial ld} = GM_{F\partial ld} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{l} \left[\frac{r_0^l}{r^{l+1}} \cdot P_l^m (\sin \phi) \cdot \left(C_{lm} \cos(m\lambda) + S_{ml} \sin(m\lambda) \right) \right].$$
(23)

Látható, hogy a (7)–(12) egyenletrendszerrel ellentétben a (23) egyenletben az l index kezdőértéke 0, ami potenciál gömbszimmetrikus komponensét adja. Mivel a koordináta-rendszer középpontja a tömegközéppontban van rögzítve, az l=1 értékhez tartozó együtthatók nullák lesznek.

A továbblépéshez először át kell térnünk Descartes-koordinátákra, amelyhez az alábbi összefüggéseket használjuk fel:

$$\sin\phi = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$
(24)

$$\cos\lambda = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},\tag{25}$$

$$\sin \lambda = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}},\tag{26}$$

$$\cos(m\lambda) = \sum_{k=0}^{m} \binom{m}{k} \frac{x^{k} y^{m-k}}{\left(x^{2} + y^{2}\right)^{m/2}} \cdot \cos\left(\frac{1}{2}(m-k)\pi\right),$$
(27)

$$\sin(m\lambda) = \sum_{k=0}^{m} {m \choose k} \frac{x^{k} y^{m-k}}{\left(x^{2} + y^{2}\right)^{m/2}} \cdot \sin\left(\frac{1}{2}(m-k)\pi\right).$$
(28)

Ezeket az összefüggéseket felhasználva adódik a geopotenciál sorfejtésére, hogy

_

$$R_{F\ddot{o}ld} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{l} \sum_{k=0}^{m} \left[\frac{\beta_{lmk}}{\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{\frac{l+1}{2}}} \cdot P_l^m \left(\frac{z}{\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{\frac{l}{2}}} \right) \cdot \frac{x^k y^{m-k}}{\left(x^2 + y^2\right)^{\frac{m}{2}}} \right],$$
(29)

ahol β_{lmk} *l*, *m*, *k*-tól függő állandó:

$$\beta_{lmk} = \frac{GM_{Föld}}{r_0} {m \choose k} \left[C_{lm} \cos\left(\frac{1}{2}(m-k)\pi\right) + S_{lm} \sin\left(\frac{1}{2}(m-k)\pi\right) \right].$$
(30)

A geopotenciál sorfejtésének (29) egyenletbeli alakját kell behelyettesíteni a mozgásegyenletbe, és alkalmazni rá a Picard-iterációt. Ehhez be kell vezetni (13) egyenlettel definiált *s* mennyiséget és néhány további új változót, hogy eltüntessük a nevezőket.

$$p = xy, (31)$$

$$q = \frac{1}{p},\tag{32}$$

$$u = \sqrt{x^2 + y^2} , \qquad (33)$$

$$w = \frac{1}{u} . \tag{34}$$

Látható, hogy ezek a változók nem függetlenek sem egymástól, sem a mesterséges hold Descarteskoordinátáitól, amelyek továbbra is benne maradnak az egyenletrendszerben, így a kezdőértékeik meghatározásánál erre tekintettel kell lenni. A (29), (13), és (31)–(34) egyenletek felhasználásával kapjuk a megoldandó tizedrendű differenciálegyenlet-rendszert (35)–(44).

$$\frac{dx}{dt} = v_x, \tag{35}$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y, \tag{36}$$

$$\frac{dz}{dt} = v_z , \qquad (37)$$

$$\frac{dv_x}{dt} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{l} \sum_{k=0}^{m} \beta_{lmk} x^k y^{(m-k+1)} q w^{(m+2)} s^{(l+2)} \begin{cases} P_l^m (sz) r [(k-m-l-1)x^2 + ky^2] + \\ + P_{l+1}^m (sz) x^2 z (l-m+1) \end{cases},$$
(38)

$$\frac{dv_{y}}{dt} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{l} \sum_{k=0}^{m} \beta_{lmk} x^{k+1} y^{(m-k)} q w^{(m+2)} s^{(l+2)} \begin{cases} -P_{l}^{m} (sz) r [(k-m)x^{2} + (k+l+1)y^{2}] + \\ +P_{l+1}^{m} (sz) y^{2} z (l-m+1) \end{cases},$$
(39)

$$\frac{dv_z}{dt} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{l} \sum_{k=0}^{m} \beta_{lmk} x^{k+1} y^{(m-k+1)} q w^{(m+2)} s^{(l+2)} \Big\{ P_{l+1}^m (sz) (x^2 + y^2) (l-m+1) \Big\}, \tag{40}$$

Geomatikai Közlemények XIV/1, 2011

NAGY I, RAJNAI R

$$\frac{dr}{dt} = s\left(xv_x + yv_y + zv_z\right),\tag{41}$$

$$\frac{ds}{dt} = -s^3 \left(xv_x + yv_y + zv_z \right),\tag{42}$$

$$\frac{dq}{dt} = -q^2 \left(xv_x + yv_y \right),\tag{43}$$

$$\frac{dw}{dt} = -w^3 \left(x v_x + y v_y \right). \tag{44}$$

A mesterséges holdak mozgását leíró, a geopotenciál sorfejtését is magában foglaló mozgásegyenletek esetén a fentiek alapján a módosított Picard-iteráció az alábbi alakot ölti:

$$x_{n+1} = \frac{v_{x,n}}{n+1},$$
(45)

$$y_{n+1} = \frac{v_{y,n}}{n+1},$$
(46)

$$z_{n+1} = \frac{v_{z,n}}{n+1},$$
(47)

$$r_{n+1} = \frac{1}{n+1} \sum_{j=0}^{n} s_j \left(r^* \right)_{n-j} , \qquad (48)$$

$$s_{n+1} = -\frac{1}{n+1} \sum_{j=0}^{n} (s^3)_j (r^*)_{n-j} , \qquad (49)$$

$$q_{n+1} = -\frac{1}{n+1} \sum_{j=0}^{n} (q^2)_j (q^*)_{n-j} , \qquad (50)$$

$$w_{n+1} = -\frac{1}{n+1} \sum_{j=0}^{n} \left(w^3 \right)_j \left(w^* \right)_{n-j}, \qquad (51)$$

$$v_{x,n+1} = \frac{1}{n+1} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{l} \sum_{k=0}^{m} \beta_{lmk} \sum_{j=0}^{n} (a_{lmk})_{j} \Big[(g_{lm})_{n-j} (k-m-l-1) + (h_{lm})_{n-j} k + (f_{lm})_{n-j} (l-m+1) \Big], \quad (52)$$

$$v_{y,n+1} = \frac{1}{n+1} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{l} \sum_{k=0}^{m} \beta_{lmk} \sum_{j=0}^{n} (b_{lmk})_{j} [(g_{lm})_{n-j}(k-m) + (h_{lm})_{n-j}(k+l+1) + (e_{lm})_{n-j}(l-m+1)], \quad (53)$$

$$v_{z,n+1} = \frac{1}{n+1} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{l} \sum_{k=0}^{m} \beta_{lmk} \left(l - m + 1 \right) \sum_{j=0}^{n} \left(c_{lmk} \right)_{j} \left[\left(t_{lm} \right)_{n-j} + \left(u_{lm} \right)_{n-j} \right] \,.$$
(54)

A segédváltozók jelentése és a hatványok kiszámítása a Mellékletben található.

A mozgás időbeli lefolyását úgy kapjuk meg, hogy a kezdőfeltételekből kiszámoljuk a t_0 pillanatra a megoldás Taylor-sorának együtthatóit. Ez után keresünk egy megfelelő dt időlépést úgy, hogy a t_0+dt pillanatban se legyen nagyobb a hiba a megengedettnél. Amennyiben megtaláltuk a megfelelő dt lépést, kiszámoljuk a változók t_0+dt -beli értékeit, majd ezeket kezdőfeltételeknek tekintve addig ismételjük az eljárást, amíg meg nem kapjuk a mozgás pályáját a vizsgált teljes időtartamra.

4 Összefoglalás

A Parker–Sochacki-módszer alkalmazásának lehetőségét vizsgáltuk meg mesterséges égitestek pályájának nagypontosságú modellezéséhez. A módszer a mozgás idő függvényében vett Taylorsorát állítja elő a Picard-iteráció módosított változatával. Munkánk során elvégeztük az iterációs egyenletek levezetését egy olyan egyszerűsített modellrendszerben, amelyben csak a Föld nehézségi erőtere hat a mesterséges holdra. A potenciált az egyszerűség kedvéért időben állandónak tekintettük, nem vettük figyelembe a Föld tengelyforgását. Ez az egyszerűsítés nem korlátozza eredményünk alkalmazhatóságát, mivel alakilag ugyanilyen eredményre jutunk, ha a mozgást a Földhöz rögzített gyorsuló rendszerben vizsgáljuk. Ekkor ki kell egészíteni az együtthatók kiszámításához használandó összefüggéseket a megfelelő tehetetlenségi erők járulékával.

Az eredmény alapján a Parker–Sochacki-módszer alkalmazható mesterséges holdak pályájának nagy pontosságú modellezésére, de nem minden esetben előnyös. Jól látható hátránya, hogy a nagy pontosság elérése hosszú számítási időt igényel. Ennek oka abban keresendő, hogy az együtthatók előállítása igen sok szorzás elvégzését igényli. Ezt némileg ellensúlyozhatja, hogy a megoldás Taylor-sorának ismerete miatt gyakorlatilag nincs rontott lépés, mivel módunkban áll az időlépés hoszszát az elérendő pontosságnak megfelelően megválasztani, vagy további rendek együtthatóinak kiszámításával fokozhatjuk a sorfejtés érvényességi tartományát. További előny lehet, hogy a közbülső időpontokhoz tartozó helyzet meghatározásához elegendő behelyettesíteni az időpontot a már meglévő sorfejtésbe. Ez például gravimetriai mesterséges holdak esetén lehet hasznos.

Hivatkozások

Hanslmeier A, Dvorak R (1984): Numerical integration with Lie series. Astronomy and Astrophysics, 132, 203–207. Nagy I (2009): Pályaszámítási módszerek összehasonlítása. Geomatikai Közlemények, 12, 57–61.

Nagy I, Érdi B (2007): Numerical investigation of the orbit of Interball-1. Astronomische Nachrichten, 328, 793–796.

Parker G E, Sochacki J S (1995): Implementing the Picard iteration. Neural, Parallel & Scientific Computations, 4, 97–112.

Pál A, Süli Á (2007): Solving linearized equtions of the N-body problem using the Lie-integration method. Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 381, 1515–1526.

Pruett C D, Rudmin J W, Lacy J M (2002): An adaptive N-body algorithm of optimal order. Journal of Computational Physics, 187, 298–317.

Rubincam D P (1987): Lageos Orbit Decay Due to Infrared Radiation From Earth. NASA Technical Memorandum 87804.

Thomas J B (1999): An Analysis of Gravity-Field Estimation Based on Intersatellite Dual 1 Way Biased Ranging. JPL 98–15, Pasadena.

Melléklet

A módosított Picard-iterációhoz szükséges hatványok és segédváltozók mesterséges holdak esetén:

$$\left(x^{i}\right)_{n} = \sum_{j=0}^{n} \left(x^{i-1}\right)_{j} x_{n-j} , \qquad (56)$$

$$\left(y^{i}\right)_{n} = \sum_{j=0}^{n} \left(y^{i-1}\right)_{j} y_{n-j} , \qquad (57)$$

$$\left(r^{*}\right)_{n} = \sum_{j=0}^{n} \left(x_{j} v_{x,n-j} + y_{j} v_{y,n-j} + z_{j} v_{z,n-j}\right),$$
(58)

$$(s^{2})_{n} = \sum_{j=0}^{n} s_{j} s_{n-j} , \qquad (58)$$

$$(s^{3})_{n} = \sum_{j=0}^{n} (s^{2})_{j} s_{n-j} , \qquad (59)$$

$$(q^2)_n = \sum_{j=0}^n q_j q_{n-j} , \qquad (60)$$

Geomatikai Közlemények XIV/1, 2011

NAGY I, RAJNAI R

$$(q^*)_n = \sum_{j=0}^n (x_j v_{y,n-j} + y_j v_{x,n-j}),$$
(61)

$$\left(w^{*}\right)_{n} = \sum_{j=0}^{n} \left(x_{j} v_{x,n-j} + y_{j} v_{y,n-j}\right),\tag{62}$$

$$\left(w^{2}\right)_{n} = \sum_{j=0}^{n} w_{j} w_{n-j} , \qquad (63)$$

$$\left(w^{3}\right)_{n} = \sum_{j=0}^{n} \left(w^{2}\right)_{j} w_{n-j} .$$
(64)

A következő változók Taylor-együtthatóit a korábban már definiált változók, illetve azok kombinációi Taylor-sorainak Cauchy-szorzatai adják:

$$a_{lmk} = A_{km} D_{lm} \,, \tag{65}$$

$$b_{lmk} = B_{km} D_{lm} \,, \tag{66}$$

$$c_{lmk} = C_{km} D_{lm} , \qquad (67)$$

$$g_{lm} = EG_{lm} , \qquad (68)$$

$$h_{lm} = EH_{lm}, ag{69}$$

$$e_{lm} = FL_{lm} , \qquad (70)$$

$$f_{lm} = FK_{lm} \,, \tag{71}$$

$$t_{lm} = qK_{lm} \,, \tag{72}$$

$$u_{lm} = qL_{lm}, (73)$$

$$A_{km} = x^k y^{m-k+1}, (74)$$

$$B_{km} = x^{k+1} y^{m-k} , (75)$$

$$C_{km} = x^{k+1} y^{m-k+1}, (76)$$

$$D_{lm} = w^{m+2} s^{l+2}, (77)$$

$$G_{lm} = P_l^m (sz) x^2, (78)$$

$$H_{lm} = P_l^m (sz) y^2 , \qquad (79)$$

$$K_{lm} = P_{l+1}^{m} (sz) x^{2} , \qquad (80)$$

$$L_{lm} = P_{l+1}^m (sz) y^2 , (81)$$

$$E = qr, \qquad (82)$$

$$F = qz . ag{83}$$
REKURZÍV OSZTOTT FELÜLETMODELLEK A GEOINFORMATIKÁBAN

Czimber Kornél^{*,**}

Subdivision surfaces in geoinformatics – Subdivision surfaces are widely used in computer aided design and animation, but rarely in geoinformatics. This paper discusses the most important subdivision methods and presents a new procedure, which is able to control the interpolation / approximation by points and the adaptive subdivision of the triangles in geoinformation systems.

Keywords: subdivision, surface modelling, geoinformatics, triangulated irregular network

A rekurzív osztott felületmodelleket széleskörűen alkalmazzák a számítógépes tervezés és animáció területén, de ritkábban a geoinformatikában. Ez a dolgozat áttekinti a legfontosabb rekurzív felületmodellezési módszereket és bemutat egy új eljárást, mely alkalmas a geoinformatikai rendszerekben az interpoláció / approximáció pontonkénti szabályozására, és a háromszögek adaptív felosztására.

Kulcsszavak: rekurzív felosztás, felületmodellezés, geoinformatika, háromszöghálózat

1 Bevezetés

A felületek és görbék interpolációja, approximációja az elméleti és alkalmazott kutatások gyakori tárgya már évtizedek óta. A kutatások száma tovább növekedett a számítógépek megjelenésével és a háromdimenziós számítógépes grafika fejlődésével. Felületek definiálása történhet implicit módon, parametrikusan, szilárd testekkel vagy részekre osztás módszerével.

Kezdetben a de Casteljau módszert (1959) használták görbék közelítésére, majd a mai napig is alkalmazott Bézier parametrikus görbék (1962) jelentettek áttörést (Kovács 2011). A spline görbék (1972) globális interpolátorok, míg a B-spline görbéket (1975) már lokálisan is lehetett használni. Ezekből születtek meg az általánosan használható racionális görbék (NURBS – *Non-uniform rational basis spline*). A görbék tenzorszorzatából előállítható felületek együtt fejlődtek a görbe interpolációs eljárásokkal (Akima 1978). Itt is a lokális módszerek előretöréséről beszélhetünk (NURBS felületek). Teljesen más utat képviselnek az osztott felületmodellezési eljárások (1. ábra). Fejlődésüknek a 3D számítógépes grafika adott nagy lendületet 1990-es években.

Jelen kutatás célja az elterjedt felosztásos felületmodellezési eljárások bemutatásán túl egy olyan rekurzív osztott (*önmagán történő ismételt felosztás*) felületmodellezési módszer bemutatása, melyben lokálisan szabályozható az interpoláció és az approximáció mértéke, ezáltal hatékony eszköze lehet a geoinformatikának.



1. ábra. Rekurzív felületmodellezés: oktaédertől a gömbig

2 Rekurzív felületmodellezés

A rekurzív felületmodellezés egy iteratív felületmodellezési eljárás, mely a kiinduló felületet több lépcsőben további részekre osztja. A felosztás eredményfelülete egy határfelület, melynek folytonossága az érintkező felületelemek parciális deriváltjai alapján a következő lehet:

- C₀ folytonosság: a felületen nincs hézag (felületelemek érintkeznek),
- C1 folytonosság: a felületen nincs törés (első parciális deriváltak azonosak),
- C₂ folytonosság: a felület görbülete azonos (második parciális deriváltak is azonosak),
- *C*_n folytonosság: a felületelemek n-dik parciális deriváltjai is azonosak.

A rekurzív felületmodellezés általában négyszög- vagy háromszöghálózaton működik. Az egyes eljárásokat elkülönítjük az alapján is, hogy csak szabályos hálózatokon használhatók vagy szabálytalanon is. Az egyes módszerek lehetnek interpolációs- vagy approximáció módszerek, attól függően, hogy az eredményfelület tartalmazza vagy megközelíti a kiindulási felület pontjait. Bizonyos módszerek csak globálisan, némelyik lokálisan is alkalmazható.

Rekurzív felületmodellezés előnyei a következőkben foglalhatók össze: széleskörűen alkalmazható, könnyű megvalósíthatóság, kiinduló felület egyszerű definíciója, gyors felületillesztés, sima felületeket eredményez, nagy adathalmazokon is alkalmazható, adaptív megoldások, lokálisan szabályozható, deformációs lehetőségek. A rekurzív felületmodellezés valódi térbeli felületillesztési módszer, vagyis egy síkbeli ponthoz nemcsak egy magasságot rendel. A módszer hátránya lehet a nagy memóriaigény, amely lokális és adaptív módszerekkel kiküszöbölhető.

A rekurzív felületmodellezés története az 1940-50-es években kezdődött, jelentős lendületet az utóbbi két évtizedben vett. A fontosabb lépések időrendben a következők voltak:

- 1974: Chaikin, approximáció sarok levágással,
- 1978: Catmull és Clark, Doo és Sabin négyszöghálózat approximáció,
- 1987: Loop háromszöghálózat approximáció,
- 1990: Dyn és Levin háromszöghálózat interpoláció (Butterfly felosztás),
- 2000: Kobbelt sqrt(3) háromszöghálózat approximáció,
- 2000: Szilárd test felosztás,
- 2001: Velho és Zorin 4-8 felosztás, C₄ folytonosság.

A rekurzív felületosztás egyes fázisaiban elkülönítünk csúcs-, lap- és élpontokat. A csúcspontok a felületelemek sarokpontjai, az élpontok a felületelemek élein, míg a lappontok a felületelemek közepén létrejövő új pontok. Az egyes eljárási módszerek az él- és lappontok számítását definiálják. A teljesség igénye nélkül a cikk négy eljárást mutat be részletesebben a saját módszer ismertetése előtt.

2.1 Catmull-Clark módszer

A Catmull-Clark (1978) eljárás alapvetően négyszöghálózatokon működik, de első lépésben tetszőleges sokszöghálózatból is kiindulhatunk. Az approximáció C_2 folytonosságot biztosít, kivételes esetben C_1 -et. Először a lappontokat kell számítani, majd az élpontokat a 2. ábra szerint. A kiszámított új pontok súlyozásával módosulnak a meglévő csúcspontok. Az eljárás első fontos alkalmazása volt a Pixar cég 1997. évi "Geri játéka" című animációs kisfilmje.

2.2 Kobbelt módszer

A Kobbelt (1996) eljárás egy szabályos négyszöghálózaton működő interpolációs eljárás, mely C_1 folytonosságot biztosít. Az új lappont számítása a legközelebbi 16 szomszédos csúcspont alapján történik, amelyhez egy 4.4 elemű súlymátrixot kell használni (3. ábra).



2. ábra. Catmull-Clark eljárás lap- és élpontjainak számítása

2.3 Loop módszer

A Loop (1987) felosztás szabálytalan háromszöghálózaton értelmezett approximáció, mely C_2 folytonosságot biztosít, de csak C_1 folytonosságot ott, ahol egy csúcsponthoz kapcsolódó más csúcspontok száma nem 6. Első lépésben az élpontok súlyozása történik a 4. ábra szerint, majd a csúcspontok újraszámítása a következő módon:

$$\mathbf{v}' = (1 - n\alpha)\mathbf{v} + \alpha \sum_{j=1}^{n} \mathbf{v}_j , \qquad (1)$$

$$\alpha = \begin{cases} \frac{3}{16}, & ha \ n = 3 \\ \frac{1}{n} \left[\frac{5}{8} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n} \right)^2 \right], & k \ddot{u} l \ddot{o} n b e n , \end{cases}$$
(2)

ahol:

v': új csúcspont

v: régi csúcspont

v_j: kapcsolódó élpontok

n: kapcsolódó élpontok száma



3. ábra. Kobbelt eljárás súlymátrixa



4. ábra. Loop eljárás élpontjainak számítása

2.4 Butterfly módszer

Dyn és Levin (1990) által kidolgozott eljárás szabályos háromszög hálózaton működő interpoláció C_1 folytonossággal. Az új élpont számításához a szomszédos 8 csúcspontot kell súlyozni (5. ábra).

2.5 Módosított Butterfly módszer

A módosított Butterfly eljárás (Zorin, 1996) szabálytalan háromszöghálózatokon is használható interpolációs módszer. Az első különbség az, hogy 8 szomszédos csúcspont helyett 10 csúcspontot súlyoz (6. ábra). A második különbség az, hogyha a csúcsponthoz kapcsolódó szomszédos csúcspontok száma (K) nem 6, akkor az alábbi képlet alapján kell számítani a súlyokat (s_i):

$$s_{j} = \left(\frac{1}{4} + \cos\left(\frac{2\pi j}{K}\right) + \frac{1}{2}\cos\left(\frac{4\pi j}{K}\right)\right) / K$$
(3)

3 Saját felosztási eljárás bemutatása

Geoinformatikában igény van mind az interpolációra (pontos geodéziai mérések: szintezés, RTK mérések), mind az approximációra (kevésbé megbízható mérések: tahimetria, fotogrammetriai kiértékelés, terepi térinformatikai GPS eszközök, meteorológiai mérések, talajjellemzők). A mesterséges alakzatokra (rézsű, útfelület, épület) pedig lineáris interpolációt szeretnénk. Előfordulhat, hogy az előbbiekben vázolt három módszert egy felületillesztés alatt szeretnénk egyesíteni. Ezért alapvető igény a saját felületillesztési módszer kidolgozásánál a lineáris, magasabb fokú interpolációs és approximációs módszerek egy modellen belüli keverése, pontonkénti szabályozása.

A geoinformatikában sokszor több millió ponttal dolgozunk, de nem egyszerre. Mindig csak egy kisebb részt nézünk meg közelebbről, vagy egy átnézeti képet kérünk a területről. A megfelelő térbeli indexeléssel és szűréssel elérhető, hogy csak néhány ezer pontot kelljen egy időben feldolgozni. Természetesen ehhez a felületillesztésnek is igazodni kell, vagyis alapvető igény a hatékony működés mellett a lokális és adaptív megvalósítás.



5. ábra. Butterfly eljárás elve



6. ábra. Módosított Butterfly eljárás elve

A geoinformatikában gyakran használt térbeli interpolációs módszerektől eltérően a vektor-skalár függvény (z=f(x,y)) helyett itt valódi térbeli megvalósítás is igényként szerepel, melynek segítségével barlangok, tereptárgyak is modellezhetők. Szerencsére ezt a rekurzív osztott felületek azonnal biztosítják. A módszer C_1 folytonosságot biztosítson, mesterséges alakzatoknál a C_0 folytonosság a követelmény.

Az igények felvázolása után nézzük lépésről-lépésre az interpolációt, approximációt, mesterséges tereptárgyak modellezését, az adaptív és lokális lehetőségeket. Ennél a felületillesztésnél is, mint minden geoinformatikai térbeli interpolációnál, a kiindulás egy szabálytalan ponthalmaz. A pontok térbeli koordinátái mellett (x, y, z) pontonként egy α értéket is bevezetünk, valamint a pontokhoz azok normálvektorait (n_x , n_y , n_z) is tároljuk.

Az α érték a következőképpen szabályozza a lineáris, harmadfokú interpoláció és az approximáció alkalmazását az adott pontban:

- approximáció: $-1 < \alpha < 0$,
- lineáris interpoláció: $\alpha = 0$,
- harmadfokú interpoláció: $0 < \alpha < 1$.

A ponthalmazra először egy szabálytalan háromszöghálózatot illesztünk és a háromszögek közötti kapcsolódásokat (*topológiát*) is megfelelően kialakítjuk (7. ábra). A háromszög topológia segít a normálvektorok számításában és a rekurzív felosztásban is (Czimber, 2002). A rekurzív felületosztás több lépésből áll. Minden lépésben a háromszögek oldalain élpontokat veszünk fel, amelyek négy részháromszögre osztanak minden egyes háromszöget. Egy lépésen belül az első fázis az interpoláció, melynek során meghatározzuk az új élpontokat. A második fázis az approximáció, mely a meglévő csúcspontokat módosítja az új élpontok alapján. Az approximációs fázis kihagyható. Csak approximáció esetén az új élpontok számítása leegyszerűsödik a két szomszédos csúcspont átlagolására.



7. ábra. Kiindulási háromszöghálózat rekurzív felosztása és a háromszög topológia

3.1 Interpoláció

Az interpoláció a rekurzív felületosztás egy lépésének első fázisa. Közismert tény, hogy az interpoláció kényes az anomáliákra, felnagyítja az apró hibákat. A Butterfly felosztási sémánál gondot okoz a háromszögháló szabálytalansága. A módosított Butterfly eljárás azonos méretű háromszögeket feltételez. Ezeket a hátrányokat úgy lehet áthidalni, ha a szomszédos csúcspontok súlyozása helyett a csúcspont normálvektorát használjuk. A csúcspont normálvektora a csúcshoz kapcsolódó háromszöglapok normálvektorából számítható egyszerű vagy súlyozott átlagolással.

A csúcspont térbeli koordinátái és normálvektorai alapján a csúcsok közötti él középpontja egy B-spline görbe alapján számítható (Boor 1978). A görbét úgy állítjuk fel, hogy az α érték szabályozza az interpoláció feszességét. Ha értéke nulla, akkor lineáris interpolációt használunk, különben harmadfokú B-spline interpolációt. Az interpoláció menetéről és a jelölésekről tájékoztat a 8. ábra.

Az interpoláció első lépése a P_0 és P_3 pontok meghatározása:

$$s_1 = \boldsymbol{n}_1 (\boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1), \qquad (4)$$

$$s_2 = \boldsymbol{n}_2 (\boldsymbol{p}_1 - \boldsymbol{p}_2), \tag{5}$$

$$\boldsymbol{p}_0 = 2(\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{s}_1 \boldsymbol{n}_1) - \boldsymbol{p}_2, \qquad (6)$$

$$p_3 = 2(p_2 + s_2 n_2) - p_1.$$
 (7)

B-Spline görbe felírása a középső pontra α_1 és α_2 felhasználásával:

$$\boldsymbol{p} = \frac{1}{8}\boldsymbol{p}_1 + \frac{3}{8}(\boldsymbol{p}_1 + (\boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_0)\boldsymbol{\alpha}_1/2) + \frac{3}{8}(\boldsymbol{p}_2 + (\boldsymbol{p}_1 - \boldsymbol{p}_3)\boldsymbol{\alpha}_2/2) + \frac{1}{8}\boldsymbol{p}_2.$$
(8)

Ebből a négy pontra (P_0 , P_1 , P_2 , P_3) a paraméterek egy vektorban is felírhatók:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -3/16\alpha_1 & (3\alpha_1 + 8)/16 & (3\alpha_2 + 8)/16 & -3/16\alpha_2 \end{bmatrix}.$$
 (9)



8. ábra. Interpolációban használt jelölések

A súlyok különböző α értékeknél a következők:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 1/3; \quad \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -1/16 & 9/16 & 9/16 & -1/16 \end{bmatrix},$$
 (10)

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 2/3$$
: $v_2 = \begin{bmatrix} -2/16 & 10/16 & 10/16 & -2/16 \end{bmatrix}$, (11)

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 3/3$$
: $v_3 = \begin{bmatrix} -3/16 & 11/16 & 11/16 & -3/16 \end{bmatrix}$. (12)

Az ismételt felosztás miatt szükségünk lehet a *P* pontban a normálvektorra. A B-Spline görbe alapján az irányvektor számítása a középső pontra az alábbi paraméterekkel számítható:

$$\mathbf{v}' = [3/8\alpha_1 \quad (3\alpha_1 - 12)/8 \quad (12 - 3\alpha_2)/8 \quad -3/8\alpha_2].$$
 (13)

Az irányvektor a v' vektor segítségével számítható:

$$\boldsymbol{i} = \boldsymbol{v}' \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_0 & \boldsymbol{p}_1 & \boldsymbol{p}_2 & \boldsymbol{p}_3 \end{bmatrix}^T .$$
(14)

Az irányvektorból két vektoriális szorzattal a középpont normálvektora számítható:

$$\boldsymbol{n} = ((\boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1) \times (\boldsymbol{n}_1 + \boldsymbol{n}_2)) \times \boldsymbol{i} .$$
(15)

Az interpoláció eredményét mutatja a 9. ábra a kiinduló hálózattal.

3.2 Approximáció

Az approximáció a rekurzív felületosztás egy lépésének második fázisa. Az approximáció egy átlagoló szűrő (*low-pass filter*), nem kényes az anomáliákra, elmossa a kisebb hibákat. Approximáció esetén α értéke –1…0 közötti. Nulla esetén az interpoláció lineáris, ezáltal folyamatos az átmenet az interpoláció és az approximáció között, mely pontonként szabályozható. Az interpolációs fázisban az approximációs csúcspontoknál α értéke nulla. Az élpont számításnál az α értékek is átlagolódnak. Az approximációs lépésben a csúcspontok koordinátái változnak az újonnan meghatározott kapcsolódó élpontok alapján. Az új csúcspont (*P*') a régi csúcspont (*P*) és *n* számú kapcsolódó élpont (*E_i*) alapján a következőképp számítható:

$$\boldsymbol{p}' = (1+\alpha)\boldsymbol{p} - \alpha \frac{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{e}_i}{n} \quad . \tag{16}$$

Az approximáció eredményét mutatja a 10. ábra a kiinduló hálózattal.



9. ábra. Interpoláció eredménye a kiindulási hálózattal



10. ábra. Approximáció eredménye a kiindulási hálózattal

3.3 Éles felületelemek

Éles felületelemek definiálásához a pontonkénti α értéket nullára kell állítani. Él definiálásához az él két pontjában kell nullára állítani α értékét. Ebben az esetben az új élpont a két csúcspont átlaga lesz. Síkfelület megadásához a felületet háromszögekre kell bontani. Az egyes háromszögek csúcspontjaiban α értéke nulla. Kényszerített háromszög lefedéssel biztosítható, hogy legyen él a két olyan pont között, amely egy törésvonalat definiál. A rekurzív felosztás ezt a kényszerített hálózatot nem változtatja meg. Az éles felületelemek csúcspontjait az approximáció nem változtatja meg.

3.4 Adaptív felosztás

Geoinformatikai rendszerekben gyakori, hogy a felosztást különböző mértékben kell elvégezni. Térbeli nézetnél a közeli háromszögeket többször, míg a távoli háromszögeket egyszer sem kell felosztani. Az adaptív felosztás lényege, hogy a felosztás mélysége a hálózaton belül változik. A felosztás mélységét szabályozhatja a távolság a nézőponttól, a megjelenített háromszög mérete, vagy a háromszög normálvektorainak eltérése. Ha a háromszög normálvektorai által kifeszített térbeli háromszög területe egy ε értéknél kisebb, akkor nincs további felosztás. Az adaptív felosztásnál arra kell figyelni, hogy ahol egy háromszöget részekre bontottunk ott a szomszédos, kapcsolódó háromszög ti s fel kell bontani. Ezért fontos a megfelelő háromszög topológia kialakítása. A felosztást úgy célszerű három lépésben elvégezni, hogy mindig a hosszabb oldallal kezdünk. A felosztások után 2, 3 vagy 4 új háromszög keletkezik.

3.5 Lokális felosztás

Geoinformatikai rendszerekben nem ritka az 1 millió háromszögből (11. ábra) álló adatállomány feldolgozása. Ilyen méretű adathalmaznál a rekurzív felosztás memóriaigényes. A háromszögek száma egy felosztást követően négyszeresére növekszik. Négy felosztási lépés után 4^4 =256-szorosára növekedhet a háromszögek száma. Ezért célszerű egy olyan módszert kidolgozni, mely a háromszögön belül végzi el a felosztást futásidőben. Egy háromszög rekurzív felosztása után az ideiglenes háromszögek feldolgozhatók, kirajzolhatók, majd törölhetők. Mivel a bemutatott módszer a csúcspontok koordinátáit, az α értékeket és normálvektorokat használja, ezért a felosztást háromszögön belül is elvégezhetjük. Nem kell megőrizni az egyes felosztási lépések háromszögeit. A lokális felosztást az adaptív felosztás szabályaihoz lehet igazítani.



11. ábra. 1 millió háromszög lokális felosztása és megjelenítése a kifejlesztett eljárással

4 Összefoglalás

Célkitűzések alapján összeállt egy általánosan használható, lokálisan vezérelhető, interpolációra és approximációra is képes rekurzív felületmodellezési eljárás, mely az adaptív és lokális módszereknek köszönhetően gyors és kis memóriaigényű. A lokális vezérlésnek köszönhetően alkalmas a geoinformatikai rendszerekben a tereptárgyak és a mesterséges domborzati alakzatok modellezésére is. A módszer ezen kívül a geoinformatikában leginkább jellemző teljesen szabálytalan elhelyezkedésű és változó sűrűségű ponthalmazokra is használható.

A kutatás során egy program is készült az eredmények teszteléséhez és térbeli megjelenítéséhez C++ nyelven, DirectX környezetben, mely valós időben képes 1 millió háromszöget is felosztani és térben megjeleníteni. A kutatást még nem lehet lezártnak tekinteni. Az eljárást további mintaállományokon kell tesztelni, pontosságvizsgálatokat kell végezni, az adaptív és lokális módszereket tovább lehet finomítani. Az elkészült eljárást egy geoinformatikai rendszerbe célszerű ágyazni, ahol interaktív felületmodellező eszközökkel kell kiegészíteni (*approximáció, interpoláció szabályozása pontonként, régiónként, deformációs és földmunka eszközök*).

Köszönetnyilvánítás. Köszönetet mondok mindkét munkahelyemnek, mint a kutatás közvetlen támogatóinak: NYME EMK FTT, DigiTerra Kft.

Hivatkozások

- Akima H (1978): A Method of Bivariate Interpolation and Smooth Surface Fitting for Irregularly Distributed Data Points. ACM, New York, 4(2).
- Catmull E, Clark J (1978): Recursively generated b-spline surfaces on arbitrary topological meshes. Computer Aided Design, 10, 350–355.

Boor C (1978): A Practical Guide to Splines. Springer-Verlag.

- Czimber K (2002): Geoinformatikai algoritmusok az erdészetben. Doktori Phd Értekezés, Sopron.
- **Dyn N, Levin D, Gregory J A** (1990): A butterfly subdivision scheme for surface interpolation with tension control. ACM Transactions on Graphics, 9(2), 160–169.
- Kobbelt L (1996): Interpolatory subdivision on open quadrilateral nets with arbitrary topology, in: Proceedings of Eurographics, 96, 409–420.
- Kovács Z (2011): Számítógépes geometria, Kelet-Magyarországi Informatika Tananyag Tárház, Debrecen.
- Loop C (1987): Smooth subdivision surfaces based on triangles. Masters Thesis, University of Utah, Dept. of Mathematics.
- Zorin D, Schroder P, Sweldens W (1996): 'Interpolating subdivision for meshes with arbitrary topology', Paper presented in the proceedings of the Computer Graphics, 96, 189–192.

KÁLMÁN-SZŰRÉS ALKALMAZÁSA ÉPÜLETEN BELÜLI ÉS KÜLTÉRI MÉRÉSEKRE

Kertész Imre^{*}, Barsi Árpád^{*}

Using Kalman-filtering for indoor and outdoor measurements – Kalman-filtering is a generally used technology for processing time-dependent measured quantities. The mathematical basics of the methodare presented in the paper, and then it is applied for processing indoor inertial measurements. This is followed by common handling of different sensors (sensor fusion), and examples are shown through outdoor GPS and inertial measurements. Some accuracy measures are also derived in the paper.

Keywords: Kalman-filter, inertial navigation, GPS, IMU, sensor fusion

A Kálmán-szűrés általánosan elterjedt módszer időben változó mért mennyiségek feldolgozására. A cikkben ismertetjük a módszer matematikai alapjait, majd épületen belül végzett inerciális mérések feldolgozására alkalmazzuk. Ezt követően bemutatjuk a különböző mérőeszközök együttes kezelésének (sensor fusion) módját, melyet konkrét kültéri GPS és inerciális mérések kapcsán alkalmazunk. Cikkünkben kitérünk a pontossági mérőszámokra is.

Kulcsszavak: Kálmán-szűrő, inerciális navigáció, GPS, IMU, szenzorok együttes kezelése

1 Bevezetés

A mobil térképező rendszerek egyre nagyobb térnyerésével a hordozó jármű pozíciójának minél pontosabb meghatározása is előtérbe került. Kezdetben a pozícionálást pl. odométerrel és GPS-szel oldották meg, de ezek az eszközök már nem elég pontosak a modern rendszerekhez, amelyek lézer-szkennerrel vagy esetleg nagyfelbontású kamera rendszerekkel is fel vannak szerelve. Lézerszkennerrel nyert adatok esetén a mért pozíciók pontosságának deciméter alattinak kell lennie, valamint a szkenner térbeli helyzetét is ismerni kell a pontfelhő kiértékeléséhez. Ehhez a feladathoz már nem elég egy egyszerű GPS vevő, pontosabb eszközökre van szükség, melyek segítségével pl. a szkenner térbeli helyzetét meg lehet határozni. A piacon kapható, felső kategóriás inerciális eszközök alkalmasak erre a feladatra, a segítségükkel a pozíciók pontosságát és sűrűségét is növelni lehet. A különböző szenzorok együttes használata Kálmán-szűrő segítségével valósítható meg.

A belépő szintű műszerek árának csökkenésével és az olcsó, moduláris MEMS (Micro-Electro Mechanical System) típusú szenzorok megjelenésével az inerciális technológia egyre szélesebb körben alkalmazható. Sok esetben a pontosabb műszerek használata nem lehetséges (pl. méretük miatt), azonban a minél nagyobb elérhető pontosság ezekben az esetekben is fontos lehet.

A Kálmán-szűrővel elérhető pontosság javítható különböző módokon, amelyek a belépő-szintű műszerek alkalmazási lehetőségeit is javítják. Ezek lehetnek például:

- 1. az IMU mérési adatainak wavelet-alapú zajszűrése (a Kálmán-szűrővel meghatározott a pozíció és a térbeli elhelyezkedést leíró adatok pontossága növelhető),
- 2. a szenzorhibák jobb modellezése (Allan-variancia és/vagy spektrális teljesítmény-sűrűség analízissel),
- több szenzor együttes használata esetén az EKF-től különböző, nem lineáris szűrők alkalmazása, pl. UKF (Unscented Kalman Filter) vagy EPF (EKF + PF, Extended Kalman Filter + Particle Filter).

Habár a felsorolt módszerek alkalmazásával növelhető a helyzet- és a helymeghatározás pontossága, a belépő-szintű műszereket továbbra is csak kisebb pontosságot igénylő feladatoknál alkalmazzák (Yi 2007).

2 A Kálmán-szűrés

A magyar születésű R. E. Kalman (Kálmán Emil Rudolf) szabályozás- és irányítástechnikával foglalkozott a *Research Institute for Advanced Studies* intézet kutatójaként 1960-61-ben. Richard S. Bucy segítségével dolgozta ki a matematikai statisztikai szűrés elméleti alapját, és ezen keresztül a nemlineáris diszkrét rendszerek állapotterére alkalmazható matematikai eljárás, a Kálmán-szűrő elvét. (http://hu.wikipedia.org/wiki/Kálmán_Rudolf_Emil, 2011-11-03).

A nemlineáris rendszerként leírható navigációban a Kálmán-szűrés véletlen zajjal terhelt megfigyelések felhasználásával számítja rekurzívan az eredményeket. A lineáris legkisebb négyzetes becslő eljárás képes a különböző típusú, frekvenciájú és pontosságú mérések feldolgozására, így különböző szenzorok együttes használata is megvalósítható a segítségével.

A Kálmán-szűrő hatékony iteratív megoldás a lineáris kvadratikus Gauss-féle szabályozási problémára. Iteratív, mert az előző időpillanatban becsült állapot és az aktuális mérések alapján határozza meg a jelen állapot leírását. A szűrőhöz a hiba kovariancia mátrixát is meg kell határozni, illetve a kezdeti állapotra a rendszerváltozók mellett ezt is ismerni kell.

A Kálmán-szűrő feltételezi, hogy adott egy dinamikus rendszer, amelynek időben változó bemenetei (gerjesztései) és működésének megfelelő kimenetei (válaszai) vannak. Egy rendszernél általában több bemenet (P számú) és kimenet (R számú) van, ezért ezeket vektoros formában szokás megadni u ill. y jelöléssel.

A dinamikus rendszer a bemenetekre a következő kifejezés alapján számítja a válaszokat:

$$y = C x + D u + v , \qquad (1)$$

ahol x a rendszer állapotvektora, mérete N, C és D mátrixok méretei $Q \times N$ és $Q \times P$. Az (1) kifejezés a rendszer válaszegyenlete. A megfigyeléseket természetesen zaj is terheli (v), amelyről feltételezzük, hogy normális eloszlású és az átlaga zérus.

A rendszer az állapotvektor megváltozását is kezeli az ún. állapotegyenlet segítségével:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}\,\mathbf{x} + \mathbf{B}\,\mathbf{u} + \mathbf{w} \,. \tag{2}$$

Az egyenletben x' az állapotvektor változása, A mátrix pedig a rendszer állapotátmenet mátrixa, más néven rendszermátrixa. A mérete $N \times N$, B ekkor $N \times P$ méretű. Az állapotegyenletet is terheli zaj (w), amiről szintén feltételezzük, hogy normális eloszlású és zérus várható értékű.

A Kálmán-szűrőnek két jól elkülöníthető lépése van:

- 1. becslés,
- 2. korrekció.

Más megközelítésben a két fő lépés az időbeli és a mérés szerinti frissítés. A szűréshez szükséges további egyenleteket az érdeklődő megtalálhatja a szakirodalomban (Fodor 2006, Lantos 2005).

2.1 Kálmán-szűrés egyenes vonalú mozgás esetén

A legegyszerűbben elkészíthető, helymeghatározásra használható Kálmán-szűrő, egyenes vonal mentén alkalmazható pozícionálásra. Ekkor a mozgás irányába mutató tengely mentén mért gyorsulásértékek felhasználásával határozható meg a kezdőponttól megtett távolság.

Ebben az esetben feltételezzük, hogy súrlódásmentes a közeg és a műszer egyenes vonalú mozgást végez. A kísérlethez a BME központi épületének hosszú folyosóján történtek a gyorsulásmérések a Crossbow cég NAV420CA-100 belépő-szintű műszerével, amely *angle* üzemmódban működött (ebben a módban működik tisztán inerciális műszerként az amúgy GPS vevőt is tartalmazó eszköz). Az IMU (Inertial Measurement Unit, inerciális mérőegység) egy kézikocsira volt rögzítve, és a teljes mérés során a kocsihoz képest mozdulatlan volt. A műszer 100 Hz-es, a rögzített értékek között az időkülönbség csak tízezred másodpercekben tért el, így az időkülönbséget konstans 0,01 snak tekinthetjük. A kezdeti pozícióban a sebesség 0 m/s volt. A mérés során a műszer rögzítette a mérés idejét, a három gyorsulás-komponenst és a három szög-, illetve szögváltozás-komponens értékét. A gyorsulás, a sebesség és az elmozdulás közötti összefüggések alapján a szűrő egyenletei felírhatók (ismertetésüktől terjedelmi okból eltekintünk).

A nyers mérési eredményekből számított sebességek és elmozdulások a valós értékektől jelentősen eltérnek (1. ábra). A műszerhibák egymásra halmozódása miatt a gyorsulásértékekből számított sebességek nem állandók, hanem növekvő tendenciát mutatnak, ennek megfelelően a megtett távolság is négyzetesen növekszik.

Kálmán-szűrő segítségével – melynek a paramétereit empirikus úton határoztuk meg – a 2. ábrán látható grafikonok adódnak. A felső grafikonon látható sebességek 1,1 m/s körüli értékek, amelyek már megfelelnek a valóságnak. Az elmozdulás értékeket ábrázoló görbe a viszonylag állandó sebességnek megfelelően közel lineáris növekedést mutat. A szűrés segítségével számított elmozdulás 178 m, ami a mérés során megtett távolságtól (180 m) mindössze 1%-ban tér el.

A kísérlet jól mutatja, hogy a legegyszerűbb Kálmán-szűrő használatával már egy alsó kategóriás (belépő szintű) IMU is alkalmas lehet önállóan pozicionálásra, kisebb pontosságot igénylő – pl. térinformatikai – feladatokhoz. Természetesen a helymeghatározást csak kisebb távolságokon szabad önálló IMU-val végezni.



1. ábra. Nyers mérési eredményekből számított sebesség és elmozdulás grafikon



2. ábra. Kálmán-szűrés segítségével számított sebesség és elmozdulás grafikon

3 Kiterjesztett Kálmán-szűrő (Extended Kalman-filter)

Az inerciális műszereket navigációra általában nem önállóan használják, hanem valamilyen abszolút pozicionáló rendszerrel (pl. GPS) együtt. Ekkor a két műszer által mért adatok együttes kezelésére van szükség. Erre a feladatra is alkalmas a Kálmán-szűrő.

A 2. fejezetben ismertetett Kálmán-szűrő válasz- és állapotegyenlete a bemenetek és válaszok, valamint a rendszerváltozó lineáris összefüggésekor igazak. Különböző szenzorok méréseinek együttes kezelésekor ez sajnos nem teljesül, ezért kell az ún. kiterjesztett Kálmán-szűrőt használni (Grewal és Andrews 2008). A nemlineáris állapotegyenlet az alábbi módon alakul:

$$x'(t) = F[x(t), u(t)].$$
 (3)

A válaszegyenlet a következő lesz:

$$\mathbf{y}(t) = G[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)]. \tag{4}$$

A két fenti kifejezésben lévő F és G függvények vektor-vektor leképezések. A linearizálással (Taylor-sorból) kapott A együttható mátrix például a következőképpen alakul:

$$A(t) = \frac{\partial F(x(t), u(t))}{\partial x(t)}.$$
(5)

A többi mátrixot illetve azok részletezését ismét terjedelmi okból – az irodalomra hivatkozva – elhagyjuk. Az így felírt Kálmán-szűrőt használhatjuk GPS és IMU mérések együttes kezelésére.

3.1 Szenzorok együttes kezelése kiterjesztett Kálmán-szűrő használatával

Az együttes méréseknél a gyorsulások és elfordulási szögek mérése a Crossbow cég AHRS400CB műszerével történt, amelynek a névleges működési frekvenciája 56 Hz. A korábban már említett NAV420CA-100 műszer volt a GPS vevő (a műszer tartalmaz egy 4 Hz-es GPS vevőt; sajnos GPS koordináták mérésekor nem tud gyorsulásokat is mérni). A tesztmérések során a bejárt útvonalat a két műszer egyszerre rögzítette, a Kálmán-szűrés segítségével számított trajektóriák az adatok utólagos feldolgozásával készültek.

A szűrő létrehozásakor a lehető legegyszerűbb modellt alkalmaztuk. A rendszer állapotvektora ekkor hételemű: x, y, x', y', x'', y'' és φ értékekből áll. Az állapotegyenlet a fizikából ismert elmozdulás-sebesség-gyorsulás közötti összefüggések felhasználásával írható fel a k. időpillanatra:

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ x'_k \\ y'_k \\ y'_k \\ y'_k \\ \varphi'_k \\ \varphi'_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta t & 0 & \frac{\Delta t^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta t & 0 & \frac{\Delta t^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ y_{k-1} \\ y'_{k-1} \\ y'_{k-1} \\ \varphi'_{k-1} \end{bmatrix}.$$
(6)

Belátható továbbá, hogy a mérőjármű tengelyébe eső au, a rá merőleges av gyorsulásokkal, a jármű φ irányszögével az állapotvektor változására felírható egyik megfigyelési egyenlet a k. időpillanatra:

$$x'_{k} = x'_{k-1} + (au_{k} \cdot \sin \varphi_{k} + av_{k} \cdot \cos \varphi_{k}) \cdot \Delta t .$$
(7)

Ehhez hasonlóan írható fel az alábbi összefüggés az elmozdulásra:

$$x_{k} = x_{k-1} + x'_{k-1} \cdot \Delta t + \left(au_{k} \cdot \sin\varphi_{k} + av_{k} \cdot \cos\varphi_{k}\right) \cdot \frac{\Delta t^{2}}{2}.$$
(8)

Az összes felírt egyenletnél fel kell tételeznünk, hogy a sorbafejtéssel levezetett együttható-mátrixokba helyettesített értékekhez képest a valóságban bekövetkező változások igen kicsinyek. Szerencsére a mérésnél alkalmazott viszonylag nagy frekvencia és a mozgás egyenletessége ezt biztosítja.

A két szenzor tehát az IMU és a GPS. Előbbi mérései a gyorsulások és a jármű irányszöge. A gyorsulások azonban nem a koordináta-rendszer tengelyeivel párhuzamos, hanem a járműhöz kötött rendszerben értendők. A (7) és (8) kifejezések nemlinearitása ezért a gyorsulásmérő műszer megfigyeléseinek C együtthatómátrixában fog jelentkezni.

A gyorsulásmérés megfigyelési egyenlete ezek alapján a következő lehet:

$$\begin{bmatrix} au_k \\ av_k \\ \varphi m_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \sin \varphi_k & \cos \varphi_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \varphi_k & -\sin \varphi_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ x'_k \\ y'_k \\ y'_k \\ \varphi_k \end{bmatrix}.$$
(9)

A GPS-méréshez rendelhető megfigyelési egyenlet lineáris:

$$\begin{bmatrix} sx_k \\ sy_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ x'_k \\ y'_k \\ y'_k \\ y''_k \\ \varphi_k \end{bmatrix}.$$
 (10)

Az A együtthatómátrix relatíve egyszerű, tehát a derékszögű rendszerben felírt állapotvektornak köszönhetően B és D együttható mátrixok az alkalmazott rendszernek köszönhetően kiesnek.

A fenti összefüggések leírják azt a modellt, amit a Kálmán-szűrőben kezelni fogunk. Már csupán a vezérlő paraméterek megadása szükséges. Az egyszerűség szem előtt tartása okán itt a rendszert terhelő zajokat egy 7-elemű diagonálmátrixban adtuk meg, feltételezve, hogy a rendszer állapotvektorának elemei egymástól független mennyiségek. Értéküket a gyakorlatban megkapott távolságok, sebességek és gyorsulások nagyságához igazítottuk empirikusan. A válaszegyenletekhez tartozó mérési zajok esetében hasonló eljárással függetlennek feltételezett gyorsulások, szög- és pozíciómérések esetén 3-, illetve 2-elemű diagonálmátrixokat használtunk – szintén empirikusan beállított paraméterekkel.

Az eredményül kapott trajektória látható a 3. ábrán. Az ábra bal oldalán a GPS mérések trajektóriája, a jobb oldalon pedig a beállított paraméterekkel kapott eredmény látható, mely az összes mérést tartalmazza.

A GPS jel elvesztésekor (pl. alagútban való haladás esetén) a helymeghatározás csak IMU segítségével végezhető. A GPS mérésből a jelkimaradás szimulálására a körforgalom egyik részén a számításnál nem vettük figyelembe 50 GPS pont koordinátáit, ezért azon a szakaszon a jármű pozíciójának meghatározásához csak INS (Inertial Navigation System, inerciális navigációs rendszer) méréseket használhatott a szűrő. A Kálmán-szűrő a pozíciók hiányában a gyorsulás- és szögadat



3. ábra. GPS és INS méréseket tartalmazó adatsor feldolgozásából kapott trajektóriák

felhasználásával némi kipörgésen (a körből balra kirepülő "csóva") keresztül szolgáltatja az eredményt. A 4. ábrán látható a GPS mérések szimulált kiesését korrigáló változat.

Az inerciális egység pontosságának, és a szűrőben használt egyszerű modellnek az ismeretében azonban ez az eredmény elfogadhatónak mondható. Természetesen nagyobb pontosságú inerciális berendezéssel ez a kirepülő hatás jóval mérsékeltebb lenne ugyanezzel a szűrővel.

A 4. ábra jól illusztrálja, hogy a gyorsulásmérések segítségével hogyan lehet a jármű számított helyzetét eleinte (rövid ideig) a megfelelő irányba terelni és ott tartani, de aztán a GPS "megerősítő" hatásának elmaradása végül hogyan vezet a trajektória útról történő "lerepüléséhez" (ez látható kinagyítva a 4. ábra jobb oldalán).

A számításhoz tartozik az állapotvektor kovariancia értékeinek levezetése is. Számunkra a hely (a pozíció) kovarianciáihoz tartozó GPS és INS értékek ábrázolásán keresztül érzékelni lehet a két műszer eltérő mérési pontosságát (5. ábra). Az inerciális műszer kovariancia ábráján az u a jármű haladási irányával párhuzamos, a v pedig a rá merőleges műszer koordináta-tengelyt jelöli.

A GPS/INS műszeregyüttes mérési adatainak feldolgozásakor a Kálmán-szűrő intenzíven dolgozik. Ennek jó példáját adja a körforgalomban megfigyelhető szűrő-együttható (Kálmán nyereség, Kalman-gain) időbeli alakulása, amely a 6. ábrán látható.

A Kalman-gain nagysága határozza meg, hogy mekkora hatással lesz a mérési adat a becslésre. A körben haladó járműre vetülő szabályos periodikus függvényhez hasonló gain-ábra (az ábrán látható, hogy az ábra mekkora szakasza tartozik egy teljes körhöz a körforgalomban) is a modell helyességét támasztja alá.



4. ábra. A kimaradó GPS-méréseket tartalmazó adatsor feldolgozásából kapott trajektória



5. ábra. A számítás pozícióra vonatkozó kovariancia-értékei az INS és a GPS eszközök esetében



6. ábra. A számítás pozícióra vonatkozó Kalman-gain értékek az INS eszköz esetében

4 Összefoglalás

A cikkben bemutatott eredmények alapján kijelenthető, hogy egy alsó kategóriás IMU is hasznos segédeszköz lehet, akár épületen belüli navigációban önállóan használva, akár épületen kívül abszolút helymeghatározó rendszerek (pl. GNSS) kiegészítéseként, ha az adott feladatnak megfelel a kisebb elérhető pontosság. Navigáció esetén természetesen hosszabb ideig nem használhatók önállóan ezek az olcsó inerciális műszerek, mert a bennük található gyorsulásmérők és giroszkópok torzítása, valamint véletlen bolyongása miatt a pozíciók hibája rövid idő alatt sokszorosára nőhet.

Köszönetnyilvánítás A munka szakmai tartalma kapcsolódik a "Minőségorientált, összehangolt oktatási és K+F+I stratégia, valamint működési modell kidolgozása a Műegyetemen" c. projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A projekt megvalósítását az ÚMFT TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-0002 programja támogatja.

Hivatkozások

Grewal M S, Andrews A P (2008): Kalman Filtering. Theory and Practice Using Matlab. Wiley, Hoboken New Jersey. 575. Fodor Gy (2006): Jelek és rendszerek, Műegyetemi Kiadó, Budapest. 470.

Lantos B (2005): Irányítási rendszerek elmélete és tervezése I-II. Akadémiai Kiadó, Budapest. 491,486.

Yi Y (2007): On Improving The Accuracy and Reliability of GPS/INS-based Direct Sensor Georeferencing, Doktori disszertáció, Ohio-i Állami Egyetem. 237.

GNSS ÉS GSM ALAPÚ HELYMEGHATÁROZÁS INTELLIGENS KÖZLEKEDÉSI RENDSZEREKBEN

Lovas Tamás^{*}, Takács Bence^{**}, Berényi Attila^{*}, Kertész Imre^{*}, Barsi Árpád^{*}

GNSS and GSM based positioning in intelligent transport systems – The Department of Photogrammetry and Geoinformatics (BME) is participating in the FP7 project SafeTRIP (Satellite Applications For Emergency handling, Traffic alerts, Road safety and Incident Prevention) with total research effort of \notin 11.5M, involving 20 partners. Its primary goal is efficiently applying S-band satellite based communication to support intelligent transportation systems. Besides the communication issues, the project also focuses on the positioning solution. The applicable GNSS technology (e.g. GPS + GLONASS) has to be investigated according to the particular transportation applications, while technologies focusing on accuracy improvements (e.g. EGNOS or using RTK receivers) are also to be considered. Certain applications require location data even in areas where no GNSS is available (urban canyons, tunnels, etc.); in these cases the potential of GSM-based positioning is to be analyzed. In application-oriented approach, the optimal solution has to be researched, considering issues such as costs, coverage, accuracy, integrity.

Keywords: GNSS, GSM, positioning, ITS

A BME Fotogrammetria és Térinformatika Tanszéke az EU 7-es keretprogramján belül a SafeTRIP (Satellite Applications For Emergency handling, Traffic alerts, Road safety and Incident Prevention) projekt egyik résztvevője. A 20 résztvevős, 11,5 millió Euro költségvetésű projekt fő célja a kétirányú S-band műholdas kommunikációs megoldás kifejlesztése intelligens közlekedési rendszerek (ITS) számára. A kommunikáción kívül a projekt hangsúlyt helyez a helymeghatározó alrendszerre. Vizsgálandó, hogy az adott közlekedési alkalmazásokhoz milyen GNSS megoldás javasolt (pl. GPS + GLONASS), igény esetén hogyan növelhető a pontosság (pl. EGNOS), de olyan új fejlesztések is szóba kerülnek, mint a műholdas RTK. Alkalmazástól függően szükség lehet kiegészítő, nem GNSS alapú helymeghatározásra, mely területen a GSM-alapú helymeghatározást vizsgáljuk (városi kanyonok, alagutak, stb.). Az alkalmazás orientált megközelítésben az optimális megoldást kell megtalálni olyan peremfeltételek mellett, mint a költségek, területi lefedettség, pontosság, integrálhatóság.

Kulcsszavak: GNSS, GSM, helymeghatározás, ITS

1 Bevezetés

A BME Fotogrammetria és Térinformatika Tanszéke részt vesz a 2009 októberében indult SafeTRIP (Satellite Applications For Emergency handling, Traffic alerts, Road safety and Incident Prevention) nevű FP7-es projektben (http://www.safetrip.eu, 2011-01-24). A projektben 6 ország 20 résztvevője dolgozik az intelligens közlekedési rendszereket támogató kommunikációs és helymeghatározási megoldásokon. A projekt fő célja az Eutelsat (a projekt technikai koordinátora) W2A műholdja S-sávjának használata kétirányú adatközlésre, mely a jármű-jármű és a járműinfrastruktúra közötti kommunikációt segítené.

A kommunikáción kívül a projekt vizsgálja az ITS alkalmazásokhoz legjobban illeszkedő helymeghatározási eljárásokat különböző szempontok szerint. A helymeghatározás területén a Tanszék a következő munkafolyamatokban vállalt és vállal feladatot:

- felhasználói-, funkcionális- és rendszer-követelmények kidolgozása,
- helymeghatározási rendszer architektúra kidolgozása,
- értékelés, tesztelés.

A felhasználói követelményeknek, és az ezekből eredeztethető funkcionális követelményeknek legjobban a műholdas helymeghatározás felel meg, így a SafeTRIP rendszer helymeghatározási modulja GNSS alapú lesz. A lefedettség növeléséhez, valamint alacsony szintű helymeghatározási pontosságot igénylő alkalmazásokhoz a GSM-alapú helymeghatározás mellett döntött a konzorcium.

Mivel a fedélzeti egység kereskedelmi forgalomban lévő, működő műholdas rendszereken alapul, a helymeghatározási modulnak meg kell felelnie bizonyos rendszerkövetelményeknek, melyek a projekt jelen szakaszában még nem teljesen kidolgozottak. Ezért az adott feladatban a partnerünkkel (a lengyel PIAP intézettel) párhuzamosan különböző teszteket végeztünk, melyek segítségével az alábbi kérdésekre kerestük a választ:

- Mennyiben használható az RTK mérés városi környezetben? Mennyiben segíti az EGNOS és GLONASS jelek vétele a helymeghatározás területi lefedettségét és pontosságát?
- Mennyi időt vesz igénybe a teljes jelvesztés esetén a jel visszavétele (pozíció újbóli megtalálása) navigációs és RTK vevő esetén?
- Milyen pontosságú helymeghatározásra alkalmas a GSM technológia?

2 RTK-mérés városi környezetben, a GLONASS-mérések szerepe

Korábbi tapasztalataink alapján (Orosz 2004 és Ferencz 2007) cm pontos helymeghatározás városi környezetben, mozgó gépkocsival szinte reménytelen. A korábbi hasonló méréseink óta eltelt időben a vevők jelentősen fejlődtek, valamint a GLONASS-műholdak számának örvendetes gyarapodása miatt gyakran tapasztaljuk, hogy ma a cm pontos helymeghatározás olyan környezetben is biztosítható, melyben korábban erről álmodni sem mertünk.

További tapasztalatszerzés céljából ezért 2010. szeptember 29-én este újabb méréseket végeztünk. Az 1. ábra a bejárt útvonalat mutatja. A hátteret az Open Street Map (OSM) projektből vettük. Az útvonal egyik része Budapest belvárosában halad, sűrűn fedett környezetben. Egy másik része pedig az M1-M7 autópályák bevezető szakaszán, amely GNSS-mérések számára többé-kevésbé kedvező területet jelent.



1. ábra. A bejárt útvonal

A mérési felszerelés:

- Garmin GPS 60 navigációs vevő külső antennával, EGNOS korrekciók vételi lehetőségének bekapcsolásával.
- Topcon Hiper Pro geodéziai vevő, mely az RTK korrekciókat a GNSSnet.hu rendszerből kapta (VRS módszerrel, RTCM3.1 formátumban)). A műszer GPS- és GLONASS-jeleket egyaránt vett.
- Samsung Galaxy S mobiltelefon (Android OS)

A mérés időtartama 50 perc 44 másodperc volt. Az RTK-vevő az epochák valamivel több mint 92 százalékában volt képes valamilyen helymeghatározó adatot szolgáltatni. Az összes epocha 60 százalékában a ciklus-többértelműség feloldása egész számként sikerült (fix-megoldás), 16 százalékában "csak" valós számként (float-megoldás). Fix-megoldás esetén a vevő által becsült pontosság centiméteres, ugyanakkor float-megoldás esetén a becsült pontosság több méteres értéknek is adódott. A legnagyobb érték majdnem 20 méter. Az esetek 16 százalékában abszolút helymeghatározást végzett a vevőnk. A valódi hibákról sajnos nincs információnk, érdekes vizsgálat lenne a vevő által becsült pontosság és a valódi hiba összehasonlítása. Tapasztalataink szerint ez a két mennyiség a GNSS-mérések számára kedvező környezetben összhangban van. Sajnos kedvezőtlen környezetben, mint a városi kanyonokban végzett kinematikus mérések esetén, nincs tapasztalatunk.

Érdekes képet mutat a műholdak számának hisztogramja (2. ábra). A bal oldali hisztogram a csak GPS-műholdakra vonatkozó adatokat mutatja be, miszerint ötnél kevesebb GPS-műholdat a vevőnk az esetek 29 százalékában észlelt. A jobb oldali hisztogram szerint ugyanez az arány GPS-és GLONASS-műholdak esetén mindössze 8 százalék. A két hisztogram közötti különbség jól érzé-kelteti a GLONASS-műholdak vételének kedvező hatását. Megjegyezzük, hogy a BME permanens állomása a vizsgált időszakban 14-15 műholdat észlelt.

Jól ismert, hogy a műholdas helymeghatározásban nemcsak megfelelő számú műholdra, hanem azok kedvező geometriai elhelyezkedésére is szükség van. A műholdgeometria számszerűsítésére a különböző DOP-értéket használjuk. A szakirodalom szerint a kedvező PDOP-érték 6 alatti (Husti és társai 2000). Mérésünk során 6 alatti PDOP értéket kaptunk az esetek 84 százalékában. Megjegyezzük, hogy ugyanakkor a legnagyobb PDOP értéket majdnem 30. Az elméleti összefüggéseket mérésünk tapasztalatai is megerősítik. A 3. ábra a vevő által becsült pontosság és a PDOP közötti összefüggést mutatja be. Fix-megoldás esetén, vagyis amikor a becsült pontosság kedvezőbb, mint 10 cm, a PDOP értéke is 6 alatti. (Mindössze néhány olyan epochánk van, amikor a PDOP értéke a 6-os határértéknél valamivel nagyobb, de még mindig 8-nál kisebb és a megoldás fix.) És persze jól látható, hogy a kedvező műholdgeometria még nem elégséges feltétele a pontos helymeghatározásnak. A 3. ábráról még az is látszik, hogy legalább 9 látható műhold esetén a műholdgeometria már kedvező.



ábra. Az észlelt műholdak számának hisztogramja



3. ábra. A műholdgeometria, az észlelt műholdak száma és az RTK-vevő becsült pontossága közötti összefüggés

3 A jelvesztés időtartamának vizsgálata

A várost elhagyva, nyílt terepen is van példa a jelvesztésre, ilyen pl. autópályán a felüljárók alatti áthaladás. Ebben az esetben a vizsgálat célja megállapítani, hogy mennyi idő szükséges a vevőnek a jel újbóli vételére. Az M1/M7 autópályák közös bevezető szakaszán az Egérút 2x2 sávos felüljárója alkalmas helyszín ennek vizsgálatára. A 4. ábrán jelöltük a fix pozíciók helyét és kiemeltük a kimaradt szakaszokat feltüntetve a kimaradás időtartamát másodpercben.

A jelvesztések elemzése során azt az időt mértük, mely a műhold láthatóságot akadályozó tényező (felüljáró, épület) elhagyása és az újbóli fix pozíció meghatározása közt telt el. Az RTK-vevő esetén 28 olyan eseményt rögzítettünk, amikor a cm pontos helymeghatározás valamiért megszakadt (5. ábra). A leghosszabb kimaradás közel 5 percig tartott, ugyanakkor mindössze 6 olyan szakadást észleltünk, amelyek időtartama meghaladta az 1 percet. Ezt is igen kedvező eredménynek tartjuk. A teljes mérési útvonalon tapasztalt jelvesztéseket a következő térképen mutatjuk be.

4 Navigációs mérés városi környezetben, az EGNOS-korrekciók szerepe

A mérés során egy navigációs Garmin vevőt is használtunk. A vevő az összes epochában rögzített valamilyen pozíciót, az esetek 65 százalékában EGNOS korrekciókkal segített adatot (6. ábra). Az EGNOS-korrekciókat közvetítő geostacionárius pályán keringő műholdak Budapest területéről meglehetősen alacsony (25-35 fokos) magassági szög alatt látszódnak, emiatt városi környezetben nehézkes a jelek vétele.

A mérés idején az EGNOS működésében különösebb zavart nem tapasztaltunk a BME EGNOS monitorállomásán. A 7. ábrán a monitorállomáson tapasztalt vízszintes pozíció hibáit mutatjuk, vastag feketével a vevő által becsült, szürkével a valódi hiba értékét. Az ábra alapján joggal feltételezhetjük, hogy ideális környezetben, professzionális vevővel és antennával 2 m-nél kedvezőbb a vízszintes helymeghatározást terhelő pozíciók hibája EGNOS korrekciók vétele esetén.

Ezután összehasonlítottuk a geodéziai vevő és a navigációs vevő által meghatározott pozíciókat is. A vizsgálatba csak azokat az epochákat vontuk be, amikor a geodéziai vevőnek fix-megoldást sikerült elérnie. Az RTK-vevő adatait hibátlannak feltételezve vizsgálhatjuk a navigációs vevő pontosságát például úgy, hogy képezzük a két vevő által meghatározott pozíciók távolságát, majd ezt kivonjuk a két antenna ismert távolságából. Az így kapott eredmény jó közelítéssel a navigációs vevő által meghatározott vízszintes pozíció hibája. (Hasonlóan vizsgálható a magasság hibája is, de az intelligens közlekedési rendszerek szempontjából ez most kevésbé fontos.) Jelen mérések tapasztalatai szerint a vízszintes pozíció szórása 2,9 m körüli, az esetek 99 százalékában 10 m-nél jóval kisebb a hiba (8. ábra).



 ábra. Fix pozíció újbóli vételének vizsgálata felüljáró alatti áthaladáskor (a jelvesztések helyét kiemeltük)



5. ábra. Fix pozíció újbóli vételének vizsgálata a teljes útvonalon



6. ábra. Mérési pontok EGNOS korrekcióval és anélkül



7. ábra. Vízszintes pozíció becsült és valódi hibája a BME EGNOS monitorállomásán

5 GSM-mérés adatainak feldolgozása

A telefon által rögzített mérési eredmények a következő adatokat tartalmazták:

- időbélyeg,
- hálózat típusa (pl. UMTS) és szolgáltató (pl. T-mobile),
- LAC (Location Area Code adótornyok egy csoportjára vonatkozó területi kód),
- CID (Cell ID cella azonosító),
- jelerősség.

Ezekből az információkból első lépésben a GPS-vevők által meghatározott pozíció-információkat kellett összhangba hozni a cellainformációkkal, amihez a mindhárom műszer által rögzített időbélyegeket használtuk, így minden egyes, a Garmin-vevő által rögzített ponthoz egy cellaazonosítót rendeltünk.

Az adott cellát kiszolgáló antenna pozíciójának meghatározásához a LAC és CID mezők értékeit használtuk fel. Magyarországon még nem indult el a mobilszolgáltatók helyinformációs szolgáltatása, és mivel az egyes antennák pontos helyzetinformációja nem hozzáférhető, így az ingyenesen felhasználható opencellid.org oldal segítségével határoztuk meg az egyes cellák kiszolgálását biztosító antennák helyzetét.

Jelen vizsgálatban nem tértünk ki annak elemzésére, hogy az egyes szolgáltatók lefedettsége különbözik-e egymástól (a vizsgálat során mindvégig ugyanabban a hálózatban maradtunk) és amenynyiben igen, milyen mértékben; ez jövőbeni vizsgálataink célja.

Az antennák helyének, és az adott GPS-pozícióhoz tartozó cellaazonosító ismeretében a különböző cellákhoz tartozó pozíciók térképezhetővé váltak (9. ábra).



8. ábra. A navigációs vevő által meghatározott vízszintes pozíció hibája



9. ábra. Pozíciók térképezése az adott ponthoz tartozó cellainformációval kiegészítve

Mint a 9. ábrán is látható, a belvárosi térségben sűrűbben váltott cellát a telefon, nyilvánvalóan egy sűrűn lakott területen nem csupán a lefedettség biztosítása, de a nagyobb igénybevétel miatt is több antenna található kisebb területen. Ehhez hozzá tartozik az a tény is, hogy egy adott (térbeli) körzet kiszolgáláshoz nem csupán 360°-os lefedést biztosító antennákat alkalmaznak a szolgáltatók – léteznek irányított antennák, amelyek a tér csak egy kisebb szeletét fedik le, azonban az ilyen antennák teljesítménye (így hatósugara is) nagyobb.

Célunk a vizsgálattal annak bizonyítása volt, hogy olyan helyeken, ahol GPS nem, vagy csak csekély valószínűséggel alkalmazható (földalatti garázs, alagút, városi kanyon), és a pontossági igények csak háztömb szintűek, a GSM alapú helymeghatározás jelenthet-e alternatívát? Úgy gondoljuk, hogy a GSM hálózat kiépítettsége, a gyakorlatilag beruházás nélkül megvalósítható mérés alkalmassá teszi a technológiát arra, hogy a helymeghatározásban kiegészítő technológiaként megjelenjen (Deblauwe 2008 és Bar-Gera 2007).

Megjegyezzük, hogy az adótornyok pozícióit a szolgáltatók titkos adatként kezelik és a nyílt adatbázis tartalmaz hibás információkat is, hiszen a 9. ábrán a többi ponttól eltérően keresztekkel jelölt 432750-es számú cellához tartozó pontok antennája hozzávetőlegesen 12 km-re helyezkedik el a belvárostól, a Ferihegyi repülőtér közelében, ami téves pozícióra utal.

6 Összefoglalás

A cikkben bemutatott mérésekből megállapítható, hogy mind a navigációs, mind az RTK vevő még sűrűn beépített környezetben is igen hatékonyan alkalmas pozíció szolgáltatására. A navigációs vevő minden időpontban szolgáltatott pozíciót, az esetek 99 százalékában valóban méteres pontossággal. A geodéziai vevővel az esetek 60 százalékában sikerült cm pontos helymeghatározást végezni, ugyanez az arány néhány évvel ezelőtt még lényegében elhanyagolható volt. Az örvendetes fejlődés elsősorban a GLONASS-rendszer kiépítettségének, a hazai GNSS-infrastruktúra magas szintű szolgáltatásainak, és a vevők belső szoftverei fejlődésének köszönhető.

A térképi megjelenítéssel kimutatható, hogy adott környezetben hogyan változnak a DOP értékek, hogyan változik a látható műholdak száma, illetve a látott GPS és GLONASS holdak aránya. 15 fokos magassági kitakarási szögnél, GLONASS-műholdak vételével, ideális körülmények között Budapesten jelenleg bőven 3 alatti PDOP érhető el. A cikkben vizsgáltuk, hogy az ITS alkalmazások számára fontos, kevésbé ideális környezetben milyen PDOP értékek mellett végezhető cm pontos helymeghatározás. Tapasztalataink szerint ez a határ valahol 6 körül húzható meg, megjegyzendő, hogy a geodéziai alkalmazások területén a 3-as határérték számít elfogadottnak.

A nyers adatok táblázatos elemzéséből és térképezéséből a jelvesztések időtartamára, az újbóli jel érzékeléséhez szükséges időre vonatkozóan vonhatunk le értékes következtetéseket.

A GSM alapú mérések eredményeként kijelenthető, hogy a sűrűn lakott, így sok cellával lefedett területeken, ahol az alkalmazás háztömb szintű pontosságot követel és más pozícionálást biztosító szolgáltatás (pl. GNSS) nem érhető el, használata ajánlott. Fontos azonban figyelembe venni, hogy az egyes szolgáltatók a cellákat kiszolgáló antennák helyzetét titkos adatként kezelik, az ingyenesen elérhető adatok pontossága és naprakészsége pedig nem minden esetben biztosítható. Ennek áthidalására külföldön a mobilszolgáltatóknál már előfizethetünk GSM alapú pozíció-meghatározó szolgáltatásokra, de ezek pontossága sem haladja meg a több tíz méteres kategóriát.

Megállapítható, hogy számos ITS alkalmazás helymeghatározó alrendszere támogatható GNSS technológiával, mely sűrűn beépített környezetben is kielégítő lefedettséget és pontosságot biztosít. A GNSS rendszerek által láthatatlan területeken a GSM-alapú helymeghatározás ad durva pozícionálást.

Köszönetnyilvánítás A munka szakmai tartalma kapcsolódik a "Minőségorientált, összehangolt oktatási és K+F+I stratégia, valamint működési modell kidolgozása a Műegyetemen" c. projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A projekt megvalósítását az ÚMFT TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-0002 programja támogatja.

A szerzők köszönettel tartoznak a mérésben részt vevő hallgatóknak: Perge Évának, Zemkó Szonjának, Kovács Ádámnak, Lakatos Miklósnak és Vajda Lászlónak.

Hivatkozások

Bar-Gera H (2007): Evaluation of a cellular phone-based system for measurements of traffic speeds and travel times: A case study from Israel, Transportation Research Part C, 15(6), 380–391.

Deblauwe N (2008): GSM-based Positioning: Techniques and Applications, PhD disszertáció, Vubpress, Brüsszel. 191.

Ferencz V (2007): A műholdas helymeghatározó rendszerek alkalmazásának lehetőségei a vasúti szolgáltatások fejlesztése területén. Diplomaterv, BME. 91.

Husti Gy, Ádám J, Bányai L, Borza T, Busics Gy, Krauter A (2000): Globális helymeghatározó rendszer (bevezetés). NYME Sopron. 146.

Orosz L (2004): Járműnavigációs GPS-mérések térképhez illesztése. Diplomaterv, BME. 59.

BERENDEZÉS KÜLÖNBÖZŐ IDŐFÜGGVÉNYŰ, KIS ELMOZDULÁSOK ELŐÁLLÍTÁSÁRA, GYORSULÁSMÉRŐK KALIBRÁLÁSÁRA

Mentes Gyula^{*}

Apparatus for producing small displacements with different time functions and for calibration of accelerometers – During development of landslides small cracks always arise causing abrupt small displacements of the soil which cannot be detected by geodetic measurements since their resolution is low and they are generally carried out when the sliding process is already known. These abrupt small displacements can be detected by continuously recording accelerometers installed on landslide-prone area. However the problem is the recognition and separation of these small movements from the micro-seismic noise being always present. For this reason an apparatus was developed by means of which small displacements with different shapes in function of time can be produced in laboratory. These movements, recorded by an accelerometer, can be used for testing mathematical methods for detecting small abrupt movements from the micro-seismic noise also being present in the laboratory. In this paper the construction and testing of the apparatus are described and it is shown how this apparatus can be used for calibration of accelerometers.

Keywords: landslide, micro-displacement, magnetostrictive displacement transducer, accelerometer, calibration

Földcsuszamlások kialakulása során mindig keletkeznek kis repedések, amelyek a talaj hirtelen kis elmozdulását okozzák. Ezek geodéziai mérésekkel nem mutathatók ki, mivel egyrészt ezek felbontóképessége nem elegendő, másrészt a méréseket csak akkor végzik, ha a csúszási folyamatról már tudomásuk van. Ezek a hirtelen kis elmozdulások a csúszásgyanús területeken elhelyezett folyamatos regisztrálású gyorsulásmérőkkel detektálhatók. A probléma azonban az, hogy hogyan lehet ezeket a kis elmozdulásokat kiválasztani a mindig jelenlevő mikroszeizmikus zajból. Ebből a célból egy olyan berendezést fejlesztettünk ki, amellyel különböző időfüggvényű kis elmozdulások állíthatók elő laboratóriumban. Ezeket a kis elmozdulásokat gyorsulásmérővel regisztrálva a kapott adatok használhatóak azoknak a matematikai módszereknek a vizsgálatára, amelyekkel a hirtelen bekövetkező kis elmozdulások a laboratóriumban is jelen levő mikroszeizmikus zajból detektálhatók. Ebben a cikkben ennek a berendezésnek a felépítését és vizsgálatát ismertetjük, és megmutatjuk, hogy a berende zés egyúttal gyorsulásmérők kalibrálására is alkalmas.

Kulcsszavak: földcsuszamlás, mikroelmozdulás, magnetostrikciós elmozdulásadó, gyorsulásmérő, kalibrálás

1 Bevezetés

A nagyobb földcsuszamlásokat általában a talaj lassú folyamatos, vagy igen kismértékű, ugrásszerű mozgásai előzik meg. Ezek a mozgások évekig is tarthatnak (Mentes 2002, 2003; Újvári et al. 2009). A nagy csuszamlás előtt a kis ugrásszerű mozgások szaporodnak, ami a talajrészecskék elválásával, kisebb blokkok igen kismértékű megmozdulásával, esetleg elváló talajrészeket összetartó gyökerek elszakadásával hozható kapcsolatba. A geodéziai műszerek felbontóképessége egyrészt nem elegendő ahhoz, hogy ezeket a kis elmozdulásokat érzékeljük, másrészt geodéziai mozgásvizsgálatokat általában csak azután végeznek, ha a talajban nagyobb elmozdulásra utaló repedések keletkeznek, vagy a szakemberek (geológusok, talajmechanikusok, hidrológusok, stb.) úgy ítélik meg, hogy a terület földcsuszamlásra hajlamos lehet. A kismértékű hirtelen tömegmozgások is "nagy" gyorsulásértékeket produkálhatnak, amelyek érzékeny gyorsulásmérőkkel detektálhatók. Ezek a gyorsulásértékek, azonban nem mindig emelkednek ki a mindenütt jelenlevő mikroszeizmikus háttérzajból, ezért ezek detektálására megfelelő matematikai módszereket kell kidolgozni. Ennek meggyorsítása érdekében célszerűnek mutatkozik olyan laboratóriumi berendezés előállítása, amelynek segítségével különböző időfüggvényű, igen kicsi elmozdulások állíthatók elő. Mivel a laboratóriumban is mindig jelen van a mikroszeizmikus háttérzaj, így a matematikai eljárások kifejlesztése tervszerűen végezhető. Az alábbiakban egy kis elmozdulások előállítására kifejlesztett berendezés felépítését, annak kalibrálását és vizsgálatát ismertetjük.

2 A kis elmozdulásokat előállító berendezés felépítése

Igen kicsi (10⁻⁶-10⁻⁹m nagyságrendű) elmozdulások előállítására a piezoelektromos és a magnetostrikciós effektus használható fel. Mi a berendezésünk alapjául magnetostrikciós elmozdulásadót alkalmaztunk, amelynek működése azon alapszik, hogy ferromágneses anyagok mágneses térben megváltoztatják mechanikai méreteiket. A méretváltozás iránya független a mágneses tér, ill. az azt létrehozó áram irányától. Ez a méretváltozás mindig megnyúlást jelent. Speciális ötvözetekkel nagyon jó magnetostrikciós hatás érhető el. Ilyen ötvözetek, pl. a permendúr, vagy a TERFENOL D nevű ötvözet. Ez utóbbi mutatja jelenleg a legjobb magnetostrikciós hatást (kis mágneses tér esetében is nagy hosszváltozás). Mivel kísérleteinkhez csak invar anyaggal rendelkeztünk, amely nikkel tartalma miatt szintén jó magnetostrikciós tulajdonságokkal rendelkezik, ezért berendezésünket invarból készült elmozdulásadóra alapoztuk. Az elmozdulásadót intézetünkben terveztük. E tervezési kérdésekkel azonban itt nem foglalkozunk.

A magnetostrikciós finommozgató berendezés felépítését a 1. ábra mutatja. A berendezés a mérőpilléren három helyen alátámasztott gránitlemezen áll. Ehhez csatlakozik (ragasztással) a magnetostrikciós elmozdulásadó, amelyen egy kerámialap helyezkedik el. Erre helyezhető el a gyorsulásmérő. A kerámialap elmozdulását egy kapacitív érzékelő méri. A differenciálkondenzátor középső lemeze a kerámialaphoz van ragasztva, a két szélső lemeze pedig egy permendúr anyagú magnetostrikciós átalakítóhoz van rögzítve, amellyel a kapacitív érzékelő mérés közben is kalibrálható. A kis elmozdulásokat előállító berendezés fotója a kerámialapra helyezett háromkomponensű EPISENSOR Model FBA ES-T gyorsulásmérővel a 2. ábrán látható. A fotón, amely a kísérleti berendezést ábrázolja, a kapacitív érzékelő nem a gránitlemezen helyezkedik el, hanem a mérőpilléren álló állványhoz van rögzítve.

A magnetostrikciós átalakító tekercsére függvénygenerátor segítségével különböző időfüggvényű áramokat adva, különböző időfüggvényű elmozdulások állíthatók elő. A gyorsulásmérő ezek második deriváltját méri.



1. ábra. A kis elmozdulásokat előállító berendezés felépítése



2. ábra. A kis elmozdulást előállító berendezés fotója a kerámialapon álló háromkomponensű EPISENSOR Model FBA ES-T gyorsulásmérővel

3 A kapacitív érzékelő kalibrálása

A kapacitív érzékelő kalibrálása lézerinterferométerrel történt úgy, hogy az érzékelő külső lemezeit tartó magnetostrikciós tekercset egy mikroszkóp asztalára helyeztük, míg a középső lemezt a mikroszkóp állványához erősítettük. A mikroszkóp mikrométercsavarjával mozgatva az asztalt, a kapacitív érzékelő egyik szélső helyzetéből a másikba, lézerinterferométerrel mértük az asztal mozgását, valamint az átalakító kimeneti feszültségét. A mérési elrendezés fotója a 3. ábrán, míg a kapacitív érzékelő karakterisztikája a 4. ábrán látható.

Mivel az alkalmazott lézerinterferométer (HP 5508) felbontóképessége 0,1 µm, ezért a kapacitív érzékelőt csak nagy léptékben, 2-5 µm-enként tudtuk kalibrálni és ezekre a pontokra illesztettünk kiegyenlítő egyenest, amely az érzékelő karakterisztikája. A kiegyenlítő egyenes meredeksége adja a kapacitív érzékelő skálatényezőjét, amelyet természetesen több mérési sorozatból határoztunk meg. Értéke: 1,206±0,002 nm/mV.



3. ábra. Kapacitív érzékelő kalibrálása

MENTES GY



4. ábra. Kapacitív érzékelő karakterisztikája

A kapacitív érzékelő magnetostrikciós elmozdulásadóját úgy kalibráltuk, hogy különböző tekercsáramok esetében lézerinterferométerrel mértük az elmozdulást. A karakterisztikát az 5. ábra mutatja. Az 1 mA által előidézett elmozdulás a karakterisztika meredekségéből: 5,41 nm/mA. Mivel a karakterisztika nem tökéletesen lineáris, ezért egy állandó kalibráló áramhoz (150 mA) nagyszámú mérésből meghatároztuk a magnetostrikciós tekercs által adott elmozdulást is (854±13 nm), amely pontosabb érték, mint a karakterisztika meredekségéből számított. Ezért a kapacitív érzékelő rendszeres kalibrálását mindig 150 mA árammal végeztük.



5. ábra. Kapacitív érzékelő magnetostrikciós tekercsének karakterisztikája

A kis elmozdulást előállító berendezés vizsgálata céljából az elmozdulásadó tekercsére különböző időfüggvényű áramokat kapcsolva mértük a kerámialap elmozdulását. Először azt vizsgáltuk, hogy milyen meredekségű elmozdulás impulzusok állíthatók elő a berendezéssel. Ehhez a kapacitív érzékelő jelét egy Scientific Campbell gyártmányú XR500-as típusú 12 bites adatgyűjtővel regisztráltuk.

A 6. ábra egy egységugrás alakú tekercsáram esetén mutatja a kerámialap elmozdulását. Az ábraból látható, hogy a magnetostrikciós átalakító jelentős túllövéssel rendelkezik a meredek felfutású áram hatására.

Mivel a kapacitív érzékelő kimeneti jelét regisztráló adatgyűjtő maximális mintavételi sebessége 200/s volt, ezért a felfutás idejét memória oszcilloszkóppal is megvizsgáltuk. A fel- ill. lefutási idők 10 µs alatti értéknek adódtak. Tehát a berendezéssel a gyakorlati igényeknek megfelelő igen meredek impulzusszerű ugrások állíthatók elő. A magnetostrikciós tekercs által adott elmozdulás az állandósult értéket kb. 0,7 s múlva éri el. Partfal mozgások vizsgálata esetén ez nem érdekes, mivel az állandósult értéket a gyorsulásmérő már nem érzékeli.

5 Gyorsulásmérők kalibrálásának lehetősége

A gyorsulásmérők kalibrálása azon alapszik, hogy *A* amplitúdójú, ω szögsebességű (*f* frekvenciájú), szinuszosan változó elmozdulást létrehozva a gyorsulás amplitúdója $A \cdot \omega^2 = A \cdot (2 \cdot \pi)^2 \cdot f^2$ lesz. Mivel a magnetostrikciós elmozdulásadó elmozdulásiránya nem függ az áram irányától, ezért szinuszosan váltakozó elmozdulást csak úgy lehet létrehozni, ha a szinuszjelet annak amplitúdójánál nagyobb egyenáramra szuperponáljuk. A kerámialap elmozdulását szinuszos gerjesztés esetében a 7. ábra mutatja. A görbe menetében látható kis lépcsők az adatgyűjtő kis mintavételi sebességéből adódnak. Oszcilloszkópon nézve a görbe simának látszik.

Ha a szinuszos mozgás amplitúdóját 30 nm-nek választjuk $(3 \cdot 10^{-8} \text{ m})$ és a frekvenciát $10^{-3} \dots 10^2$ Hz között változtatjuk, akkor az előállítható gyorsulás amplitúdók nagyságrendje 10^{-12} és 10^{-2} m/s² közé esik. Az A amplitúdó megválasztásánál az volt a fő szempont, hogy az amplitúdó tartományban a magnetostrikciós elmozdulásadó karakterisztikája lineárisnak legyen tekinthető és még megfelelő (legalább 0,1%) pontossággal legyen mérhető. A frekvencia alsó határát egyrészt az határozza meg, hogy 0,001 Hz frekvenciájú generátorok még a kereskedelemben kaphatók, másrészt alacsonyabb frekvenciát választva a kalibrálás ideje nagyon megnövekszik, így a gravitációs gyorsulás időbeli változása nem lesz már elhanyagolható. A megadott értékekből látható, hogy a berendezés alkalmassá tehető szupravezető graviméterek kalibrálására is.



6. ábra. A kerámialap elmozdulása egységugrás alakú áram hatására



7. ábra. A kerámialap mozgása szinuszos gerjesztés esetén

A 100 Hz-nél nagyobb frekvenciáknál a magnetostrikciós tekercs ellenállása nagyon megnövekszik, ezért a tekercs meghajtásához az alkalmazott függvénygenerátor már nem alkalmas. Ebben a frekvenciatartományban külön teljesítményerősítő szükséges a tekercs táplálásához, és ezáltal a berendezés alkalmassá tehető az iparban alkalmazott gyorsulásmérők kalibrálására is, ahol a mérési tartomány $\pm 10g$ is lehet.

6 A berendezés terhelési vizsgálata

A magnetostrikciós elmozdulásadókat a méréstechnikában gyakran előfeszített állapotban alkalmazzák, ezért megvizsgáltuk hogyan függ az elmozdulásadó karakterisztikája az előterheléstől, ill. hogy mekkora tömeget képes mozgatni. A vizsgálat céljából a magnetostrikciós elmozdulásadóra a terhelésnek megfelelő számú téglát helyeztünk és a tekercsre adott különböző nagyságú áramok esetén mértük az elmozdulást (8. ábra).

A magnetostrikciós elmozdulásadó karakterisztikáját négy különböző terhelés esetében a 9. ábra mutatja. Az ábrából jól látható, hogy a terheléstől lényegesen nem függ az előállított elmozdulás, a terhelés növekedésével azonban kismértékben növekszik. Ez a jelenség jellemző a magnetostrikciós anyagokra és a mágneses doméneknek a mechanikai feszültségtől függő kezdeti konfigurációjával, ill. a magnetomechanikus feszültség anizotrópiával van összefüggésben (Calkins et al. 1997).



8. ábra. A berendezés terhelési vizsgálata



9. ábra. A magnetostrikciós elmozdulásadó karakterisztikája különböző terhelések esetében

7 Összefoglalás

A vizsgálatok alapján megállapítható, hogy a berendezés alkalmas a földcsuszamlások előjeleként, a repedések keletkezésekor fellépő igen rövid idejű kis elmozdulások (talajrétegek egymástól való gyors elválása) laboratóriumi szimulálására, annak ellenére, hogy impulzusszerű áram hatására az elmozdulásban túllövés keletkezik, ill. ennek lecsengése "hosszú" ideig tart.

Szinuszos gerjesztés esetén a kifejlesztett berendezés alkalmas 10^{-12} és 10^{-2} m/s² gyorsulástartományban gyorsulásmérők (graviméterek) kalibrálására. A nagyobb gyorsulásértékek tartományában történő kalibrálás céljából egyrészt az amplitúdót, másrészt a frekvenciát kell növelni. Az amplitúdó növelése céljából nagyobb elmozdulás tartományban lineáris karakterisztikájú magnetostrikciós anyagra van szükség, míg a frekvencia növelése csak a jelenleginél kisebb önindukciójú tekercsel, ill. nagyobb áramú függvénygenerátorral oldható meg. Mindkét követelménynek eleget tesz, ha a jelenleginél jobb magnetostrikciós tulajdonságú anyagot (pl. PERMENDUR, TERFENOL D) alkalmazunk.

A berendezés nagy tömegek mozgatására is képes, amely alapfeltétele a graviméterek kalibrálásának. Ipari gyorsulásmérők, így a mérnökgeodéziában alkalmazott gyorsulásérzékelők vizsgálatára egyrészt nagyobb elmozdulást előállító magnetostrikciós átalakítóra, másrészt nagyobb frekvenciájú gerjesztésre van szükség.

Köszönetnyilvánítás. Ez a tanulmány a K 81295 számú OTKA projekt keretében készült. A szerző köszönetet mond Bánfi Frigyesnek és Molnár Tibornak a berendezés elkészítésében és tesztelésében végzett munkájukért.

Hivatkozások

Calkins F T, Smith R C, Flatau AB (1997): An Energy-Based Hysteresis Model for Magnetostrictive Transducers. IEEE Transactions on Magnetics, 10, 1–19.

Mentes Gy (2002): Földcsuszamlás monitorozása fúrólyuk dőlésmérőkkel. Geomatikai Közlemények, 5, 91–97.

- Mentes Gy (2003): Local effects disturbing the monitoring of tectonic movements of the Mecsekalja fault by shallow deep borehole tiltmeters in Hungary. Acta Geod. Geoph. Hung., 38(3), 327–335.
- Újvári G, Mentes G, Bányai L, Kraft J, Gyimóthy A, Kovács J (2009): Evolution of a bank failure along the River Danube at Dunaszekcső, Hungary. Geomorphology, 109, 197–209.

UTÓMOZGÁSOK A DUNASZEKCSŐI MAGASPARTON

Újvári Gábor^{*}, Bányai László^{*}, Mentes Gyula^{*}, Papp Gábor^{*}, Gribovszki Katalin^{*}, Bódis Virág Bereniké^{*}, Bokor Zsolt^{**}

Post-event movements on the high bank at Dunaszekcső – After rapid, enormous movements (February, 2008), resulted in significant subsidence (8-10 m) and lateral displacements (4-5 m) on the high bank at Dunaszekcső and the emergence of a peninsula consisting of clastic material in the Danube's bed, the deformation rates significantly dropped. This observation was explained by the secondary metastable equilibrium of the moving blocks at that time. However, our subsequent geodetic data clearly show that slow post-event movements (mainly subsidence, 0.5-1.0 cm/month) on both the northern and southern sliding blocks have been occurring for the last two years. At the same time, measurements on our geodetic network, which has been extended to the south in 2009, refer to a possible southward propagation of sliding (southern part of the Vár hill) in the near future.

Keywords: bank failure, landslide, GPS, tilt measurements

A 2008 februárjában bekövetkezett jelentős mértékű tömegáthelyeződéseket követően, melynek során 8-10 méteres süllyedések és 4-5 méteres laterális elmozdulások következtek be a dunaszekcsői magasparton, és nagytömegű klasztikus üledékből álló félsziget jött létre a Duna medrében, a geodéziai eszközökkel detektálható mozgások minimális mértékűre csökkentek. Ezt akkoriban a fő mozgásfázist követő másodlagos- és valószínűleg átmeneti egyensúlyi helyzettel magyaráztuk. Későbbi eredményeink azt mutatják, hogy az északi és déli blokkok kis mértékű (kb 0,5-1,0 cm/hónap nagyságrendű) továbbsüllyedése folyamatosnak tekinthető az elmúlt két évben. Ezzel együtt a déli irányban kiterjesztett hálózaton végzett mérések arra utalnak, hogy a Vár-hegy déli része is instabil állapotba juthat a közeljövőben.

Kulcsszavak: partfalmozgás, földcsuszamlás, GPS, dőlésmérés

1 Bevezetés

A Duna jobb oldali magaspartját jelentős földcsuszamlások alakították az elmúlt évszázadokban (Lóczy et al. 1989, Juhász 1999), és alakítják ma is. A 2008 februárjában kialakult dunszekcsői csuszamlás, és a legutóbbi kulcsi események kiváló példái ennek a természeti folyamatnak, amelynek sem pontos térbeli, sem pedig időbeli kifejlődését előrejelezni nem tudjuk. Ezzel együtt azonban a geodéziai deformáció mérések adatai a jelentősebb eseményeket már hónapokkal, hetekkel megelőzve utalhatnak a csuszamlások jövőbeni kialakulására.

A 2008-as dunaszekcsői partfalmozgást követően, mely jelentős anyagátrendeződésekkel járt mind a magasparton, mind pedig annak előterében és a Duna medrében (Újvári et al. 2009a,b), a geodéziai eszközökkel mérhető deformációk jelentősen lelassultak, viszont kisebb-nagyobb sebességbeli fluktuációkkal továbbfolytatódtak. Mivel félő volt, hogy a csuszamlás déli irányban is továbbterjed, a hálózat déli irányban történő kiterjesztésére is sor került 2009 folyamán. A jelen cikk ezen a kiegészített és kiterjesztett mérőhálózaton az utóbbi két évben (2009-2010) végzett GPS-, szintezés-, mérőállomás és dőlésmérések eredményeit mutatja be.

2 Módszerek

A partszakasz lecsúszását követő méréstechnikai problémák megoldására, a hálózat bővítésére és új adatfeldolgozási stratégiára, valamint új feldolgozó program kifejlesztésére volt szükségünk. A 2005, 4007 és 4008 jelzésű új pontokat a leszakadt part külső peremén helyeztük el úgy, hogy azok

a GPS mérések 30 percre történő növelésével alkalmasak legyenek megfelelő horizontális pontosság elérésére (1. ábra).

Az 1004 új pont az állva maradt rész peremére került, szintén megnövelt GPS mérési idővel. A 4007 és 4008 pontok, továbbá az ezekkel összelátszó 3000 és 3003 pontok lehetővé tették a 4000-4006 – GPS mérésre nem alkalmas – pontok geodéziai mérőállomással történő háromdimenziós meghatározását. Az 1004 és 2005, továbbá a 400 pontok segítségével a 2001, 2003 és 2004 – GPS mérésre szintén nem alkalmas – pontok geodéziai mérőállomással történő háromdimenziós meghatározása is lehetővé vált.

A hálózat déli irányba történő bővítéséhez az 500-as számú vasbeton mérőpillért és az 1005-1007 földfelszíni pontokat telepítettük (2009. június). Az első mérést 2009. június17-én hajtottuk végre, majd 2009. októberében további négy földfelszíni pontot telepítettünk (1008-1011), valamint az 1010 közelébe egy újabb dőlésmérőt is elhelyeztünk. Ezen felül a vizsgált területhez legközelebbi, használaton kívül lévő kútban egy vízszintregisztráló berendezést installáltunk. A Vár-hegy leszakadt részén korábban telepített, majd használhatatlanná vált dőlésmérő helyét előkésztettük az újratelepítéshez, amelyre 2009. november 17-én került sor.

A korábban alkalmazott mérési és adatfeldolgozási stratégiát is újragondolva elkészítettük egy új eljárást (Bányai 2011), amely a GPS-vektorok mellett a szintezett magasságkülönbségek és a mérőállomással mért ferde távolságok, horizontális irányok és zenitszögek háromdimenziós (3D) szabatos kiegyenlítését is lehetővé teszi a WGS89 geocentrikus koordináta-rendszerben. A GPS-vektorok és a szintezett magasságkülönbségek együttes kiegyenlítése kedvező hatással van a GPS-rendszerrel meghatározott vízszintes koordinátákra, és a súlyarányoknak megfelelően a magasságok is jól megközelítik a szintezett értékeket. A geodéziai mérőállomásra a GPS technikával nem mérhető pontok meghatározásánál volt szükségünk.



 ábra. A dunaszekcsői mozgásvizsgálati hálózat bővítése 2009-ben (a háttér a "Google Earth" felhasználásával készült)
A mérések pontosságának növeléséhez a 400 és az 500 vasbeton mérőpilléreket is bevontuk a szintezési mérésekbe, továbbá a Vár-hegyet megkerülő út mentén az 500, és az északi rész 3002 pontját is szintezéssel kapcsoltuk össze. A leszakadt részeket szintezéssel már nem lehet összekapcsolni, ezért ezeket mérőállomással (trigonometriai magasságméréssel) kapcsoltuk össze. A geodéziai mérőállomás alkalmazásához egy speciális magasságmérő adaptert is elkészítettünk, amely lehetővé teszi a műszer magasságának 1 mm alatti megmérését. A kényszer-központosításos pontra állás és a műszermagasság mérése tehát 0,3 mm középhibával jellemezhető. A távmérés várható pontossága 1 mm.

3 Eredmények és diszkusszió

Mivel pontjaink egy részét 2009.06.17. és 2010.11.16. között hét alkalommal, a déli bővítés pontjait viszont 2009.11.18. és 2010.11.16. között csak öt alkalommal mértük, az egységes képhez éves sebességvektorokat számoltunk. A 2. ábra a süllyedési sebességeket mutatja, ahol a folytonos szürke vonal a leszakadt partrész peremvonalát jelöli, a vízszintes sebességek a 3. ábrán láthatók.

A vertikális elmozdulások éves sebessége az északi mozgó blokkon kissé alacsonyabb volt (-2 cm/év), míg a déli blokk gyorsabb ütemben süllyedt (3-5,5 cm/év) 2009-2010 során. Ezzel párhuzamosan a Vár-hegy legdélibb része szintén 4-5 cm/év nagyságrendű süllyedéseket mutatott (1004-1006 pontok). Érdekes azonban, hogy a magaspart alacsonyabb része (1009-1011 pontok) jóval kisebb süllyedésekkel volt jellemezhető.

A vízszintes elmozdulásokat egyértelműen egy Duna-irányú (K-i) komponens dominálja, a GPS-vektorokat K-DK-i irányok (északi, déli blokk) és ÉK-i irányok (Vár-hegy déli pontjai) jellemzik. A laterális elmozdulások mértéke az északi blokkon alacsonyabb (1-1,5 cm/év), mint a délin (2-4 cm/év), és körülbelül megegyezik a Vár-hegy déli pontjain mért értékekkel (0,5-1 cm/év).



2. ábra. Süllyedési sebességek a vizsgált területen (a folytonos vonal a korábbi partszakadás peremét mutatja, a háttér a "Google Earth" segítségével készült)



3. ábra. A jelentősebb vízszintes sebességek ábrázolása (a szaggatott vonal a várható szakadás feltételezett vonalát jelöli, a háttér a "Google Earth" segítségével készült)

A déli mozgó blokk eredő dőlése 2010.08.26. és 2010. 11.18. között alapvetően ÉK-i irányú volt, értéke meghaladta a 100 mikroradiánt (4. ábra). Dőlési sebessége jóval meghaladja a fennmaradt partfalrész dőlési sebességeit (5. ábra). A fennmaradt partfal dőlésiránya K-DK, ami azt jelenti, hogy bizonyos mértékben egymástól függetlenül mozognak. Az 1010-es GPS-pont melletti dőlésmérő adatai szerint a partfal ezen szakaszának déli irányú dőlése nem számottevő, némi periodicitást mutat (északi és déli irányok váltása), ugyanakkor a dőlés keleti irányú komponense igen erőteljes, értéke 240 mikroradián/év körüli.

Az adatok alapján világos, hogy a 2008 februárjában bekövetkezett mozgások során leszakadt északi és déli blokkok az elmúlt két évben tovább mozogtak, tehát nem kerültek stabil, mozgások nélküli egyensúlyi helyzetbe. A jelentősebb elmozdulások a déli csuszamló blokkot jellemezték, és a mozgások a Vár-hegy legdélibb, még le nem szakadt részén is megjelentek. Bár a folyamat felszíni jelei (repedések) egyelőre nem látszanak. A 3. ábrán hosszabb szürke szaggatott vonallal jelölt területen nagy a valószínűsége annak, hogy az eddigi kisebb mértékű mozgásokat jóval nagyobb és egyben gyorsabb elmozdulásokkal jellemezhető deformációk követhetik.

A Vár-hegytől délre eső, alacsonyabb partfalszakasz északi része (1008-1009 pontok) egyelőre stabilnak mutatkozik, viszont annak déli részén (1010-es pont és környezete) a közelmúltban egy felületi csuszamlás jelent meg.

Az sajnos nem teljesen világos, hogy az adott pont GPS vektorát és az itt lévő fúrólyuk dőlésmérő regisztrátumát jellemző erőteljes DK-i irányú mozgáskomponens ezen fent említett folyamat hatásaként, vagy egy nagyobb mértékű, mélyebb fészkű csuszamlás előjeleként értelmezhető. A kérdést további mérések dönthetik el egyértelműen.



4. ábra. A leszakadt, déli mozgó blokk dőlése (az X görbe pozitív irányba tartása keleti irányú, míg az Y görbe pozitív irányba tartása északi irányú dőlést jelent)



5. ábra. Dőlés a 400-as számú GPS pont mellett telepített műszer mérései alapján (az X görbe pozitív irányba tartása keleti irányú, míg az Y görbe pozitív irányba tartása északi irányú dőlést jelent)



6. ábra. A Vár-hegytől délre eső partfalszakasz dőlése az 1010-es számú GPS-pont mellett lévő műszer regisztrátuma alapján (az X görbe pozitív irányba tartása keleti irányú, míg az Y görbe pozitív irányba tartása északi irányú dőlést jelent)

4 Összefoglalás

A 2009-2010 évek folyamán a dunaszekcsői magasparton történt szintezések, GPS- és dőlésmérések egyértelműsítették, hogy a Vár-hegyről 2008 februárjában leszakadt blokkok lassú, de folyamatos mozgásban vannak. Ilyen értelemben nincs szó ezen blokkok mozgásmentes egyensúlyi állapotáról, és nyilvánvaló, hogy azok mozgása és pozíciója hatással van a partfal átalakulására, fejlődésére. Jelen pillanatban a magaspart nagyobb mozgások szempontjából "szunnyadó" állapotban van, azonban a deformációmérések előrevetítik a nagyobb elmozdulások megjelenését a Vár-hegy legdélibb részén is.

Köszönetnyilvánítás. A cikkben szereplő mérések az OTKA 78332 szám alatt futó pályázatának anyagi hozzájárulásából készültek.

Hivatkozások

Bányai L (2011): Geodéziai mérések integrált 3D kiegyenlítése. Geomatikai Közlemények, 14(1), 45–54.

Juhász Á (1999): A klimatikus hatások szerepe a magaspartok fejlődésében. Földtani Kutatás, 36, 14–20.

- Lóczy D, Balogh J, Ringer Á (1989): Landslide hazard induced by river undercutting along the Danube. In: Embleton, C., Federici, P.R., Rodolfi, G. (Eds.), Geomorphological Hazards, Supplements of Geogra fi a Fisica e Dinamica Quaternaria, 2, 5–11.
- Újvári G, Bányai L, Gyimóthy A, Mentes Gy (2009a): A dunaszekcsői földcsuszamlás geodéziai mozgásvizsgálatának eredményei. Geodézia és Kartográfia, 61(7), 11–17.
- Újvári, G, Mentes Gy, Bányai L, Kraft J, Gyimóthy A, Kovács J (2009b): Evolution of a bank failure along the River Danube at Dunaszekcső, Hungary. Geomorphology, 109, 197–209.

A FÖLDRENGÉSEK ELOSZLÁSÁNAK STATISZTIKAI VIZSGÁLATA – KÉT ESETTANULMÁNY

Kiszely Márta^{*}, Pődör Andrea^{**}

Statistical investigations of the distribution of earthquakes - two case studies – The present study gives a brief overview of the difficulties in the analysis of data sets in the Carpathian Basin and the North Atlantic Ridge earthquakes. The study also highlights the facilities of the usage of different map-construction programs. The correlation between solar activity and M>7 earthquakes has been presented in several articles. In this work correlation has been found between the seismicity of the Carpathian Basin and the 11-yr cycle of Sun over several periods.

Keywords: Carpathian Basin, North Atlantic Ridge, distribution of earthquakes, sunspot cycle

A jelen cikk rövid áttekintést ad két terület, a Kárpát-medence és az Észak-Atlanti-hátság földrengéseit tartalmazó adatsor analízisének nehézségeiről, és a különböző térképszerkesztő programok felhasználásának lehetőségeiről. A naptevékenység és M>7 rengések közötti korrelációt több cikk igazolja. E munkában korrelációt találtunk 11 éves napfoltciklus és a Kárpát-medence földrengései között néhány cikluson keresztül.

Kulcsszavak: Kárpát-medence, Észak-Atlanti-hátság, földrengések eloszlása, napfoltciklus

1 Bevezetés

Nagy múltra tekint vissza az a törekvés, hogy a földrengéseket összekössük más természeti jelenségekkel, illetve – ha léteznek – megtaláljuk a földrengéseket közvetlenül megelőző jeleket. Az elmúlt 15-20 év forradalmi változást hozott a földrengések detektálásának minőségében. Az egyre nagyobb számban működő szeizmológiai állomásoknak köszönhetően olyan sok kis méretű rengés is rögzítésre került, melyek elemzése a földrengések időbeli eloszlásának új tulajdonságait tárhatja fel.

Jelen munkában két tektonikailag eltérő terület, az Észak-Atlanti-hátság és a Kárpát-medence földrengés-katalógusait vizsgáltuk. Mindkét katalógusra jellemző, hogy több ezer adatot tartalmaznak, hosszú időszakot ölelnek át, amely során a különböző területek és időszakok aktivitása eltért egymástól. Kétféle hibaforrásra hívtuk fel a figyelmet, amikre a nagy rengésszámú és hosszú időre kiterjedő adatbázisok elemzésekor figyelemmel kell lenni. Ebben segítettek a több 10 000 epicentrum térképi megjelenítését szolgáló térképszerkesztő programok (GMT – General Map Tools, ArcGIS – térinformatikai szoftver), és az epicentrumok megjelenítésének egy új módszere.

A Kárpát-medence rengéseinek éves számában a napfoltciklus 11 éves periódusának megjelenését kerestük, és egy külön fejezetben az M>7-es rengések lehetséges kapcsolatát elemeztük a relatív napfoltszámmal. Az Észak-Atlanti-hátság esetében a rengések napi eloszlását elemeztük. Kissé eltérő mértékben, de mindkét vizsgált területen kimutattuk az emberi tevékenységhez köthető "kulturális zaj" hatását.

2 Előzmények

Már Arisztotelész (kb. i.e. 300) is felfigyelt arra, hogy a földrengések gyakoribbak és erősebbek éjszaka, mint nappal. Ő a földrengések okának a földet ostorozó szelet tekintette. Kitaibel Pál magyar természettudós, polihisztor, egyetemi tanár a móri M5,4-es földrengést követő utórengések eloszlásában is hasonló megfigyelést tett, vagyis több utórengést regisztráltak éjszaka. Az éjszaka nyugodtabb, csendesebb időszaka kedvezőbb a rengések megfigyelésére (Kitaibel és Tomtsányi 1814). Kitaibel a móri földrengés kiváltó okaként többek között a rendkívüli időjárási körülmények-re gondolt.

Nagyon sok cikk jelent meg ebben a témában, amelyek a földrengések eloszlását elemzik, keresve a kapcsolatot például a Föld mágneses terének változása és a földrengések időbeli eloszlása között. Schuster (1897) a Hold gravitációs hatását kutatta a földrengések időbeli eloszlásában. Zotov (2007) az M<5 erősségű földrengések esetén azt tapasztalta, hogy az ilyen típusú rengések száma 5%-kal több vasárnap, a jelenséget "hétvégi effektus"-nak nevezte el. Zhuravlev et al. (2006) az M<2,2 rengések elemzésekor napi hullámzást találtak: az éjszakai órákban több rengést regisztrálnak, mint nappal. Gao et al. (2000) Kaliforniában évszakos periodicitást figyeltek meg egy M=7,3 méretű rengést követő több ezer utórengés eloszlásában. Itt a földrengések éves eloszlása ősszel mutatott maximumot, amit a légnyomás évszakos ingadozásával hoztak kapcsolatba.

A Föld több területén – többek között a Kárpát-medencében is – sikerült kimutatni a szeizmikus aktivitás kapcsolatát a mágneses horizontális komponens hosszú idejű változásával (Duma 1999, Lipovics 2004). Sőt, a mágneses tér horizontális komponensének napi ingadozása, ami az ionoszféra E-rétegében kialakuló napsugárzás hatására létrejövő Sq-áramrendszerrel kapcsolatos, szintén kimutatható több területen a földrengések számának napi menetében. Duma és Rhuzin (2003) elmélete szerint a litoszférában indukálódott Sq-áramok és a belső eredetű mágneses tér horizontális komponensének kölcsönhatása olyan mechanikai feszültségeket hozhat létre, amelyek a rengések kipattanását segítik elő. Freund 2003-as cikkében szintén a Nap-Föld kölcsönhatás folyamatát elemezte, melyben a kulcsot a mágneses tér földrengést beindító hatásában látja.

Az 1900-as évek elejétől rendelkezésre álló mágneses tér mérések szerint, a horizontális komponens éves átlagának menete követi a napfoltszám 11 éves periódusát (Schlapp et al. 1990, Macmillian and Droujinia 2007). E gondolatmenetet folytatva szeretnénk a napfoltszám változása 11 éves ciklusának hatását kimutatni a Magyar földrengés katalógus 106 éves időszakára (Zsíros 2000, Tóth et al. 2000-2008).

Általában nagy problémát jelent, hogy a földrengés katalógusba már a bányarobbantások adatai is bekerülnek, melyeket ki kell szűrni a katalógusokból, mivel ezek megváltoztathatják a rengések időbeli eloszlását. A katalógus feldolgozásakor figyelembe kell venni, hogy azok a főrengések mellett elő- és utórengéseket is tartalmazhatnak, amik már nem független események. Évek alatt megváltozhat a szeizmológiai állomások száma, érzékenysége, ezért pl. a magyarországi katalógusra meghatározható az egyes időszakokra az a magnitúdó értéket, ami fölött teljesnek mondható a katalógus.

3 A Magyar földrengés katalógus elemzése

A katalógus teljesnek tekinthető 1900 és 2006 között az M>3,2 méretű rengésekre (4733 esemény – 1. ábra). A földrengések éves számát 3 és 7 éves simítással a 2. ábra mutatja. A 11 éves ciklus keresése esetén a 7 éves simítás már soknak tűnik, hiszen 1900 után a második napfoltmaximum már nem jelenik meg az átlagolás miatt.

Az 1970-es évekig a napfoltszám maximumok egybeestek a rengésszám maximumaival, az 1970-es évek után is van két ciklusnál egybeesés, de egynél pont fordított a helyzet. A korrelációs együttható 0,84 a két függvény között. A kapcsolatot a terület három részre való osztásával teszteltük: 13°-18°; 18°-23°; 23°-28° (3. ábra.). A terület felosztása során a két legaktívabb és tektonikailag eltérő területét (a Háromszéki-havasok és Dinaridák) a Kárpát-medence extenziós (tágulásos) eredetű, több 1000 m vastag tengeri üledékeit tartalmazó medencéje választja el. Nagyon érdekes, hogy a napfoltszám maximumok és a rengésben aktívabb évek a 13°K-18°K közé eső területen egybeestek, de csak az első 5 periódus idején. A 23°K-28°K közé eső terület négy aktívabb időszakából az utóbbi kettő esett napfoltmaximumra. Azzal, hogy a részterületeket is megvizsgáltuk, az első megközelítéskor látott kapcsolat a relatív napfoltszám és a földrengések között kérdésessé vált. A katalógus rengésszáma nem teszi lehetővé, hogy még kisebb részterületeket elemezzünk, ezért a következő fejezetben az M>7 rengések és a naptevékenység kapcsolatát vizsgáljuk az itt kapott eredmény ellenőrzéseként.



1. ábra. A Kárpát-medence M_I >3,2 méretű rengései 1900 és 2006 között. A napfoltszám ciklusával való kapcsolat szemléltetéséhez három részre osztottuk a területet, ami részben megfelel a területek eltérő tektonikai viszonyainak



2. ábra. Az M_L>3,2 méretű rengések éves száma 3 és 7 éves simítással, a relatív napfoltszámmal együtt a teljes területre. A gyakoriság értékek egy nagyságrendbe estek, ugyanaz a skála érték vonatkozik a rengésekre és a napfoltszámokra is



3. ábra. A rengések éves száma három részre bontva a területen. A három terület 3 éves simított rengésszámát kissé eltolva ábrázoltuk egymáshoz képest a jobb áttekinthetőség kedvéért

4 Az M>7-es rengések és a naptevékenység kapcsolatának kutatása

E téma nagy irodalmából hármat szeretnénk kiemelni: Odintsov et al. (2007) és Khain és Khalilov (2008) cikkét, valamint Martini et al. (2004) munkáját. Odintsov et al. (2007) az 1972 és 2004 közötti évek M>7-es rengéseit elemezték a napfoltszám maximumát megelőző és követő évek függvényében. Két maximumot kaptak a rengések eloszlásában, amiből az egyik a napfoltmaximum évére, a második a maximumot követő harmadik évre esett. Khain és Khalilov (2008) átfogóbb munkájában a naptevékenység kapcsolatát kutatták a vulkáni és szeizmikus aktivitás esetében, és 11 illetve 22 éves ciklusokat találtak, amik jól korreláltak a szoláris aktivitással. Martini et al. (2004) a Nap forgássebességének 30 éves periódusát keresték az M>7-es rengések és a föld forgássebességváltozásának tükrében.

Azért az M>7 rengéseket elemeztük, mert a legnagyobbak közé tartoznak a földön, átlagosan évente 18 pattan ki belőlük, és a belőlük felszabaduló energia az összes kipattant rengés energiájának 90%-át képviseli.

Gui-Qing Zhang (1998) az 1900 és 1980 közötti M>6-os rengések esetén azok gyakoribb előfordulását találta a napfoltminimumok idején.

Elemzésünk során vettük a relatív napfoltszám értékét minden hónapra 1900 és 2009 között (http://ngdc.noaa.gov/stp/SOLAR/SSN, 2010-12-08), majd megnéztük, hogy az M>7 rengés kipattanási idejének hónapjában mi volt az aktuális napfoltszám. Összesen 1320 hónap 1775 rengésének adatait dolgoztuk föl. A 4. ábra mutatja az eredményünket.

Megszámoltuk, hogy 110 év alatt a havi napfoltszám értékek közül mennyi volt 0 és 10, illetve 10 és 20 stb., egészen 200 és 210 közötti értékű, illetve az M>7 rengések hónapjainak napfoltszáma hányszor vette föl ezeket az értékeket. A két függvény szinte teljesen együtt változik. A 110 év statisztikája szerint a legtöbb M>7 rengés kis napfoltszám esetén fordult elő, de a legtöbb hónapban a napfoltszám értékek szintén 0 és 20 közé estek. A 2. ábrán látható, hogy a különböző napfoltciklusok más-más napfoltszámnál érik el a maximumot. A 140 fölötti értékek már három ciklusnál maximumot jelentenek, de négy ciklus esetén a 100-at is alig, vagy egyáltalán nem érik el.



4. ábra. Az M>7 rengések kipattanási ideje hónapjában az aktuális napfoltszám eloszlásának összehasonlítása 110 év hónapjainak relatív napfoltszámának eloszlásával. A két függvény szinte teljesen együtt mozog, a legtöbb M>7 rengés kis napfoltszám esetén mutatkozik, de a 0-20 napfoltszámot tartalmazó hónapok száma is legnagyobb

A hosszú időszakra kiterjedő elemzést megnehezíti, hogy nincs két teljesen egyforma napfoltciklus. Az M>7-es rengések naptevékenységgel való kapcsolatát nem sikerült igazolni, sőt a "több rengés kisebb napfoltszám esetén" Gui-Qing Zhang (1998) megfigyelése is megkérdőjelezhető a 4. ábra alapján. Az M>7 rengések bizonyos kritériumok szerinti válogatása (fészekmélység, szélesség) már olyan kevés eseményt ad, ami nem elég újabb elemzéshez.

5 Az Észak-Atlanti-hátság földrengéseinek elemzése

A földrengések kipattanási idő (helyi idő) szerinti eloszlásának elemzésére olyan aktív területet kerestünk, ahol az emberi tevékenység hatása kizárható. Az Észak-Atlanti-hátságra esett a választásunk: 0°-60° É, 50°-20° Ny, (5. ábra). Ez a terület a távolodó lemezszegélyek egyik helyszíne, ahol az asztenoszférából új, olvadt kőzetanyag jön fel a felszínre, és nő hozzá a lemezszegélyekhez, a folyamatot pedig földrengések kísérik. A Nemzetközi Szeizmológiai Központ (International Seismological Center, ISC, http://www.isc.ac.uk, 2010-12-08.) 1996 és 2009 évek közötti adatait használtuk fel.

Az 5. ábra az Észak-Atlanti-hátság területének földrengéseit GMT-vel szerkesztve mutatja. A grafikonon különböző méretű rengések napi eloszlása látható. Az eloszlás éjszakai maximumot, és egy kisebb 12 órai, déli (helyi idő) maximumot mutat a 2,2<M<3,4 méretű rengések esetén. E déli maximum okát keresve a katalógus elemzése során a különböző hibalehetőségekre hívjuk fel a figyelmet.

Az Azori-szigetek az Észak-Atlanti-hátság területén található. A 5. ábrán az Azori-szigetek területét kis fekete téglalappal jelöltük. Csak az M>4-es rengéseket ábrázoltuk, mivel 1964 és 2009 között 33 150 rengést regisztráltak a teljes területen, és ebből 24 523 esett az Azori-szigetekre, enynyi eseményt külön-külön jellel nem lehet ábrázolni, azok jelei egymásra rajzolódnának, hamis képet mutatva a területi eloszlásukról. Az Azori-szigetek rengéseinek statisztikai vizsgálata során néhány érdekes körülményre és buktatóra szeretnénk rámutatni.



5. ábra. Az Észak-Atlanti-hátság területének rengései az 1996-2009 közötti időszakban, fekete téglalappal kiemelve az Azori-szigeteket. A térkép nem ad egyértelmű képet a rengések területi eloszlásáról, hiszen az epicentrumok egymásra íródnak. A grafikonon külön ábrázoltuk az M >4; 2,2<M<3,4 és 3,4<M<4 méretű rengések napi eloszlását</p>

A terület adatait az 1. táblázatban összegeztük. A kis, M<4 méretű események esetén a terület rengéseinek 87%-át az Azori-szigetek adják.

A 6. ábrát az ArcGIS program segítségével készítettük. Megszámoltuk külön-külön az M>4 és a 2,2<M_L<3,4 rengések 0,1° x 0,1° méretű rácselemekre eső *N* számát (fekete és szürke jelek), és ezeket ábrázoltuk. A legnagyobb rengésszám, ami egy-egy négyzetrácsra esett a 2,2<M<3,4 rengésekből az Azori-szigetek területén 962 volt. A térképen *N*/60 képlet szerint ábrázoltuk a négyzetrácsra eső rengések számát, mert olyan sok esett 1-1 rácselemre, amit nem tudtunk volna együtt ábrázolni az M>4 rengések rácselemre eső értékeivel. Az M>4 rengések a hátság vonalához kötődnek. A 2,2<M_L<3,4 rengések eloszlására vonatkozó következtetések viszont csak egy szűkebb területre érvényesek, látható hogy azok nem az egész területhez, hanem csak az Azori-szigetekhez kötődnek. A 7. ábra kinagyítva mutatja a térképet az Azori-szigetek környékén.

 táblázat. Az Észak-Atlanti-hátság területére eső rengé 	sek száma különböző magnitúdó-tartományok esetén
--	--

	Teljes Észak-Atlanti-hátság (db)	Azori-szigetek (db)	Különbség
M _L <2.2	13950	13944	6
$2,2 < M_L < 3,4$	9788	8853	935
$3,4 < M_L < 4$	3909	1223	2686
$M_L>4$	5503	503	5000
Összes	33150	24523	8623
Kiterjedés	0°-60°É; 50°-20°Ny	35°-40°É; 30°-20°Ny	



6. ábra. Az Észak-Atlanti-hátság területének M>4-es méretű rengéseit fekete jelekkel, míg a 2,2 <M<3,4 méretű rengéseket szürkével ábrázoltuk



7. ábra. A 6. ábra Azori-szigetek környékére nagyított részlete

A 7. ábra már csak az Azori-szigetekre (35°-40°É és 30°-20°Ny) leszűkített területet ábrázolja. A rengések eloszlását a 8. ábra mutatja. A napi eloszlás 12 óra körüli csúcsa a 2005-es évhez, és a 2-5 km-es mélységű eseményekhez kötődik, tehát nem lehet emberi tevékenység következménye. Az Azori-szigetek egyikén egy rendkívüli rengéssorozat volt 2005. szeptember 20-án, ami a Fogo vulkán aktivitását kísérte. Ezen a napon 337 rengést regisztráltak, 109 esemény déli 11 és 12 óra között történt. A 237 000 lakosú Såo Miguel-szigeten sokan a szabadban töltötték az éjszakát, a legnagyobb méretű esemény 4-es volt a Richter-skálán. A 4. ábra napi eloszlásának 12 óra körüli maximuma tehát ennek az eseménydús napnak az eredménye. Ha nem néztük volna meg területre, évekre, sőt napra lebontva a rengések napi eloszlását, téves következtetésekre jutottunk volna, miszerint a rengések eloszlásában mutatkozó déli maximum az egész területre és időszakra jellemző.

A földrengések napi eloszlásának minden esetben éjszakai maximuma, és nappali minimuma mutatkozik. Nappal a tömegközlekedés és más emberi tevékenység miatt nagyobb a zajszint, ami megnehezíti ebben az időszakban a kisméretű földrengések regisztrálását. A szeizmográfok által

regisztrált zajok erősségének napi menete azt mutatja, hogy éjjel kisebb az ún. civilizációs zaj (Rindgal és Bungum 1977), és ekkor történik több rengés detektálása.

Több ezer földrengés térképen történő megjelenítésnek lehetőségeit elemzi a Magyar Geofizika cikke (Pődör és Kiszely 2010), és többek között Gooding interneten elérhető magazinban megjelent összeállítása (http://www.esri.com/news/arcuser/1098/quake.html, 2011-03-08), valamint Grünthal et al. (1999) munkáiban láthatunk ezekre példákat.

6 A rengések heti eloszlásának elemzése

Az emberi tevékenység hatását a hétvégére és munkanapra eső rengések napi eloszlásának összehasonlításával elemeztük. A 9. ábrán mindkét vizsgált területen több rengés detektálása történik az éjszakai és hajnali órákban. Ez a különbség nagyobb a Kárpát-medence rengéseinél, ami az emberi "kulturális zaj" nagyobb mértékére utal. A nappali – 12 óra körüli – események száma kissé megemelkedik mindkét területen, de a Kárpát-medence adatrendszere esetében munkanapokon nagyobb mértékben, mint hétvégén. Ez bányarobbantások téves bekerülését jelzi a katalógusba.



8. ábra. Azori-szigetek rengéseinek napi eloszlása különböző években (a), és mélység szerint (b)



9. ábra. Az Észak-Atlanti-hátság 2,2<M<3,4 méretű 1996 és 2009 közötti, és a Kárpát-medence M>2,2 1900 és 2009 közötti rengéseinek eloszlása hétvégén és munkanapokon

7 Összefoglalás

Kisméretű földrengés-események nagyszámú regisztrálása az utóbbi évtizedben lehetővé teszi ezek statisztikai elemzését. A nagy elemszámú, illetve hosszabb időre kiterjedő adatrendszerek elemzése viszont nagy körültekintést igényel. A Kárpát-medence több mint 100 éves katalógusa M>3,2 rengések esetén 0,84 korrelációs együtthatóval kapcsolatot mutat a 11 éves napfoltciklussal. A területet több részre bontva látható, hogy az egyes rész-területek aktív időszakai közül több valóban napfoltmaximum idejére esett. Az Észak-Atlanti-hátság esetén nem áll rendelkezésre olyan hosszú teljesnek mondható adatrendszer, amin kereshetnénk a 11 éves napfoltciklust. A naptevékenység és földrengések kapcsolatát reményeink szerint a katalógus adatok további elemzése (pl. mélység, fészekmechanizmus, magnitúdó, földrajzi szélesség szerinti gyakoriság eloszlások) kideríthetik.

Nagy rengésszámú, nagy területre és hosszú időre kiterjedő katalógus epicentrum adatainak térképi megjelenítése és statisztikai vizsgálata nagy körültekintést igényel. A több 10 000 földrengés térképi megjelenítésére új módszereket kell keresni. A terület elemi rácsokra eső rengéseit egy új megközelítésben ábrázoltuk az ArcGIS program segítségével, így pontosabb képet kaptunk a rengések területi eloszlásáról. Kimutattuk, hogy ezek napi periodicitást mutatnak, amik az emberi tevékenységhez köthetőek. Az ipari tevékenység és a közlekedés zaja megváltoztatja a detektálási körülményeket. Éjjel több rengés detektálása történik, ami Arisztotelész megfigyeléseinek is megfelel.

Két hibalehetőségre mutattunk rá:

- 1. A rengések egyenetlen területi eloszlása. Esetünkben a kis méretű rengések adatai egy szűk területről (Azori-szigetek) származnak, és tévesen ezek jellegzetességeit a teljes területre vonatkoztatjuk.
- Egy-egy rendkívüli rengés-aktivitás megváltoztathatja a rengések napi eloszlását, amit tévesen a teljes vizsgált időszakra vonatkoztatunk. Esetünkben a Fogo vulkán 2005. szeptember 20-ai kitörését kísérő rengések nagy száma a déli órákban megjelent az 1996 és 2009 közötti évekre számított napi eloszlásban.

A Kárpát-medence és az Észak-Atlanti-hátság területén is több rengés kerül detektálásra az éjszakai órákban, mint nappal. A hétvégére és munkanapra eső rengések napi menete között dél körül mutatkozó kisebb maximum eredete nem szeizmikus események (robbantások) jelenlétére utalhat a Kárpát-medence esetében. A Vértes területén egyszerre van jelen tektonikus aktivitás és bányaművelés, szétválasztásuk sokszor nem egyértelmű (Kiszely 2009).

Köszönetnyilvánítás. Szeretnénk megköszönni Dr Bencze Pál segítségét és útmutatását az Sqáramok és a napfolttevékenység földi hatásainak legújabb eredményeinek az ismertetésében.

Hivatkozások

- Duma G (1999): Geomagnetic secular variation and an interesting relation to earthquake activity, Symposium: Results in Magnetotellurics. Aeronomy and Geomagnetism, October 14-15, 1999, Sopron, Hungary.
- **Duma G, Rhuzin Y** (2003): Diurnal changes of earthquake activity and geomagnetic Sq-variations. Natural Hazards and Earth System Sciences, 3, 171–177.
- Freund T F (2003): Rocks that Crackle and Sparkle and Glow: Strange Pre-Earthquake Phenomena: Journal of Scientific exploration, 17(1), 37–71.
- Gao A, Silver P, Linde A, Sacks S (2000): Annual modulation of triggered seismicity following the 1992 Landers earthquake in California. Nature, 406, 500–504.
- Grünthal G, GSHAP Region 3 Working Group (1999): Seismic hazard assessment for Central, North and Northwest Europe: GSHAP Region 3 Annali di Geofisica, 42.
- Gui-Quing Zhang (1998): Relationship between global seismicity and solar activities, Acta Seismologica Sinica, 44(4), 495–500.
- Kitaibel P, Tomtsányi Á (1814) Dissertatio de terrae motu in genere ac in specie Mórensi anno 1810. Budae. (1960 facsimile Akadémiai Kiadó, Budapest).
- Khain V E, Khalilov E N (2008): About possible influence of solar activity upon seismic and volcanic activities: Long-term forecast: SCIENCES WITHOUT BORDERS. Transaction of the International Academy of Science H & E. Vol.3. 2007/2008, SWB, Innsbruck, 2008 ISBN 978-9952-451-01-6.
- Kiszely M (2009): Discrimination of small earthquakes from quarry blasts in the Vértes Hills Hungary using complex analysis, Acta Geod. Geoph. Hung., 44(2), 227–244.

Lipovics T (2004): Connection between earthquake and geomagnetic Sq-variations. Abstract, Conference of Young Experts, Sárospatak.

- Martini D, Mursula K, Körmendi A (2004): Possible planetary excitation of earthquakes. Acta Geod. Geoph. Hung., 39(4), 439–446.
- Macmillian S, Droujinina S (2007): Long-term trend in geomagnetic daily variation. Earth Planets Space, 59, 391–395.

Odintsov S D, Ivanov-Kholodnyi G S, Georgieva K (2007): Solar Activity and Global Seismicity of the Earth. Bulletin of Russian Academy of Sciences: Physics, 71(4), 593–959.

- Pődör A, Kiszely M (2010): Földrengések térképen történő ábrázolásának 200 éves története. Magyar Geofizika, 50(4), 172–179.
- Rindgal F, Bungum H (1977): Noise level variation at norsar and its effect on detectability. BSSA, 67(2), 479–492.
- Schuster F (1897): On Lunar and Solar Periodocoties of Earthquakes. Proc. Roy. Soc. London, 61, 455–465.

Tóth L, Mónus P, Zsíros T (1996-2000): Hungarian Earthquake Bulletin 1995-1999, Georisk, Budapest.

- Tóth L, Mónus P, Zsíros T, Kiszely M (2001-2006): Hungarian Earthquake Bulletin 2000-2005. GeoRisk-MTA GGKI, Budapest.
- Tóth L, Mónus P, Zsíros T, Bus Z, Kiszely M (2007-2009): Hungarian Earthquake Bulletin 2006-2008. GeoRisk-MTA GGKI, Budapest.
- Ulbrich U, Ahorner L. Ebel A (1987): Statistical investigations on diurnal and annual periodicity and on tidal triggering of local earthquakes in Central Europe. J. Geophys, 61. 150–157.
- Schlapp D M, Sellek R, Butcher E C. (1990): Studies of worldwide secular trends in the solar daily geomagnetic variation. J. Geophys., 100, 469–475.
- Zhuravlev V. J, Lukk, A. A, Mirzoev K. M, Sycheva N. A (2006): Diurnal periodicity of weak earthquakes in Central Asia – Izvestiya, Physics of the Earth, 42(11), 890–903.

Zotov O D (2007): Weekend Effect in Seismic Activity. Physics of the solid Earth, 43(12), 1105–1011.

Zsíros T (2000): A Kárpát-medence szeizmicitása és földrengés veszélyessége: Magyar földrengés katalógus (456-1995). ISBN 963 8381 15 9, MTA FKK GGKI, Budapest, 495.

Internetes források:

GMT - GENERIC MAPPING TOOLS: http://gmt.soest.hawaii.edu (2009-12-02)

ArcGIS Desktop Software: http://www.esri.com/products/.

Gooding M (1998) Studying Seismic Activity Using ArcWiew GIS and 3D Analyst, http://www.esri.com/news/arcuser/1098/quake.html.

FELSZÍNMOZGÁSOK KIMUTATÁSA ÉS ELEMZÉSE SZINTETIZÁLT APERTÚRÁJÚ RADAR (SAR) ADATOK INTERFEROMETRIKUS FELDOLGOZÁSA ALAPJÁN

Hován Kinga^{*}

Interferometric processing and utilization of synthetic aperture radar (SAR) data for surface displacements – This paper summarises the attributes of SAR data and its capability to monitor land surface changes. Remote sensing (InSAR in this case) has a great advantage when it comes to mapping surface changes. The processing steps are demonstrated through an example (earthquake in Bam) and the results are analysed and compared.

Keywords: remote sensing, InSAR, data processing, earthquake

A cikk röviden összefoglalja a SAR adatok tulajdonságait, és hogy ezek a tulajdonságok miért teszik alkalmassá a technológiát felszínmozgások monitorozására. Az InSAR távérzékelési technológia előnyösen alkalmazható felszínmozgások megfigyelésében. A feldolgozási lépések egy általam feldolgozott példán (földrengés Bam városában) keresztül kerülnek bemutatásra, majd a kapott eredményeimet ismertetem és elemzem.

Kulcsszavak: távérzékelés, InSAR, adatfeldolgozás, földrengés

1 Bevezetés

A légi és műholdas képalkotó radarok az általuk kibocsátott és a felszínről visszavert elektromágneses sugárzás segítségével alkotnak visszaverődési képet a térképezendő területről. A mikrohullámú érzékelők közül is kiemelkedik a *SAR* (Synthetic Aperture Radar – szintetizált apertúrájú radar) a radarképek rendkívül magas térbeli felbontásával és sokrétű információ-tartalmával, mellyel többféle gyakorlati felhasználási lehetősége is kínálkozik. A hagyományos földrajzi és különböző topográfiai felmérési alkalmazásokon kívül már olyan területeken is használják, mint a tengerek térképezése, erdészet, mezőgazdaság, várostervezés, környezettudományok, valamint természeti katasztrófák előrejelzése, értékelése.

A cikkben a SAR rendszer általános áttekintése után egy földrengés példáján keresztül részletesen kifejtem a differenciális interferometrikus feldolgozás lépéseit, valamint az ezen feldolgozással kapott eredményeimet. A teljes feldolgozás SARscape szoftverrel készült.

2 A SAR rendszer

A SAR szenzorok az elektromágneses spektrum mikrohullámú tartományában működnek, hullámhosszuk jellemzően 1 cm és pár 10 cm között van. A SAR oldalra néző aktív rendszer, az elektromágneses sugárzást maga állítja elő, alkalmazhatósága nem függ sem az időjárástól, sem a napszaktól. A szenzor a saját kisugárzott hullámainak felszínről visszavert jelét (fázis- és futási idő) méri, amiből később nagy felbontású kép készül. Mikrohullámú tartományban a visszaverődés szempontjából a legfontosabbak a geometriai és dielektromos jellemzők. Ennek megfelelően a radarképek a domborzatot és a megfigyelt terep morfológiai szerkezetét, valamint a talaj érdességét és vezetőképességét (talajnedvesség-változásokat) emelik ki. Mivel a SAR-képeken megjelennek a tárgyak dielektromos jellemzőinek változásai, ezért segítségével a vegetáció állapotáról is kaphatunk információkat (mezőgazdasági, erdészeti alkalmazások). Az oldalra nézés (így a jelek futási idő alapján távolság szerint rendezhetőek) következményei a magassági geometriai torzulások, amik nagy magasságkülönbségek esetén, hegyvidéki területeken jelentkeznek: radarárnyék, áthajlás, hossz-torzulás: lejtőrövidülés. Fontos jellemző még, hogy a mikrohullámok hullámhosszuktól függően képesek áthatolni a vegetáción, sőt még a talaj felsőbb rétegein is.

A *szintetizált apertúra* kifejezés azt az utófeldolgozással szimulált antenna jelét jelenti, ami alatt a szenzor érzékeli az objektumot, azaz a megtett távolság, amíg az adott objektumról jelek érkeznek vissza az antennába. Kihasználva a radar visszhangok Doppler-jelenségét – amelyek az eszköz előrehaladásával keletkeznek – egy sokkal nagyobb antennát szintetizál, elméletben megnöveli a valóságban kis méretű antenna méretét. Ez rendkívül nagy repülés irányú felbontást eredményez, ami azt jelenti, hogy ezzel a technikával egy kb. 10 méteres antennával szimulálhatunk egy több (akár 4-5) kilométeres antennát, az eredeti, kilométeres repülés irányú felbontást végeredményben 25 méteresre csökkentve. A SAR rendszer geometriai jellemzői az 1. ábrán láthatóak.

Az interferometrikus SAR (*InSAR* vagy IfSAR – Interferometric SAR) olyan technológia, ami kettő vagy több olyan SAR kép között elemzi a fáziskülönbséget, amelyek egymástól csak csekély mértékben eltérő műholdpozíciókban készültek. A fáziskülönbség elsősorban a terep topográfiájától függ (de a fáziszaj, az atmoszférikus hatások és a műholdpozíció meghatározási pontosságának is a függvénye), és segítségével nagy felbontású digitális magasságmodellek is készíthetőek. A komplex interferogram – ami a felvételek közötti fáziskülönbséget ábrázolja – valójában egy sávokból álló mintázat, ami tartalmazza az összes relatív geometriára vonatkozó információt. A sávok az interferometrikus fázis ismétlődései (2π törtrészei). A topográfia térképezésén kívül a SAR interferometria differenciális alkalmazásával (*DInSAR* – amely két-két radarkép közötti fázisdifferenciát elemzi) és állandó szórópontú alkalmazásával (*PS-InSAR* – amely több felvétel, egy felvételsorozat pontjai közötti fáziskülönbséget használja fel) magasságváltozások, felszínmozgások pontos meghatározása is lehetségessé válik, így gyakorlati felhasználása rendkívül sokrétű. Ezzel, a hazánkban egyelőre igen ritkán alkalmazott technikával, lehetővé válik a felszíni deformációk, elmozdulások valamint PS-InSAR esetén azok sebességének érzékelése a radar hullámhossza alatti pontossággal (Hoffmann 2007, Massonnet et al. 1998).



1. ábra. A SAR rendszer geometriája

3 A bami földrengés elemzése

3.1 A vizsgált bami földrengés bemutatása

2003. december 26-án 6,6-os erősségű földrengés rázta meg az iráni Bam városát és a környező Kerman tartományt. A földrengés különösen pusztító volt, a város lakosságának közel 50 %-a halt vagy sérült meg (ez 60 000 embert jelent), valamint a rengések során a város épületeinek és infrastruktúrájának 85-90 %-a sérült vagy semmisült meg teljesen. A földrengés mechanizmusainak és elmozdulásainak tanulmányozása, elemzése érdekében, és hogy az ilyen hasonló katasztrófák a jövőben megelőzhetőek legyenek (pl. megfelelő építési szabályozással), az Európai Űrügynökség kutatói célokra ingyenesen közzétette a földrengésről készült radarfelvételeket (ezek alapján készült a későbbi feldolgozás is). A földrengés a városhoz nagyon közel, attól délnyugatra kb. 10 km-re pattant ki, a felszín alatt kb. 10 km-re. A földrengés jellemzőit a 2. ábra mutatja.

Bam környéke Irán délkeleti részén egy szeizmikusan aktív zóna, ennek ellenére a városban a 2003. decemberi földrengés előtt nem regisztráltak hasonló pusztító erejű rengéseket (Wang et al. 2004).

3.2 Az interferometrikus feldolgozáshoz felhasznált radarfelvételek

A felvételek kiválasztása során a két legfontosabb szempont az időbeli különbség és a műholdpozíciók közötti bázisvonalak hossza. Nyilván minél kisebb időbeli eltéréssel és minél rövidebb bázisvonallal készültek a felhasználandó képek, annál megbízhatóbb eredményt szolgáltatnak, annál jobban használhatóak. A feldolgozáshoz Envisat ASAR felvételeket használtam fel, amelyek az Európai Űrügynökség (ESA) honlapjáról ingyenesen elérhetők. A 3 általam használt leszálló pályán készült SAR-képek felvételi dátumai:

- 1. 2003. június 11.
- 2. 2003. december 3.
- 3. 2004. január 7.

Az interferometrikus feldolgozás két általános alkalmazási területe a *digitális domborzatmodell* generálás és elmozdulás térkép készítés. A képek közül az első kettőt a digitális domborzatmodell létrehozásához használtam fel, ezek alkalmasak is voltak erre, mivel a képek készítésének időpontja között a domborzatban nem történt nagy változás, nem volt túlságosan nagy az időbeli különbség (megközelítőleg fél év), és a normális bázisvonal sem volt nagy a műholdpozíciók között (477 m) (Stramondo et al. 2005, Hoffmann 2007, Massonnet et al. 1998).

A földrengés elemzésére a 2. és 3. felvételt használtam fel, hiszen a földrengés ezek készítésének időpontja között történt, ezen kívül az ezek közötti merőleges bázisvonal (522 m – az ESA pályamanővereinek köszönhetően), valamint az időbeli különbség (35 nap) is kicsi, és így a két kép különbségéből jól látszott a földrengés hatására létrejött deformáció. A képek készítési folyamatának időskálán való ábrázolása a 3. ábrán látható.



2. ábra. A földrengés helye, a törésvonalban keletkező nyírófeszültség hatására történt É-D irányú elmozdulás és a földrengés fészekmechanizmusa (Nadim et al. 2004)



3. ábra. A felhasznált radarképek készítésének időskálája

A felvételek komplex egynézetes képek (SLC: Single-Look Complex), ami azt jelenti, hogy amplitúdó- és fázisinformációkat egyaránt tartalmaznak a beérkező jelekről. Mindkét részre szükség van a későbbi komplex interferogramok előállításához (Massonnet et al. 1998).

3.3 Digitális domborzatmodell és elmozdulás térkép készítése

Egy földi pont és a szenzor közötti távolságot a felvétel készítésének időpontjában meghatározhatjuk a két komplex (amplitúdó és fázis), koregisztrált (azaz a mester kép koordinátarendszerébe transzformált) SAR felvétel közötti fáziskülönbségből. Ez úgy történik, hogy az egyik képet megszorozzuk a másik kép komplex konjugáltjával, ezáltal egy interferogram jön létre. Az interferogram fázisa úgynevezett "fringe"-eket (sávokat) tartalmaz, amik a topográfiát és az elmozdulásokat szintvonalakként követik, így a két kép közötti fáziskülönbséget, azaz a domborzatot illetve annak változását ábrázolják (Hoffmann 2007, Massonnet et al. 1998).

Digitális domborzatmodell készítés esetén a két felvétel, amely ugyanarról, az időközben legfeljebb csak kis mértékben megváltozott területről (pl. növényzet évszakos változása), rövid bázisvonallal (pár 100 m) készült, a kissé eltérő műholdpozíciók által mintegy sztereo elrendezés hatására kirajzolja a fáziskülönbségből számítható relatív domborzatot.

Elmozdulás térkép készítésénél hasonló a helyzet, kivéve, hogy a domborzatban a két felvétel készítése közötti időszakban valamilyen jelentős, gyors lefolyású változás történt (pl. földrengés, földcsuszamlás) és az ennek hatására létrejött elmozdulások térképezése a célunk. Mindkét esetben nagyon hasznos az ún. koherencia térkép készítése, amely a terület különböző részeit leíró adatok koherenciáját, minőségét, megbízhatóságát jellemzi. A koherencia mérőszáma 0 és 1 között változik, a 0 a korreláció hiányát, 1 a teljes korrelációt jelenti. A koherenciát csökkentik a növényzettel borított, a beépített területek (a térbeli jelszóródás miatt), illetve a domborzat olyan részei, amelyek a szenzorral ellentétes irányba néznek, azaz takarásban vannak (koherenciájuk 0), valamint ha a két felvétel készítése között hosszabb idő telik el (Massonnet et al. 1998).

A fenti, kívánt eredmények elérése érdekében a következő lépéseket hajtottam végre:

1. A komplex, egynézetes (SLC) képek többszörös nézete, valamint koregisztrációja:

Az egynézetes felvételek készítésénél a cél az egész szintetizált apertúra és az összes beérkezett radarjel felhasználhatósága a lehető legnagyobb felbontással. Hátránya, hogy ezáltal a kapott kép nagyon szemcsés, zajos lesz. Ahhoz, hogy ezt a látszólagos zajt megszűntessük, több képet készítünk egy SLC felvételből, ezt úgy érjük el, hogy a vett jeleket beérkezési sorrendben több csoportra osztjuk. Ezek olyanok, mintha ugyanazon terület különböző nézetből készült, független felvételei lennének, majd ezeket átlagoljuk és egyesítjük. A többszörös nézeteket a repülési irányban vagy arra merőlegesen a cellák átlagolásával hozzuk létre, aminek eredménye, hogy a radiometriai felbontás lényegesen növekszik, ezzel együtt viszont a térbeli felbontás csökken (Massonnet et al. 1998). Az így kapott felvétel könnyebben feldolgozható, mint az eredeti egynézetes kép és megközelítőleg négyzetes pixelmérettel rendelkezik (4. ábra).

Ahhoz, hogy jó minőségű InSAR képet kapjak, az egyes komplex felvételeket pixel alatti pontossággal kell koregisztrálni. Ez térbeli regisztrációt és újramintavételezést igényel (amennyiben a pixel méretek nem egyeznek), hogy kiküszöböljem az eltolódási, forgási, és méretaránybeli különbségeket. Leegyszerűsítve, a koregisztráció kettő vagy több olyan SAR kép közös rendszerbe transzformálása, amelyeknél a pályaadatok csak kissé térnek el egymástól, és megegyezik a felvétel módja.



4. ábra. Balra az egynézetes felvétel amplitúdó (intenzitás) és fázis sávja, jobbra a többnézetes intenzitás kép

A felvételeket általában csak egymáshoz képest hozzuk egy rendszerbe, de a koregisztráció gyakran geokódolást is jelent. A fő kép, melyhez a többit igazítjuk a mester (master) kép, a többi pedig szolga (slave) kép. A felvételeknek teljesen vagy részlegesen át kell fedniük egymást, és vagy különböző időpontokban használt szenzorok által, vagy egy műhold többszörös áthaladásakor készülnek (Massonnet et al. 1998). Koregisztráció után a szolga kép(ek) pixelei ugyanazt a földi pontot reprezentálják, mint a megfelelő pixel a mester képen (5. ábra).

2. Interferogram készítés, szűrés és koherencia térkép generálás

Az eredmény egy olyan interferogram, ami tartalmazza az összes fáziskülönbséget előidéző tényezőt (pl. a topográfia hatását, a konstans fázist és minden változást, ami a mester és a szolga felvétel készítése között történt a felszínen). Egy sáv az általam feldolgozott Envisat ASAR képeknél (pl. fehértől a fehérig, $-\pi$ -től π -ig) a radarjel hullámhossza felének, 2.83 cm műhold irányú, ferde távolságnak felel meg. Amennyiben nagy felbontású magasságmodell is rendelkezésre áll a vizsgált területről és nem pont annak létrehozása a cél, azt is bevonhatjuk a folyamatba, ezáltal a felvételi geometria hatására létrejött konstans fáziseltérés és a topográfiát leíró alacsony frekvenciájú fázisrészek (az ún. szintetikus fázis) kiesnek, és csak a magas frekvenciájú, ún. differenciális fázis marad. (Stramondo et al. 2005) Ez akkor célravezető, amikor a magas frekvenciájú fázist, azaz a felszín változásait, deformációit vizsgáljuk (Massonnet et al. 1998).

Az interferogram szűrése lehetővé teszi, hogy eredményeként csökkentett fáziszajjal rendelkező terméket készítsek. Ezzel együtt az interferometrikus koherencia térképet is elkészítettem, ami a fázis minőségét, megbízhatóságát jellemzi. Alacsony koherenciájú képpárokból nem ajánlatos számszerű információkat levezetni. A szűrési eljárás nagymértékben javítja az interferogram sávjainak láthatóságát, és csökkenti az időbeli vagy a bázisvonal hatására létrejött dekorrelációt (Hoffmann 2007, Massonnet et al. 1998).





6. ábra. Differenciális interferogram a földrengés előtt és után készült felvételekből, kiemelve a földrengés által érintett terület

A szűrő a sávok energia spektrumából közvetlen számított, változó sávszélességének köszönhetően elsősorban a magas korrelációjú területeken simítja el a fázisokat, az alacsony korrelációjú (koherenciájú) területeken a sávok széle durva marad, nem simul el. A szűrőt ezért a koherencia alapján adaptív módon optimalizáltam: az inkoherens területeket jobban, a magas koherenciával rendelkezőket kevésbé szűri meg, ezáltal minimalizálva a jelveszteséget, miközben a zajszint erősen lecsökken. A 2. és 3. felvétel, valamint 90 m-es felbontású SRTM domborzatmodell felhasználásával készült és szűrt differenciális interferogram a 6. ábrán, a koherencia térkép a 7. ábrán látható.



7. ábra. Koherencia térkép a földrengés előtt és után készült felvételekből, az értékek 0 és 1 között változhatnak, a feketétől (alacsony) a fehérig (magas koherencia)

3. Fázis kibontás, fázis átváltása magassággá valamint elmozdulássá

Az interferogram fázisa csak 2π törtrésze lehet, ezért minden alkalommal, amikor a fázisváltozás nagyobb mint 2π , a fázis újra 0-ról indul, és a periódus ismétlődik. A fázis kibontás vagy kitömörítés az a folyamat, ami ezt a 2π többértelműséget feloldja, és a fázisképet ismétlődő sávok helyett egységessé simítja. Ez elengedhetetlen ahhoz, hogy a fázisinformációt magassággá vagy elmozdulássá válthassam át. A fázis információt tartalmazó szürke árnyalatok viszonylagosak, ezeket a valódi terepi magasságokra történő átváltáshoz abszolút értelemben kalibrálni kell (pl. ismert magasságú pontok segítségével) (Massonnet et al. 1998). Tehát az abszolút kalibrált és kibontott fázist a szintetikus fázissal kombináltan átváltottam elmozdulássá vagy magassággá, és földrajzi koordináta-rendszerbe transzformáltam.

A transzformációhoz felhasználtam a Doppler-egyenletet, aminek segítségével számítható a kapcsolat az érzékelő és minden egyes visszaverő elem között, valamint ezek relatív sebessége, ezen kívül nem csak a felvételi geometriát, hanem a feldolgozó karakterisztikáját és a kartográfiai transzformációkat is figyelembe veszi. Ehhez feltétlenül szükséges földi illesztő pontok (GCP – Ground Control Point) ismerete, melyeknek az adott koordináta-rendszerben ismertek a vízszintes és magassági koordinátái (Wang et al. 2004, Stramondo et al. 2005).

A 8. ábrán látható a differenciális interferogram sávjainak kibontása, ami követi a domborzatot, valamint kirajzolódik a két felvétel közötti magasságkülönbség a földrengés helyén: világos (fehér) színnel a süllyedés, sötét (fekete) színnel az emelkedés.

4 Összegzés

A differenciális interferogramon, amely a két felvétel fáziskülönbségén alapszik, pontosan megállapítható, hogy mekkora elmozdulás történt a műhold irányába a földrengés során (Stramondo et al. 2005). A földrengés törésvonalának két oldalán így az általam kapott elmozdulások: keleti oldal északi részén -17,5 cm (süllyedés), déli részén 30,6 cm (emelkedés); nyugati oldal északi részén -5,1 cm, déli részén 3,4 cm. Ez 6,2 és 10,8 ismétlődő sávnak felel meg a keleti, valamint 1,8-nak és 1,2-nek a nyugati oldalon ferde keresztirányban, a műhold irányában mérve (8. ábra). A földrengés hatására a topográfiában is jelentős változások történtek (Wang et al. 2004), mivel Bam domborzata a sivatagos területen a földrengés előtt viszonylag sima lefutású volt, a cm-dm nagyságrendű magasságváltozások számottevőek, ahogy az a 8. ábrán is látszik.



8. ábra. A földrengés kibontott fázisképe, kiemelve a törésvonal mellett létrejött emelkedés, illetve süllyedés mértéke

Az InSAR (DInSAR, PS-InSAR) technika kiemelten alkalmas ilyen és ehhez hasonló, felszínmozgással, magasságváltozással járó események kimutatására, elemzésére, az esemény előtti és utáni állapot különbségének bemutatására, segítségével a radar adatokból pontos és szemléletes digitális domborzatmodellek és elmozdulás térképek készíthetők.

A módszer rendkívüli előnye, hogy az egész területet összefüggően vizsgálhatjuk terepi felmérés nélkül, így összefüggő képet kapunk a bekövetkezett felszínmozgásokról csupán a radaradatokból, amelyek egészen 1992-ig, csaknem 20 évre visszamenőleg rendelkezésre állnak. Emellett az elérhető térbeli felbontás szenzortól függően pár métertől pár 10 méterig terjed, esetünkben kb. 25 m, a felvételi sáv szélessége kb. 100 km, az így létrehozott domborzat- vagy felszínmodellek vízszintes felbontása 20-25 m, magassági felbontása 3-5 m. Az elmozdulások megállapításának pontossága differenciális feldolgozásnál cm-mm nagyságrendű (Stramondo et al. 2005, Massonnet et al. 1998), a geodéziai mozgásvizsgálatoknál is használható PS-InSAR technológiánál az elmozdulások vertikális sebességét nagy pontossággal ($\leq 1 \text{ mm/év}$) tudjuk meghatározni (itt viszont az állandó szórópontok azonosítása okozhat némi nehézséget a felvételsorozaton)(Grenerczy et al. 2008).

A vizsgált bami földrengés egy nagyon szerencsés, mondhatni ideális helyszín a feldolgozás szempontjából: nincsenek nagy magasságkülönbségek, sivatagos, így az atmoszféra hatása (főként vízgőz) elenyésző, növényzet és beépített területek alig vannak, az elmozdulások tisztán látszanak (Stramondo et al. 2005). Eredményei nagyon jól szemléltetik a technológia nyújtotta lehetőségeket ideális esetben, és a kinyerhető adatok sokféleségét, amelyek kiválóan hasznosíthatóak, ezen kívül kiegészítő információkkal szolgálhatnak különböző geodéziai feladatok megoldásánál is. A cikk célja, hogy a saját teljes feldolgozásom eredményein keresztül részletesen bemutassa a Magyarországon csak igen ritkán, szűk körben alkalmazott technológia hátterét és előnyeit.

Köszönetnyilvánítás. Köszönet illeti Dr. Grenerczy Gyulát, a FÖMI KGO vezető tanácsosát, aki témajavaslatával hozzájárult a tanulmány elkészítéséhez.

Hivatkozások

- Grenerczy Gy, Virág G, Frey S, Oberle Z (2008): Budapest műholdas mozgástérképe: a PSInSAR/ASMI technika hazai bevezetése és ellenőrzése. Geodézia és Kartográfia, 2008/11(60), 3–9.
- Hoffmann J (2007): Mapping damage during the Bam (Iran) earthquake using interferometric coherence. International Journal of Remote Sensing, 28(6), 1199–1216.
- Massonnet D, Feigl K L (1998): Radar interferometry and its application to changes in the Earth's surface. Reviews of Geophysics, 36(4), 441-500.
- Nadim F, Moghtaderi-Zadeh M, Lindholm C, Andersen A, Remseth S, Bolourchi M J, Mokhtari M, Tvedt E (2004): The Bam Earthquake of 26 December 2003. Bulletin of Earthquake Engineering, 2, 119–153.
- Stramondo S, Moro M, Doumaz F, Cinti F R (2005): The 26 December 2003, Bam, Iran earthquake: surface displacement from Envisat ASAR interferometry. International Journal of Remote Sensing, 26(5), 1027–1034.
- Wang R, Xia Y, Grosser H, Wetzel H-U, Kaufmann H, Zschau J (2004): The 2003 Bam (SE Iran) earthquake: precise source parameters from satellite radar interferometry. Royal Astronomical Society, Geophys. J. Int., 159(3), 917–922.

CSÚCSKERESÉSI ELJÁRÁSOK TELJES HULLÁMALAKOS LÉZERSZKENNER ADATOK FELDOLGOZÁSÁHOZ

Zaletnyik Piroska^{*}, Laky Sándor^{**}, Charles K. Tóth^{***}

Peak detection from full-waveform LiDAR data – Most airborne LiDAR systems extract the return pulses and intensity signal during data acquisition in real-time, which information is then logged. As full waveform recording is becoming increasingly affordable and consequently available on today's state-of-the-art LiDAR systems, there is no practical limitation on the complexity of pulse detection methods that can be applied in post-processing mode. Analyzing the entire return signal, the full waveform, can provide additional geometrical and physical information about the reflecting surfaces. Currently, most LiDAR applications are based on utilizing only the geometry of the point cloud, where the precision and, most importantly, the density of these points primarily depend on the used peak detection method. The objective of this paper is to examine and compare different peak detection algorithms to improve the accuracy of the generated point clouds, and thus, to support better interpretation and classification of the backscattering surface.

Keywords: full-waveform, LiDAR, peak detection

A lézerszkennerek fejlődése során a kezdetben csak egy visszavert impulzust érzékelő rendszerektől, a több impulzust érzékelő rendszereken át napjainkban eljutottunk a teljes visszavert hullámalakot digitalizáló és rögzítő rendszerekig. A hullámalakok utólagos feldolgozása számos többletinformáció kinyerését teszi lehetővé. Egyrészt jobb minőségű, sűrűbb pontfelhő állítható elő, másrészt a hullámalakok elemzése információt szolgáltathat a visszaverő felület fizikai és geometriai tulajdonságait illetően. Dolgozatunkban a sűrűbb és pontosabb pontfelhő előállítása céljából különböző csúcskeresési eljárásokat vizsgálunk meg.

Kulcsszavak: teljes hullámalak, LiDAR, lézerszkenner, csúcskeresés

1 Bevezetés

Napjainkban a légi lézerszkennelés (airborne LiDAR – Light Detection and Ranging) már széles körben elterjedt, nagyon sok alkalmazási területe van. Használják digitális domborzatmodell (DDM) vagy digitális felületmodell (DFM) előállításra, erdészeti lombkorona ill. növényzet felmérésekre, digitális városmodell készítésre, távvezeték térképezésre, régészeti felmérésekre, közlekedés modellezésére, parti területek felmérésére vagy akár gleccserkutatásra is (Shan és Tóth 2009). A lézerszkennelés már több évtizedes múltra tekint vissza, azonban Magyarországon még viszonylag új technológiának számít, így a magyar nyelvű szakirodalmi kifejezések sem mindig egyértelműek, nem tekinthetőek általánosan elfogadottnak. Egy közelmúltban megjelent cikkben Lovas és Berényi (2011) összefoglalta a lézerszkennelésben előforduló szakmai kifejezések, fogalmak magyar megfelelőit.

A lézerszkennelés során a műszer kibocsát egy impulzust (lézersugarat) a földfelszín felé, és rögzíti a visszavert jel beérkezésének időpontját, amiből a fénysebesség alapján távolságot lehet számítani. A repülőgép koordinátáinak, irányának és a lézersugár irányának ismeretében a visszaverő pont térbeli koordinátái is számíthatóak. A kibocsátott lézersugár azonban kis mértékben széttart, így ha ezen a szóródási kúpon belül több objektum is megtalálható, akkor több különböző helyről fog visszaverődni a jel (1. ábra). Fás területen a jel egy része visszaverődhet a lombkorona tetejéről, egy más része az alacsonyabban elhelyezkedő ágakról, bokrokról, végül a talajról is. Épületek szélénél is előfordulhat többszörös visszaverődés, ahol a jel egy része a háztetőről, másik része a ház

^{*}BME Általános és Felsőgeodézia Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. Kmf. 16. E-mail: zaletnyikp@gmail.com ^{**}MTA-BME Fizikai Geodézia és Geodinamikai Kutatócsoport, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. Kmf. 16. E-mail: laky@sci.fgt.bme.hu ^{***}The Center for Mapping, The Ohio State University, Columbus, OH 43210 E-mail: toth@cfm.ohio-state.edu



1. ábra. Légi lézerszkennelés során kibocsátott és visszaverődött jel (Mallet és Bretar (2009) alapján)

faláról verődik vissza. Ezek a többszörös visszaverődések nagyon komplex hullámalakot is létrehozhatnak, amiből sokszor nehéz meghatározni az eredeti visszaverő objektumok elhelyezkedését.

Az első lézerszkennerek eleinte csak egy visszavert impulzust voltak képesek detektálni és a felhasználó rendelkezésére bocsátani. Később a rendszerek fejlődésével kialakultak az első és utolsó visszaverődést is érzékelő szkennerek, majd megjelentek a több visszaverődést (akár 4–6) detektáló rendszerek is. Eleinte csak a megmért pontok koordinátáit kapta meg a felhasználó (a pontfelhőt), később a hozzájuk tartozó intenzitás értékeket is. Az intenzitás értékeknek nincs mértékegysége, a kibocsátott és a visszaérkezett lézersugár energiájának a hányadosa, amit 0–255 közötti értékre normalizálnak egy előzetes mérés alapján. A lézerszkennerek legújabb generációja az ún. teljes hullámalakos lézerszkennerek képesek az egész visszavert jelet digitalizálni és rögzíteni (Mallet és Bretar 2009). Jó magyar nyelvű összefoglalót ad a légi lézerszkennelés alapelvéről Barsi et al. (2003), a teljes hullámalakos lézerszkennerek működéséről pedig Székely et al. (2007).

A teljes hullámalakos lézerszkennerek sok új lehetőséget nyújtanak. A rögzített hullámalak elemzésével a visszaverő felület további geometriai és egyéb fizikai tulajdonságaira következhetünk (Jutzi és Stilla 2005, Wagner et al. 2004).

A tároláshoz azonban megfelelő adattároló kapacitásra van szükség. A lézerszkennerek egy-egy repülés alkalmával sok millió pontot mérnek fel (az átlagos mintavételezés 50–100 kHz-en történik), ha minden egyes kibocsátott lézersugárhoz az egész visszavert hullámot eltároljuk, ez sokszorosára növeli a tárolóigényt. A teszt területünk Toronto (Ontario, Kanada) közelében helyezkedik el, itt kb. egy percnyi teljes hullámalakos lézerszkennelés során körülbelül 4 000 000 hullámformát mértek, ami 580 MByte adatot jelent, a 460 MByte navigációs adat mellett (GPS idő, földrajzi szélesség, hosszúság, magasság, bólintás, dőlés, haladási irány stb.). Könnyen kiszámolható, hogy egy 3 órás repülés alatt 180 GByte adatot kell eltárolni (Laky et al. 2010a).

Az eltárolt hullámalakok több célra is felhasználhatóak. Különböző a füves, fás területről, illetve útburkolatról, ferde tetőről visszaverődött jelek hullámalakja, így alkalmasak osztályozási feladatokhoz (Zaletnyik et al 2010, Laky et al. 2010b). Emellett a visszavert csúcsok pontosabb meghatározásával a pontfelhő geometriai pontosságát, illetve sűrűségét is javíthatjuk, meghatározva a több visszaverődést tartalmazó, összemosódó hullámalakokban korábban meg nem talált lokális maximumokat. Az így előállított sűrűbb pontfelhő egyik legfőbb alkalmazója az erdészet. A több visszaverődés meghatározása segítséget nyújthat az osztályozásban, amikor a fák típusát vagy a lombkorona nagyságát szeretnék meghatározni (Reitberger et al 2006). Ugyancsak hasznos lehet légvezetékek, magas épületek felismerésében (például repülésirányítás számára), ami kevés visszaverődés esetében nehéz feladat (Parrish 2007).

Dolgozatunkban különböző csúcskeresési eljárásokat vizsgálunk meg és hasonlítunk össze, mind a megtalált csúcsok száma, mind az eljárás hatékonysága szempontjából.

2 Csúcskeresési eljárások

A visszatérési idő meghatározásához, teljes hullámalakok felhasználásával, elengedhetetlenek a csúcskeresési eljárások, éppen ezért nagyon sokféle algoritmus terjedt el (Mallet és Bretar 2009). A legegyszerűbb eljárások a maximális intenzitás értéket keresik meg, ezzel azonban csak egy csúcs határozható meg. Másik gyakori módszer egy fix küszöbérték alkalmazása, ha a visszaérkező jel a küszöbérték felé emelkedik, akkor határoznak meg egy csúcsot. Ez azonban nagyon függ a hullámforma amplitúdójától, szélességétől. Ennél jobb módszer, amikor nem egy fix küszöbértéket alkalmaznak, hanem például a maximális amplitúdó felénél veszik mindig fel a küszöbértéket. Van megoldás a visszatérő hullám súlypontjának meghatározására is: lehet korrelációs eljárásokat használni, felhasználva a kimenő hullámformát, fel lehet használni szűrés után az első deriváltakat, illetve függvényillesztéssel is meghatározhatóak a visszaérkező hullámforma csúcsai (Jutzi és Stilla 2005).

Ebben a dolgozatban különböző módszereket fogunk megvizsgálni (fedélzeti, intervallum, első derivált, wavelet, spline-görbület, Gauss görbe illesztés) és összehasonlítani az általuk megtalált csúcsok számát, illetve az algoritmus hatékonyságát, gyorsaságát.

2.1 Fedélzeti módszer

A lézerszkennerek már a mérés közben meghatározzák a visszaverődések idejét a pontfelhő számításához. Mint arról már szó volt, az első lézerszkennerek csak egy impulzust tudtak detektálni, a későbbi gyártású műszerek kettőt, majd a még újabbak akár 4–6-ot is. Mivel a teljes hullámforma nem állt rendelkezésre, így a felhasználónak nem volt rálátása a folyamatra, nem tudta szükség esetén pontosítani, sűríteni a pontfelhőt más csúcskeresési algoritmusok alkalmazásával.

A teljes hullámalakos lézerszkennerek esetében rögzítve van a visszaverődött hullámforma, illetve e mellett, a navigációs fájlban tárolva vannak a repülőgép koordinátái, haladási iránya, a fedélzeten meghatározott visszaverődések távolságai, intenzitás értékei is, melyek alapján visszaszámolható, hogy a mérés közben hol detektált visszaverődést a lézerszkenner. Sajnos a forgalmazó nem ad ki specifikációt a módszerről, amellyel meghatározza a visszaverődéseket, így a pontos eljárás nem ismert, ezért ezt itt fedélzeti módszerként említjük.

A 2. ábrán néhány hullámforma látható, rajta bejelölve a fedélzeti módszerrel meghatározott csúcsok. Az ábra vízszintes tengelye a visszatérési időt ábrázolja az első beérkezéstől kezdve nanoszekundumokban, a függőleges tengely pedig az intenzitásértékeket, ami 0–255 között változhat (mértékegység nélküli arányszám). Itt több problémára lehetünk figyelmesek. A 2.a ábrán két csúcs került meghatározásra, holott az ábrán látszik, hogy itt még legalább további két visszaverődést detektálni kellett volna, csak annyira közel voltak a visszaverő objektumok, hogy a hullámok összecsúsztak. A 2.b ábrán az látszik, hogy olyan helyen is meghatározásra került csúcs, ahol nincs is hullámforma. Úgy tűnik a visszavert hullám egy része nem került rögzítésre. Ilyen jellegű hiba meglepően sokszor fordult elő, a vizsgált adatállomány majdnem 10 százalékában vannak hiányzó részek. A 2.c ábrát nézve látszik, hogy az összemosódó hullámoknál a minimum 4 csúcs helyett csak egyet talált meg a módszer, de még annak az egynek sem jó az intenzitás értéke. Jó néhány esetben előfordult, hogy jól meghatározott csúcshoz hibás intenzitás érték lett eltárolva. Az előzőek alapján látható, hogy indokolt más csúcskeresési eljárásokat megvizsgálni, amivel korrigálhatjuk az itt felsorolt hibákat.



2. ábra. Fedélzeti módszerrel meghatározott csúcsok (x)

2.2 Intervallum módszer

Az általunk intervallum módszernek nevezett algoritmus Eli Billauertől származik (Peakdet: Peak detection using MATLAB. http://www.billauer.co.il/peakdet.html, /utolsó módosítás: 2011. április 8./, 2011-07-01), némi változtatással.

A lokális maximum/minimum keresés egyik leggyakrabban használt matematikai eszköze az első derivált nulla értékeinek megkeresése, ez azonban zajos jelek esetében nem túl jól alkalmazható. Kihasználhatjuk azonban azt a nyilvánvaló tényt, hogy a lokális maximumok "völgyek" között helyezkednek el, vagyis a csúcsok környezetében alacsonyabb értékek vannak. Olyan pontokat kell tehát keresnünk, amelyeknek mindkét oldalán egy adott delta értékkel kisebb értékek találhatóak. Ezt a delta értéket pedig annak függvényében adhatjuk meg, hogy mennyire zajjal terhelt a rögzített jel.

Jelen esetben a delta értékét 2 intenzitás értéknek vettük fel, tehát ennél nagyobb mértékben környezetéből kiugró csúcsokat határoztunk meg. Az 3. ábrán két korábban is szereplő minta hullám látható (a 3.a ábrán be lett rajzolva egy kb. 5 intenzitás értéknek felvett intervallum illusztrációként). A 3.a ábrán a meghatározott csúcsok száma ugyanannyi, mint a fedélzeti módszernél volt (2.a ábra), ez a módszer sem találta meg az összemosódó átfedő hullámokat. A 3.b ábrán látszik, hogy ebben az esetben egy helyett (2.c ábra) két csúcs lett meghatározva, és az intenzitás értékek is a megfelelő-ek, azonban itt is vannak még hiányzó átfedő csúcsok.

2.3 Első derivált módszere

Az előző fejezetben említettük, hogy az első derivált nulla értékeinek megkeresése is használható lehet lokális maximum/minimum megkeresésére. A lézerszkenner adatok hatékony feldolgozásához azonban szükséges néhány módosítást tennünk. Az első szükséges lépés a zajszűrés, e nélkül a tény-legesnél jóval több nulla értéket találnánk a deriváltban.

Jelen feladatnál csak a lokális maximumok (csúcsok) megkeresése a cél, így azokat a helyeket keressük, ahol az első derivált pozitívból negatívba megy át. Mivel mindenképpen szükséges simító szűrést alkalmazni, ez információvesztéshez vezethet, ha túl nagyra választjuk a simítás mértékét. Túl kicsi simítás esetén viszont sok hamis csúcsot fogunk meghatározni a zajnak köszönhetően. Tapasztalat szerint a hullámformák kis intenzitásértékei voltak nagyon zajosak, így egy bizonyos küszöbérték alatt érdemes elhagyni a jelet, a hamis csúcsok megtalálásának csökkentése érdekében.

Átfedő csúcsokat ezzel a módszerrel sem tudunk meghatározni, kivéve, ha kicsit módosítunk az algoritmuson és keressük azokat a helyeket is, ahol bizonyos hosszúságú szakaszon vízszintes a jel érintője (min. 3 ns, az alatt csak zaj). Az első derivált a vízszintes szakasz előtt és után is változatlanul pozitív vagy negatív ebben az esetben. A 4. ábrán erre látunk néhány példát. A 4.a ábrán a már korábban is vizsgált hullámformában (3.a ábra) egy új átfedő csúcsot sikerült meghatározni, a 4.b ábrán a korábbi kettő helyett (3.b ábra) immár négy csúcs került meghatározásra, azonban a 4.c és a 4.a ábrán is vannak olyan átfedő hullámok, amelyeket nem sikerült detektálni. Ezen impulzusok már annyira összecsúsztak, hogy egyáltalán nincs vízszintes érintőjük, viszont mégis egyértelműen lát-szik, hogy nem egy impulzusról van szó.



3. ábra. Intervallum módszerrel meghatározott csúcsok (x)



4. ábra. Első derivált módszerével meghatározott csúcsok (x)

2.4 Wavelet módszer

Csúcskereséshez waveleteket is felhasználhatunk. Ilyen módszert alkalmaz a National Instruments a LabVIEW nevű jelfeldolgozó rendszerében (http://zone.ni.com/devzone/cda/tut/p/id/5432 /publi-kálás: 2009. július 31./, 2011-07-01), és ezen módszeren alapult a mi algoritmusunk is.

Ennél a módszernél a jelet ismételten felbontjuk közelítő és részletjelekre wavelet transzformáció alkalmazásával (5. ábra). Mi a CDF/3/9 (Cohen-Daubechies-Feauveau) waveletet (biortogonális wavelet) használtuk (Laky et al. 2010a). A legmagasabb szintű részletjelekben megkeressük a nulla átmeneteket, majd ezeknek a helyeit finomítjuk az alacsonyabb szintű részletjelek vizsgálatával. Itt fontos eldönteni, hogy hány szintre bontjuk fel a jelet, hogy kiszűrjük a zajból adódó hamis csúcsokat, ugyanakkor minden csúcs meghatározásra kerüljön. A felbontást két szinten végeztük el, és itt is el kellett hagyni egy küszöbérték alatt a jel alsó, zajos részét (5. ábra alsó ábrája).

A 6. ábrán két példa látható wavelet módszerrel meghatározott csúcsokra. A 6.a ábrán látszik, hogy a módszerrel meghatározható volt olyan átfedő impulzus is, ahol nem volt vízszintes érintő (ami a 4.c ábrán még nem került meghatározásra). De mind a 6.a, mind a 6.b ábra alapján látható, hogy ezzel a módszerrel sem lehet minden átfedő csúcsot megtalálni. Valamivel jobb eredményt értünk el, mint az első derivált módszerével, de ez a módszer sem tökéletes.

2.5 Spline görbületi módszer

További javulást érhetünk el a csúcsok meghatározásában, ha nem az első deriváltat vizsgáljuk, hanem a görbületet, vagyis a második deriváltban keressük meg azokat a helyeket, ahol a minimumok vannak.

Itt először szükséges a jelre illeszteni egy harmadfokú simító spline-t, majd meg kell keresni azokat a helyeket, ahol a második deriváltban lokális minimumok vannak (7. ábra). A minimumokat az intervallum módszerrel határoztuk meg. Ezzel a módszer még több átfedő csúcsot sikerült megtalálni (lásd a 7a ábrán ugyanazt a visszavert hullámformát, mint a 6.b ábrán), és ez volt a legkevésbé érzékeny a zajokra. Bizonyos visszaérkező hullámok azonban annyira összemosódnak, hogy már jelentős görbületbeli változások sincsenek benne, csak egyszerűen egy meglehetősen ferde hullám adódik az összegből (7.b ábra). Ez utóbbi visszaverődéseket azonban csak függvényillesztéssel lehet meghatározni.

2.6 Modellezés Gauss görbével

Sok tanulmány foglalkozik a hullámforma komponensekre bontásával, függvényillesztés segítségével (Mallet és Bretar 2009). Wagner et al. (2006) Gauss függvényeket illesztett a visszaverődött hullámformára, Chauve et al. (2007) pedig általánosított Gauss illetve lognormál függvényekkel modellezte a jelet.







6. ábra. Wavelet módszerrel meghatározott csúcsok (x)



7. ábra. Spline görbületi módszerrel meghatározott csúcsok (x) és a hullámokhoz tartozó második deriváltak

Az általánosított Gauss görbét az (1) képlet írja le:

$$f_{GG,j}(x) = a_j \cdot \exp\left(-\frac{\left|x-\mu_j\right|^{\alpha_j^2}}{2\sigma_j^2}\right),\tag{1}$$

ahol *j* az illesztett csúcs sorszáma, σ a szélesség paraméter, μ a maximum helye, α pedig a lapultság. $\alpha = \sqrt{2}$ a Gauss görbének, $\alpha = 1$ a Laplace görbének és $\alpha > \sqrt{2}$ egy lapult Gauss görbének felel meg.

A függvényillesztés kétségtelenül nagyon hatékony módszer, ezzel lehet a legtöbb átfedő impulzust megtalálni. Ezen kívül az a nagy előnye is megvan, hogy a függvények paraméterei (szélesség, lapultság) nagyon értékes információt nyújtanak a későbbi osztályozáshoz is. A jó teljesítmény azonban együtt jár egy nagy hátránnyal is. A függvényillesztés egy iteratív módszer, emiatt jelentős számításigénye van. Jó kezdőértékek alkalmazásával természetesen csökkenteni lehet a számításigényt. A leggyorsabb eredményt akkor értük el, ha a spline görbületi módszerrel meghatározott csúcsokat használtuk fel kezdőértéknek.

A 8. ábra két példát mutat a hullámforma komponensekre bontására és a maradék eltérésekre, melyek mindkét esetben 2–3 intenzitásérték alatt maradtak. A 8.a ábra világosan mutatja a módszer hatékonyságát a visszaverődések detektálásában, ahol három teljesen összemosódó impulzust sikerült szétválasztani. A spline görbületi módszerrel ugyanitt csak egy visszaverődést sikerült meghatározni (7.b ábra). A 8.b ábra pedig egy tipikus, erdős területen rögzített hullámformát mutat, hat átfedő visszaverődéssel.

3 Kísérleti eredmények

A csúcskeresési eljárások bármilyen lézerszkennerrel mért hullámformák esetében ugyanúgy alkalmazhatóak. Mi a vizsgálathoz Optech ALTM 3100 teljes hullámalakos légi lézerszkenner méréseit használtuk fel. A mérés Torontótól (Kanada, Ontario) északra történt, Ganaraska-erdő környékén, erdészeti, mezőgazdasági területen. A teljes adatállomány egy percnyi mérést tartalmaz, több mint négymillió hullámformával. Jelen dolgozat célja a különböző csúcskeresési módszerek összehasonlítása volt sűrűbb és pontosabb pontfelhő előállításához, így a mérésből kiválasztottunk egy kisebb részt, egy mért sort, 400 hullámformával, erdős területről, hogy sok többszörös visszaverődés legyen a mintaállományban.



A lézerszkenner 70 kHz frekvencián mért, a digitalizáló mintavételezési sűrűsége pedig 1 nanoszekundum volt.

8. ábra. Modellezés Gauss görbével

A maximálisan tárolható hullámforma 440 ns, amit két digitalizáló rögzít, ez 66 m mérési tartományt jelent. Az első digitalizáló akkor kezd működni, amikor az első visszavert impulzus beérkezik, és addig működik, amíg a visszaérkezett jel egy bizonyos küszöbérték felett van. Ez a szegmens maximum 220 nanoszekundum hosszú lehet. A második digitalizáló akkor lép működésbe, ha a jel ismét meghaladja a megadott küszöbértéket. A beérkező jelet egy 8 bites analóg-digitális átalakító digitalizálja, vagyis az intenzitás értékek 0–255 között változhatnak (Optech 2005).

Az 1. táblázatban megtalálhatóak a különböző módszerekkel meghatározott csúcsok, és a hozzájuk tartozó számítások futásideje is. A 9. ábra pedig egy keresztmetszeti ábra, a lézerszkennerrel mért adatokból hatféle eljárással kiszámolt visszaverő pontokkal.

4 Összefoglalás

A dolgozat célja a különböző csúcskeresési eljárások összehasonlítása volt, hogy utófeldolgozással minél több csúcsot (visszaverődést) határozzunk meg a teljes hullámalakos lézerszkenner adatokból. Ennek kettős célja van, egyrészt hogy pontosítsuk a pontfelhő meghatározást, másrészt, hogy támogassuk a későbbi osztályozási feladatokat. A 9. ábrán jól látható, ahogy egyre sűrűsödik a meghatározott pontfelhő, az első ábrán szinte csak a lombkorona tetejéről és a talajról kapunk pontokat, az utolsók alapján pedig a fák felépítésére, fajtájára is le lehet vonni következtetéseket. Az így meghatározható sűrűbb pontfelhő többek között az erdészet számára érdekes, ahol fontos feladat légi táv-érzékelési módszerek alapján megbecsülni a biomasszát vagy az erdők faállományának fajtáit.

Az 1. táblázat eredményei is bizonyítják, hogy az egyre kifinomultabb módszerek egyre hatékonyabban képesek megtalálni a csúcsokat a visszavert hullámformában, de természetesen a megtalált csúcsok számával együtt nő a futásidő is. Mint az várható volt, mind az öt vizsgált módszer több csúcsot talált meg az utófeldolgozás során, mint a valós időben működő fedélzeti módszer.

A csúcsok megtalálásában a Gauss görbe illesztéssel értük el a legjobb eredményt, több mint kétszerannyi megtalált csúccsal, mint a fedélzeti módszer esetében. A görbeillesztés a teljesen öszszemosódó, átfedő impulzusokat is sikeresen szétválasztotta. Igaz ebben az esetben sok olyan esetben is két átfedő impulzust detektált a módszer, ami vizuálisan egy, kissé ferde csúcsnak látszódik. Ez lehet az eredménye valóban két nagyon közeli (kis magasságkülönbségű) visszaverő felületnek, de ugyanannyira elképzelhető az is, hogy egy ferde felületről érkezett vissza a jel (Jutzi és Stilla 2003). A kérdés biztos eldöntéséhez ismerni kellene pontosan a tesztterületet és a visszaverő objektumokat. A módszer jelentős hátránya, hogy két nagyságrenddel lassabb, mint a második legjobban teljesítő, a spline-görbületi módszer.

Ezek a mindössze 400 hullámformát felhasználó kezdeti kutatások bebizonyították, hogy jelentősen növelhető a csúcskeresési eljárások hatékonysága, különösen az átfedő impulzusok jelenléte estében, a későbbiekben célunk, hogy a csúcskeresési eredményeket osztályozási feladatokhoz is felhasználjuk.

Módszer	Futásidő	Megtalált csúcsok száma
Fedélzeti	_	583 db
Intervallum	0,10 s	623 db
Első derivált	0,05 s	714 db
Wavelet	1,48 s	737 db
Spline görbületi	4,89 s	791 db
Modellezés Gauss görbével	356,41 s	1180 db

1. táblázat. A különböző csúcskeresési eljárások futásideje és a megtalált csúcsok száma 400 hullámalak esetén



9. ábra. A 400 teszt hullámformából a) fedélzeti b) intervallum c) első derivált d) wavelet e) spline görbületi f) Gauss görbe módszerrel meghatározott pontfelhő (magassági nulla szint a repülőgép magassága)

Hivatkozások

- Barsi Á, Detrekői Á, Lovas T, Tóvári D (2003): Adatgyűjtés légi lézerletapogatással. Geodézia és Kartográfia, 55(7), 10–17.
- Chauve A, Mallet C, Bretar F, Durrieu S, Pierrot-Deseilligny M, Puech W (2007): Processing full-waveform lidar data: Modelling raw signals. International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences 36(3/W52), 102–107.
- Jutzi B, Stilla U (2003): Laser pulse analysis for reconstruction and classification of urban objects. In: Ebner H, Heipke C, Mayer H, Pakzad K (eds) Photogrammetric Image Analysis PIA'03. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing., 34(3/W8), 151–156.
- Jutzi B, Stilla U (2005): Measuring and processing the waveform of laser pulses. In: A. Gruen and H. Kahmen (eds), Optical 3-D Measurement Techniques 7(1), 194–203.
- Laky S, Zaletnyik P, Toth C (2010a): Compressing LiDAR Waveform Data. In: International LiDAR Mapping Forum 2010. Denver, Amerikai Egyesült Államok, 2010.03.03-2010.03.05., 1–10.
- Laky S, Zaletnyik P, Toth C (2010b): Land classification of wavelet-compressed full-waveform LiDAR data. International Archives of the Photogrammetry Remote Sensing and Spatial Information Sciences (ISSN: 1682-1750) 38(3A), 115–119.
- Lovas T, Berényi A (2011): Fogalmak, kifejezések a lézerszkennelésben. Geodézia és Kartográfia, 63(4), 9-12.
- Mallet C, Bretar F (2009): Full-waveform topographic LiDAR: State-of-the-art. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 64(1), 1–16.
- **Optech Incorporated** (2005): Airborne Laser Terrain Mapper (ALTM) Waveform Digitizer Manual, Optech Incorporated, Toronto, Ontario, Canada, Document No. 0028443/Rev A.5, 35.
- Parrish CE (2007): Exploiting full-waveform lidar data and multiresolution wavelet analysis for vertical object detection and recognition. Geoscience and Remote Sensing Symposium, IGARSS 2007. IEEE International, DOI: 10.1109/IGARSS.2007.4423351, 2499–2502.
- Reitberger J, Krzystek P, Stilla U (2006): Analysis of Full Waveform Lidar Data for Tree Species Classification. Symposium ISPRS Commission III "Photogrammetric Computer Vision" PCV06, 20-22th September, Bonn, Germany, 1–6.
- Shan J, Tóth C (2009): Topographic Laser Ranging and Scanning Principles and Processing. CRC Press Taylor & Francis, London. 590.
- Székely B, Molnár G, Roncat A (2007): Domborzat- és felületmodellek teljes jelalakos légi lézerszkenneléssel. Geodézia és Kartográfia, 59(12), 8–13.
- Wagner W, Ullrich A, Melzer T, Briese C, Kraus K (2004): From single pulse to full-waveform airborne laser scanners: Potential and practical challenges. International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 35(Part B3), 201–206.
- Wagner W, Ullrich A, Ducic V, Melzer T, Studnicka N (2006): Gaussian decomposition and calibration of a novel smallfootprint full-waveform digitising airborne laser scanner. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 60(2), 100–112.
- Zaletnyik P, Laky S, Toth C (2010): LiDAR Waveform Classification Using Self Organizing Map. In: ASPRS 2010 Annual conference. San Diego, Amerikai Egyesült Államok, 2010.04.26-2010.04.30., 1–12.

AUTOMATIZÁLT TÖRZSTÉRKÉPEZÉS FÖLDI LÉZERSZKENNELÉS ADATAINAK OBJEKTUM-ORIENTÁLT FELDOLGOZÁSÁVAL

Brolly Gábor^{*}, Király Géza^{*}

Automatic stem detection from terrestrial laser scanner data by object-oriented approach – The objective of the present study is to introduce an automatic tree mapping algorithm which utilizes terrestrial laser scanner data from single position or multiple scanning positions, and which is applicable even in the presence of dense undergrowth. The image noise caused by the low vegetation is removed through logical operations between raster layers. The adjacent measurements are organized to discontinuous image objects using operations of mathematical morphology. The filtering of tree stems was achieved by pattern recognition on image objects. The method was validated on a sample area of 9.5 ha, surveyed from 38 scanning positions, where more than two-third of the tree stems were detected automatically. The bias of the diameter estimation was -1.9 cm.

Keywords: terrestrial laser scanning, pattern recognition, image objects, algorithm

Dolgozatunkban egy földi lézerszkennelési adatokon alapuló törzstérképezési eljárás bemutatása a cél, mely lehetővé teszi egy vagy több álláspontból készített felmérések automatikus feldolgozását, és különösen jól alkalmazható aljnövényzettel fedett állományokban. Az aljnövényzet jelenlétéből adódó, és a törzsek detektálását nehezítő képi zajok csökkentését raszteres rétegek közötti logikai műveletekkel végeztük el. Ezt követően – a képfeldolgozásban használatos matematikai morfológia eszközeivel – az egymáshoz közeli méréseket képi objektumokba rendeztük. A törzsek kimutatása a képi objektumok alakjának vizsgálatával történt. Az eljárást 38 felvételi álláspontból készített, közel 10 hektáros mintaterületen teszteltük, ahol a törzsek több mint kétharmadát sikerült automatizáltan feltérképezni. Az átmérőbecslés szisztematikus hibája -1,9 cm.

Kulcsszavak: földi lézeres letapogatás, alakfelismerés, képi objektumok, algoritmus

1 Bevezetés

A törzstérképek faegyedek – erdészeti szóhasználattal egyesfák – vetületi rendszerben megadott pozícióját, esetenként további tematikus jellemzőit ábrázolják. A törzsek felmérésének egyik lehetséges távérzékelési megoldása a földi lézeres letapogatás, melynek során pásztázó lézeres távolságmérésekkel nyerünk térbeli koordinátákat a földfelszín és a növényzet felületéről. A lézeres távmérés adatsűrűsége és pontossága a térképezendő faegyedek helyének, méretének és alakjának meghatározását egyaránt lehetővé teszi. Munkánk csak a feldolgozás módszertani kérdéseivel foglalkozik. A teljesség kedvéért megjegyezzük, hogy tudomásunk szerint a földi lézeres letapogatás erdészeti célú felhasználásának gazdasági vonatkozásairól nem készültek még összehasonlító tanulmányok, ezért a hatékonyság nem feltétlenül jelent gazdaságosságot is.

A feldolgozás több lépése magas fokon automatizálható. Az előfeldolgozás során az egyes álláspontokból mért ponthalmazok tájékozása, majd ebből a domborzatmodell előállítása többé-kevésbé kitaposott úton haladva megoldható, ezekre ugyanis kereskedelmi forgalomban hozzáférhető szoftverek is rendelkezésre állnak. Meg kell jegyezni azonban, hogy erdei környezetben a változatos terep és a szabálytalan geometriájú elemek dominanciája speciális megoldásokat igényelnek, ezért napjainkban is folynak még kutatások. A növényzet adatainak feldolgozására, köztük az álló fák helyének és méretének kimutatására, nincsenek általánosan elfogadott megoldások. Ennek oka részben az, hogy a növényzet leírása számos szempont szerint megközelíthető.

Erdőterületen, mesterséges tereptárgyak hiányában, azokat a pontokat, melyek nem a földfelszínről verődtek vissza, *vegetációpontoknak* hívjuk. A domborzatmodell birtokában a vegetációpontok magassági koordinátájuk alapján egyszerűen elkülöníthetők a ponthalmazból. Mivel ezek a fákra és az aljnövényzetre történt méréseket tematikus osztály nélkül tartalmazzák, az egyesfák térképezéséhez először le kell válogatni a fatörzsekről visszaverődött méréseket – hasonló módon, ahogy a domborzatmodell előállításához megkeressük a tereppontokat.

A törzsek átmérőjének egy adott referenciamagasságban történő mérése egyszerűsíti az egyedi és az állományra értelmezett állapotjellemzők kiszámítását. Az erdészeti szakmában a talaj felett értelmezett 1,30 méteres magasságot tekintik referenciamagasságnak, a fák átmérőjét egységesen ebben a magasságban mérik. Célszerű ezért a törzstérképet is erre a magasságra vonatkoztatni, és ekkor elegendő csak azokat a lézerrel mért adatokat feldolgozni, melyek ebben a magasságban találhatók. Más magasságokban található pontok bevonásával a pontleválogatás megbízhatósága növelhető. A törzstérképen ábrázolt terület nagysága változó, az egy álláspontból felmért, pár méteres sugarú mintakörtől akár több hektáros erdőrészletekig terjedhet. Megjegyezzük, hogy a törzstérképezésen kívül, a lézeres letapogatás egyesfák törzsének, vagy teljes alakjának modellezésére is használható, ekkor a feldolgozás rendszerint csak az adott faegyed pár méteres környezetére korlátozódik.

1.1 Automatizálási lehetőségek a törzstérképek előállítására

A törzstérképezéshez több automatikus pontleválogatási és modellezési eljárást is kifejlesztettek. Ezek általában két feltételezésen alapulnak, egyrészt a törzs keresztmetszetének körív (ill. henger) alakján, másrészt pedig azon a tényen, hogy a fatörzsek felülete mentén a visszavert pontok sűrűsége nagyobb, mint a környezetükben. Simonse et al. (2003) a képfeldolgozásban alkalmazott Houghtranszformációval több magasságban megkeresik a körív alakú pontcsoportokat. A törzsek keresztmetszetét körrel modellezik, az illesztés a legkisebb négyzetek elve szerint történik. Ennek az alapkoncepciónak több változata is van, melyek további geometriai feltételekkel csökkentik a téves felismeréseket, például a pontcsoport köré írható kör méretére vonatkozóan (Aschoff és Spiecker 2004). Bienert et al. (2007) kétlépcsős alakfelismerési eljárást dolgoztak ki, mely először egy mozgóablakos módszerrel kiválogatja a pontcsoportokat, és a mozgó ablak celláira meghatározza a tapasztalati pontsűrűséget, ezután az álláspont távolsága és a szkennelési felbontás alapján az ablak celláira az eljárás kiszámítja az elméleti pontsűrűséget is. Amennyiben a két pontsűrűség egy küszöb felett egyezést mutat, a klasztert törzsnek minősíti. Az eljárás ágas törzsű fenyők esetén is nagyon megbízható, de csak egy álláspontból készült felvételek esetén működik. Király és Brolly (2008) "holdsarló"-nak nevezett módszere az ismert felvételi állásponttól indul ki. Megkeresi a legközelebbi pontot, majd megvizsgálja, hogy ez egy magányos pont-e, vagy egy holdsarló alakú pontcsoport legközelebbi (legszélső) pontja. Az utóbbi esetben feltételezhetjük, hogy a pontcsoport egy fa keresztmetszeti képe. Ezután kört illesztünk a középső, valamint a szélső pontok alapján. Amennyiben a kör illesztése sikeres volt, és a meghatározott átmérő egy megadott tolerancián belül esik, akkor a megtalált fát, és paramétereit rögzítjük. Brolly és Király (2009) a K-középpont klaszterkereső módszer módosításával dolgozott ki megoldást a törzsek helyének kimutatására. A pontcsoportok törzsek osztályába sorolásának feltétele a legkisebb négyzetek módszerével számított körív illeszkedése. Az eljárás térbeli változata a pontok ferde hengerre történő illeszkedését tekinti az osztályozási szabály alapjának.

A sikeresen kimutatott törzsek aránya nagyon változó egyes szerzőknél akár 100% is lehet – ám egyértelmű a felvételi körülmények és az állományszerkezeti viszonyok hatása. Fontos tényezőként említhetők a domborzati viszonyok (Aschoff és Spiecker 2004), az álláspontok száma és ezen keresztül a pontsűrűség (Király et al. 2007), valamint az ág nélküli törzsmagasság (Bienert et al. 2007).

A bemutatásra kerülő algoritmus első részletes ismertetésére a 2010-ben megrendezett SilviLaser konferencián került sor (Brolly és Király 2010). Az azóta történt fejlesztések elsősorban a törzs keresztmetszetének pontosabb leírását és az átmérőbecslés javítását célozták. Mivel az angol nyelvű konferencia kiadvány jelenleg is csak a résztvevők számára elérhető, ezért a teljes eljárást közöljük.

1.2 Törzstérképezés aljnövényzet jelenlétében

Az aljnövényzet az erdei életközösségek fontos része, rendszerint lágyszárúakból, pár méter magas cserjékből és újulati egyedekből áll. A Pilisi Parkerdő Zrt. Mexikópusztai bemutató területén az aljnövényzeti foltok – melyeket elsősorban fiatal fák alkotnak – tudatosan tervezett erdőfelújítás eredményeképp jöttek létre. Bár az újulati egyedek kis méretük és magas mortalitásuk miatt nem tárgyai a terület törzstérképének, a földi lézeres felmérés során a ponthalmazban tekintélyes adatmennyiséget képviseltek. Ezek az adatok a méretesebb (10 cm-es átmérőt meghaladó) egyesfák pontjainak leválogatását és térképezését sajátosan összetett zaj formájában nehezítették. Ráadásul a felmérési álláspontok magas száma miatt a mérési adatok egységes feldolgozásának megoldása is szükségessé vált. E két tényező egy olyan új automatikus eljárás megírását sürgették, mely

- 1. összefüggő, több hektár nagyságú terület adatainak egységes feldolgozására képes,
- 2. egyaránt felismeri az egy- és több álláspontból felmért törzseket,
- 3. robusztus a sűrű aljnövényzet jelenlétéből adódó hatásokra.

A sűrű aljnövényzet részben kitakarja a törzseket, de ennél sokkal problematikusabb, hogy a ponthalmazban mérési zajként jelentkeznek a törzsek pontjai környezetében. A mérési zajok magányos pontonként, vagy pontcsoportok formájában jelennek meg. Az előbbiek főleg az újulat vagy a cserjék vékony ágairól történő visszaverődések, és mennyiségüket tekintve nagyobb arányban fordulnak elő. Az utóbbiak, bár kevesebben vannak, csoportos megjelenésük miatt numerikus módszerekkel nehezebben különböztethetők meg a törzsekről visszaverődött mérésektől. Ilyen zajokat okoz egy zártabb újulati folt, a nagyobb faegyedek vastagabb, lelógó ágai, vagy azok az elszáradt levelek, melyek a telet követően is a fiatal fák ágain maradtak. Ez utóbbi zajtípus csak a teljes méréscsoport alakjának vizsgálatával különböztethető meg a fáktól, ezért az alak vizsgálatához a méréseket *objektumokba* szervezzük. Célunk, hogy az objektumok geometriája alapján a törzstérképezéshez szükséges "fa" és a törzstérkép szempontjából szükségtelen "aljnövényzet" osztályokat különböztessünk meg.

2 Anyag és módszer

2.1 Felmérés és a domborzatmodell előállítása

A felmért erdőterület Pilisszentlélek községhatárban található, a 25A erdőrészlet, teljes területe 9,5 ha, kezelője a Pilisi Parkerdő Zrt. A területen a "Pro Silva" irányelvei szerint történik az erdő-gazdálkodás már 1999 óta, melynek hatására a természetes erdőfelújulási folyamatok különösen hangsúlyos szerepet kapnak faállomány-szerkezet kialakításában. Az állomány többkorú, magassá-gilag szintezett. A felső lombkoronaszintet 100 év körüli bükk (Fagus sylvatica) és kocsánytalan tölgy (Quercus petraea) alkotja, melyek mellmagassági átmérője 30-70 cm. A cserjeszintben 2-5 méteres, helyenként igen sűrű újulati foltok találhatók (1. ábra).

A földi lézeres felmérés 2009 tavaszán, a lombfakadást megelőzően történt. A mérőműszer egy Riegl LMS-Z420i típusú szkenner volt, melynek távmérési pontossága 50 méteres távolságban 10 mm (http://riegl.com/uploads/tx_pxpriegldownloads/10_DataSheet_Z420i_03-05-2010.pdf, 2011-04-08). Álláspontonként két felvétel készült +50 és -30 fokos zenitszögben döntött tengellyel. A döntött tengelyű felvételeken az állásponthoz közeli fák esetén is látható a törzs teljes hossza, ezért a későbbiekben lehetőség van a teljes törzshossz mentén a térbeli törzsalak meghatározására. A mérések szögfelbontása mindkét esetben 0,06° volt. A 9,5 hektáros munkaterület felmérése négy nap alatt, 38 álláspontból valósult meg. A felvételek tájékozásához használt illesztőpontok felmérése sokszögvonal vezetésével sűrített alapponthálózatról történt, melynek végpontjai GNSS méréssel kerültek meghatározásra (Kiss 2009). A felmérést és a ponthalmaz tájékozását a PiLine Kft. végezte.

A domborzatmodell előállítása a TreesVis szoftver által használt aktív felületek módszerével történt (Weinacker et al. 2004). Az eljárás a tereppontok automatikus szűrése során megtartja azokat



1. ábra. Újulati folt részlete a felmérési ponthalmazban

a durva mérési hibákkal terhelt pontokat is, melyek látszólag a földfelszín alól verődtek vissza. Ezek kiküszöbölése úgy történt, hogy a ponthalmazt egy 1 méter oldalhosszúságú, négyzetes rácshálóval cellákra osztottuk, és cellánként a két legalacsonyabb mérést töröltük. Ezt követően, a megmaradt durva mérési hibák megjelenése csak a műszerállások pár méteres környezetére korlátozódott. E területeken manuális lehatárolás után erősebb simítással csökkentettük a valóságnak nem megfelelő felszíni egyenetlenségeket.

2.2 Referenciaadatok

A domborzatmodell alapján leválogatott pontokból az első törzstérkép elkészítéséhez a "holdsarló" módszer félautomatikus változatát alkalmaztuk (Király és Brolly 2008). A félautomatikus megoldás azt jelenti, hogy a zajjal nem terhelt, tiszta részeken automatikusan; a zajjal terhelt részeken pedig az adott törzs közelítő manuális megjelölésével, majd ennek automatikus pontosításával történt a törzsek felismerése. A pontleválogatás 1,3; 2,0 és 4,0 méteres talajszint feletti magassági rétegben történt. E törzstérkép a 10 cm átmérő feletti törzsek helyét tartalmazza, amelynek ellenőrzése és javítása terepi bejárás során, egy Thales MobileMapperTM CE típusú térinformatikai adatgyűjtővel történt. A bemutatandó eljárás teszteléséhez ezt a törzstérképet tekintettük referenciának.

2.3 Előfeldolgozás

A nyers ponthalmazból két, egyenként 10 cm-es vastagságú szeletben válogattuk le a pontokat 1,3 és 1,5 m-es talajszint feletti magasságban. Ezeket a leszűrt ponthalmazokat 2,5 cm-es cellamérettel raszterizáltuk. Ha egy cella területén volt legalább egy mérésből származó koordináta, akkor a cellát megjelöltük (1), különben üres (0) maradt. Ennek az átalakításnak az eredménye kettő darab egybites raszter, mely a két vizsgált magasságban előforduló méréseket tartalmazta. A raszter 2,5 cm-es felbontása egy kompromisszum eredménye. A kisebb cellaméret pontosabban megőrzi az eredeti koordináták értékét, viszont a későbbiekben kisebb méretű objektumokat eredményez, ami rontja az alakfelismerés megbízhatóságát. A nagyobb cellaméret kevesebb memóriát igényel, de a "pixeles" objektumok alakja kevésbé megkülönböztethető.

A térben egyenletes eloszlású, háttérzaj-jellegű mérések szűrése azon a megfigyelésen alapul, hogy a törzsek mintázata közel egyező mindkét magassági réteg raszterében, míg az aljnövényzet finomabb mintázata alig mutat hasonlóságot. A szűrés során a két magassági réteg között végrehajtott "és" logikai művelettel csak azokat a cellákat tartottuk meg, melyek mindkét magassági réteg-
ben megtalálhatók voltak (2. ábra). Az eredmény raszter így már inkább csak a nagyobb, több cellából álló méréscsoportokat tartalmazza, ezért ez lett a további feldolgozás alapja.

2.3 Képi objektumok előállítása

Egy-egy celláról önmagában nem dönthető el, hogy az egy törzsről, vagy az aljnövényzetről verődött-e vissza, ezért a cellákat objektumokba kell szervezni. Gyakori jelenség, hogy a fatörzsek keresztmetszeti képében szakadások vannak: a jelölt cellákat üres cellák választják szét. Ennek oka lehet a távoli műszerállásból adódó kisebb pontsűrűség, az aljnövényzet kitakarása, és az előfeldolgozásban alkalmazott zajcsökkentés. Ha az objektumok létrehozásához szomszédsági feltételeket is megkövetelünk (régiónövelő eljárások), az eredmény képi objektumok a törzsnek csak egy-egy kis darabját fogják reprezentálni. Kis méretük miatt ezeknek az objektumoknak az alakja nem megbízható jellemző az osztályozáshoz.

A képi objektumok előállítása során ezért kismértékben lemondunk a szomszédsági feltételről: *nem összefüggő képi objektumokat* hozunk létre. Ezekben olyan cellák alkotják az objektumokat, melyek egy előre definiált távolságon belül vannak. A megvalósítás úgy történik, hogy először egy védőzónát hozunk létre a cellák körül, és a csatlakozó védőzóna-cellákat egyesítjük (3. ábra). Egy objektum elemei azok a mérési adatokat tartalmazó cellák, melyek azonos védőzónába esnek. Az objektumokat és elemeiket adatszerkezetben tároljuk, a védőzónát pedig eltávolítjuk.



2. ábra. Magassági metszetek 1,3 és 1,5 méter magasan (a, b); az előszűrés eredménye (c)



3. ábra. A mért pontokat (a) a védőzónával szervezzük objektumokba (b)

2.4 Alakfelismerés

Az aljnövényzeti foltokat és a törzseket egyaránt objektumok építik fel. A következő lépésben ki kell válogatnunk azokat az objektumokat, melyek bizonyosan törzsek részei – ezeket *törzsobjektu-moknak* fogjuk hívni. A törzsobjektumok elkülönítése vizuálisan sem mindig egyértelmű. A törzs keresztmetszeti képe egy felmérési álláspontból mérve egy ív, több álláspontból mérve zárt alakzat, ami gyakran szabálytalan – például az ormós törzsű gyertyánok esetében, vagy ha a törzshöz ágak is kapcsolódnak. A törzsobjektumok szűrésénél azokat az objektumokat választjuk ki, melyek cellái *közelítőleg* egy körív mentén találhatók, de nem követelhetjük meg, hogy a cellák pontosan köríven helyezkedjenek el, hiszen összetett vagy szabálytalan alakú keresztmetszettel is számolnunk kell.

Az első lépésben minden objektumban megkeressük a leghosszabb, üres cellákat tartalmazó szakasz végpontjait (A és B, 4. ábra). Ezután felkeressük az M szakaszfelező ponthoz legközelebb fekvő cellát (P). Ha ez nem egyértelmű, akkor azt a cellát választjuk közülük, melyben PC és AB egyenesek szöge leginkább közelíti a derékszöget. E három cella egy C középpontú, r sugarú körívet határoz meg.

A és *B* cellák középpontjai a körön egy húrt határoznak meg, melyhez ω_1 és ω_2 középponti szögek tartoznak. A középponti szögekhez tartozó ívhossz:

$$i_{\kappa} = r \cdot \omega_{\kappa}, \quad k = \{1, 2\} \tag{1}$$

Felkeressük azokat a cellákat, melyek a kör középpontjával szomszédosak és adott tolerancián belül (tapasztalatunk alapján $\pm 30\%$) a sugár értékének megfelelő távolságban vannak tőle. Ezek száma a két középponti szöghöz tartozó ívre N_1 és N_2 . Képezzük mindkét középponti szögre az ívhosszak hányadosát:

$$f_{K} = i_{K} / N_{K}, \quad k = \{1, 2\}$$
⁽²⁾

A besorolás szabályának geometriai alapja, hogy a húrhoz tartozó ív hosszát a középponttal szomszédos cellák számával és a három pontra felírt kör ívhosszával egyaránt meghatározhatjuk. Ennek arányát fejezi ki az *f szűrési érték*, mely azoknál az objektumoknál, melyek jó közelítéssel körív alakúak, a hányados értéke 1,0-hez közeli érték, egyéb esetben rendszerint kisebb. Minél jobban közelíti egy objektum alakja a szabályos körívet, annál inkább feltételezhető, hogy egy törzs képének részlete, ezért a két ívre felírt *f* hányadosok közül minden objektumnál a nagyobbat tekintjük az objektum szűrési értékének. Azok az objektumok, melyek szűrési értéke egy küszöböt meghalad, törzsobjektumoknak ítéljük. Az optimális szűrési küszöböt egy kisebb, egy hektáros mintaterület alapján határoztuk meg az eredmények vizuális összehasonlításával.



4. ábra. Az objektumba rajzolt körív (a); a középponti szögek (b); ívhosszak becslése (c)

2.5 Törzsek keresztmetszetének rekonstrukciója

A nagyobb átmérőjű fatörzsek esetén a legközelebbi álláspontból származó mérések egy viszonylag nagyméretű objektumot alkotnak, míg a fatörzs túloldalát – távolabbi álláspontból mérve – csak néhány mérés reprezentálja. A nagyméretű objektum rendszerint a törzsobjektumok osztályába tartozik, míg a többi általános objektum, hasonlóan az aljnövényzeti foltokhoz. Korábbi vizsgálatok alapján több álláspont adatainak bevonásával a törzsek pozíciója és átmérője pontosabban meghatározható (Thies és Spicker 2004, Király et al. 2007), ezért érdemes a törzsobjektumhoz hozzárendelni a törzset alkotó további, általános objektumokat is. Ez úgy történik, hogy a törzsobjektumok középpontja körül a sugárnak megfelelő távolságban elérhető összes cellát lekérdezzük. A törzs végleges keresztmetszetének meghatározásához a cellákra a legkisebb négyzetek módszere szerint kört illesztünk, melynek során minimalizáljuk a körív és a cellaközéppontok távolságának négyzet-összegét. A kör középpontja az egyed pozícióját, átmérője pedig a fatörzs mellmagassági átmérőjét adja (5. ábra). Azok az objektumok, melyeknek legalább egy cellája részt vesz az adott keresztmetszet felépítésében, egy közös, *összetett objektumban* egyesíthetők.

Az eljárás korábbi változatában bebizonyosodott, hogy az átmérőbecslés –2,3 centiméteres, vagyis nagyságrendileg egy cella méretű szabályos hibával terhelt. Ennek oka feltételezésünk szerint abban keresendő, hogy az illesztés alapjául szolgáló legbelső cellák a pozitív távmérési hibával terhelt adatokat minden esetben tartalmazzák. A legkisebb négyzetes kiegyenlítés helyett, az eljárás új változatában a keresztmetszeti körív felírására a körív és a cellaközéppontok vonalas eltérésének *abszolút értékét* minimalizáltuk. E módszerrel egy-egy hibás mérést tartalmazó cella kevésbé módosítja az illesztendő kör paramétereit.

2.6 Megvalósítás

Az alkalmazás létrehozása C programnyelven történt, mely rugalmas memóriakezelést tesz lehetővé akár nagyméretű raszteres állományok esetén is. A munkaterület nagy kiterjedése miatt az alkalmazás még így sem olvashatja be a háttértárról a teljes adatmennyiséget, hanem a feldolgozás átfedő, téglalap alakú területrészeken történik. A raszteres adatokon végzett síkbeli elemzések a szabályos adattárolásnak köszönhetően viszont jóval egyszerűbben és kevesebb paraméterrel kivitelezhetők. A cella szinten végrehajtott rutinok (objektumok létrehozása, cellák láthatósági vizsgálata, cellák körcikkhez rendelése) lebegőpontos műveletek nélkül valósulnak meg, ami lényegesen gyorsabb programfutást eredményez.

3 Eredmények és értékelésük

Az előszűrés során a mért adatokat tartalmazó cellák 87%-a törlésre került, ami a háttérzaj-jellegű adatok igen magas arányára utal. Vizuális elemzéssel megállapítható, hogy törzsek celláinak nagy részét az előszűrés nem érintette. Kivételt képeznek ez alól a ferdén álló törzsek, ahol az előszűrés a keresztmetszetet egy-egy cellányival elvékonyítja. Ez azonban csak igen vékony (4-5 cella átmérő-jű), vagy a műszerállástól nagyon távol eső fáknál okoz teljes alakvesztést. Ezzel az eljárással sok esetben összefüggő cellacsoportok is eltávolíthatók voltak.



5. ábra. Keresztmetszet a törzsobjektum cellái alapján (a); szomszédos objektumok belső cellái (b); valamennyi belső cellára kiegyenlített keresztmetszeti kör (c)

A referencia térkép összesen 1561 olyan törzset tartalmaz, melynek átmérője a 10 cm-t meghaladja. Az alakfelismeréssel kimutatott törzsek középpontjait térbeli csatolással a legközelebbi, de legfeljebb 25 cm-re található referencia egyedhez rendeltük. Az alakfelismerés sikerességét az egyértelmű kapcsolatok száma, míg a kihagyásokat a pár nélküli referencia egyedek száma mutatja.

Az egy referencia egyedhez rendelt további pozíciók, és a referencia egyed nélküli pozíciók öszszege a tévesztések számát adja. Ezt az értékelést követve, az eljárás 1100 (68,8%) egyedet sikeresen azonosított, 505-öt (32,2%) kihagyott, és 286-ot tévesen azonosított, ami az összes felismerések számának 20,6%-a.

A 6. ábrán néhány példát láthatunk a helyes azonosításokra, míg a 7. ábrán a tévesztésekre. Figyelemre méltó, hogy a több álláspontból felmért, nagyobb átmérőjű törzsek általában két-három objektumból állnak és a keresztmetszet modellje valamennyi objektumra jól illeszkedik. Ez egyrészt a felvételek pontos tájékozását mutatja, másrészt azt, hogy sikeresen megvalósult a törzsobjektumok szomszédjainak lekérdezése és egyesítése. Mivel csak az objektumok belső cellái vesznek részt a keresztmetszetet leíró kör kiszámításában, az ágak és egyéb zajok hatása akkor sem okoz hibát, ha azok az objektum részeiként jelennek meg. A fő hibaforrásokat olyan aljnövényzeti, vagy egyéb objektumok jelentik, melyek konkáv részleteket tartalmaznak. Ezek kiküszöbölése a szűrési feltétel (ívhosszak hányadosa) szigorításával történhet. A szűrési küszöb emelésével párhuzamosan azonban a kihagyások száma is növekedni fog, különösen az állományszéleken, ahol gyakoribbak az egy álláspontból készült felvételek, ezért a törzsek ívéhez tartozó látószög is jóval kisebb. A 8. ábrán a felismerés értékelését átmérőcsoportok szerinti bontásban láthatjuk. Feltűnő, hogy kisebb átmérőtartományban – körülbelül 25 cm, vagyis 10 cella – a téves detektálások száma különösen magas, míg a kihagyások aránya sokkal kevésbé függ az átmérőtől.

A keresztmetszet végső modelljének a kört választottuk. A törzsek celláinak azonosítása nem követeli meg, hogy a cellák pontosan körív mentén helyezkedjenek el, más szóval, adott a lehetőség, hogy bonyolultabb – akár szabálytalan vagy konkáv – alakzatot illesszünk a leválogatott cellákra, például Király és Brolly (2010) módszerével. A legkisebb négyzetek elve alapján illesztett körök átmérői -2,3 cm-es szabályos eltérést mutattak a referencia adatállományhoz képest. Robusztusabb körillesztési eljárással – a pontok és a körív vonalas eltérésének abszolút összegének minimalizálásával – az átlagos hiba -1,9 cm-re csökkent. A további javítás egyik lehetősége a kiegyenlítésbe bevont cellák számának növelése oly módon, hogy a legbelső elemek mellett azok külső szomszédjait is figyelembe vesszük. Nem szabad megfeledkezni arról sem, hogy a referenciaadatok ugyanazon lézeres adatok alapján kerültek meghatározásra, ezért a kimutatott hiba szabályos jellegének alátámasztására más referenciaadatokon történő ellenőrzés is hasznos lehet.



6. ábra. Példák sikeres törzsfelismerésekre



7. ábra. Példák hibás törzsfelismerésekre



8. ábra. A felismerések sikeressége az átmérő függvényében

4 Összefoglalás

A bemutatott törzstérképezési eljárás a tájékozott mérési ponthalmaz raszterizált magassági metszeteit használja fel az egyesfák keresztmetszeti képének felismeréséhez, a törzshöz tartozó cellák leválogatásához, valamint a pozíció és az átmérő meghatározásához.

A csoportokat alkotó mérési zajokat és a törzskeresztmetszeteket leíró cellák elkülönítésére képobjektumokat hozunk létre. A cellák objektumokba rendezése egyértelmű, a térbeli közelségen, de sajátos módon nem szomszédsági viszonyokon alapul, ezért a létrehozott képobjektumok akkor is az alakfelismerés feldolgozási egységét jelenthetik, ha a méréseket tartalmazó cellákat üres cellák választják szét. A hézagátugrás mérete az objektumok létrehozásakor, a védőzóna méretén keresztül beállítható. Ezek a típusú képobjektumok csak olyan cellákkal rendelkeznek, melyek mérési adatot tartalmaznak, ami a később levezetendő modellek mérethűsége miatt fontos.

A szűrési eljárás alakfelismerési szabálya invariáns az eltolásra és a forgatásra. Ennek köszönhetően nem igényli a felvételi álláspontok ismeretét, és egyaránt alkalmazható egy vagy több felmérési pontból végzett letapogatások adatainak feldolgozására. Az eljárás elméletileg méretarányfüggetlen, a tapasztalatok azonban azt mutatják, hogy 10 cella (esetünkben 25 cm) átmérő fölött ad megbízható eredményt.

A törzs palástjáról visszavert pontok leválogatása az objektumokon belüli belső cellák kijelölésével valósul meg. Ennek célja az ágakról mért adatok kizárása az átmérő modelljéből, bár igaz, ez az átmérő becslésében körülbelül egy cellányi szabályos hibát okozott. Valódi hasznosságát fenyőállományokban feltételezzük, ahol a törzsek feltisztulása később történik meg, ezért az ágak jelentősen akadályozhatják a törzs felismerését.

A munkaterület mérete, az álláspontok változatos elhelyezkedése és a jelentős aljnövényzet együttes hatása az, hogy az elméleti pontsűrűség bizonytalanul becsülhető egy adott helyen. Ezért a pontsűrűség becslése, mely számos más eljárásban kulcsfontosságú paraméter, az ismertetett megoldásban kisebb jelentőséget kapott. Nagyobb hangsúly volt a geometriai megközelítésen, mely bizonyára számos felhasználó számára intuitívan könnyebben paraméterezhető. Emellett, az eljárás kisebb mértékben függ a felmérés technikai jellemzőitől, ezért alkalmas lehet több műszerrel végzett felmérések, vagy idősoros elemzések feldolgozására is.

Amennyiben a munkaterületet jól lehatárolható módon, különböző jellegű faállományok alkotják, feltételezzük, hogy érdemes az adathalmazt is ezek mentén részekre osztani, és részenként – akár több mintaterület alapján – különböző küszöbértékeket meghatározni az alakfelismeréshez. Mivel a bemutatott eljárás leginkább a törzsátmérőre mutatott érzékenységet, az aljnövényzet sűrűsége mellett ezt tekinthetjük a másik legfontosabb állományjellemzőnek. Mivel munkaterületünkön egyik jellemző sem mutatott éles jelleghatárt, ebben a tanulmányban végül a globális küszöbölésnél maradtunk.

Jelen formában az eljárás nagy területen, aljnövényzet jelenlétében is képes egy bizonyos méret fölötti törzsek helyének és átmérőjének meghatározására, így elsősorban törzstérképek automatikus előállítására javasoljuk. További szerepe lehet kiindulási adatok szolgáltatásában a geometriailag pontosabb, de a mérési zajokkal szemben kevésbé robusztus modellezési eljárások számára.

Köszönetnyilvánítás. A lézeres felmérés adatait a Pilisi Parkerdő Zrt. bocsátotta rendelkezésünkre.

Hivatkozások

- Aschoff T, Spiecker H (2004): Algorithms for the automatic detection of trees in laser scanner data. International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 36(8)/W2, 71–75.
- Bienert A, Scheller S, Keane E, Mohan F, Nugent C (2007): Tree detection and diameter estimations by analysis of forest terrestrial laserscanner point clouds. Proceedings of ISPRS Workshop on laser scanning 2007 and SilviLaser, 12-14 September, 2007, Espoo, Finland. 50–55.
- Brolly G, Király G (2009): Algorithms for stem mapping by means of Terrestrial Laser Scanning. Acta Sylvatica et Lignaria Hungarica, 5, 119–130.
- Brolly G, Király G (2010): Algorithm for individual stem mapping from terrestrial laser scanning data. In Proceedings of SilviLaser 2010 Conference, Freiburg, 2010.09.14–17., 16.
- Király G, Brolly G, Márkus I (2007): Földi lézerszkenning alkalmazása egyesfák vizsgálatára. Geomatikai Közlemények, 10, 241–251.
- Király G, Brolly G (2008): Modelling single trees from terrestrial laser scanning data in a forest reserve. The Photogrammetric Journal of Finland, 21(1), 37–50.
- Király G, Brolly G (2010): Volume calculations of single trees based on terrestrial laser scanning. In Proceedings of SilviLaser 2010 Conference, Freiburg, 2010.09.14–17. 12.
- Kiss Boglárka (2009): Geodéziai előkészítő munkálatok lézeres felméréshez a Pilisszentlélek 25A Pro Silva Bemutató Területen. Diplomamunka, NYME Erdőmérnöki Kar, Sopron. 57.
- Simonse M, Aschoff T, Spiecker H, Thies M (2003): Automatic determination of forest inventory parameters using terrestrial laser scanning. Proceedings of the ScandLaser Scientific Workshop on Airborne Laser Scanning of Forests, 2-4 September 2003, Umea, Sweden, 271–257.
- Thies M, Spiecker H (2004): Evaluation and future prospects of terrestrial laser scanning for standardized forest inventories. International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 36(8)/W2, 192–198.
- Weinacker H, Koch B, Weinacker, R (2004): TreesVis A Software System for Simultanious 3D-Real-Time Visualization of DTM, DSM, Laser Row Data, Multispectral Data, Simple Tree and Building Models. International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 36(8)/W2, 90–96.

LÉZERSZKENNERES MÉRÉSEK SZÉKESFEHÉRVÁR BELVÁROSÁBAN

Nagy Gábor*

Laser scanner survey in historical city centre of Székesfehérvár – This paper presents our laser scanning works in the historical city centre of Székesfehérvár. The survey, the data processing procedure, and our experiences are described in detail. The survey was measured by a Leica ScanStation C10 instrument, the result of the work was processed by Leica Cyclone.

Keywords: laser scanning, 3D, Székesfehérvár

Ez a cikk a 2010-ben Székesfehérvár belvárosában végzett lézerszkenneres méréseinket mutatja be. Részletesen beszámol a mérések és a feldolgozási munkák menetéről és az eközben szerzett tapasztalatokról. A méréseket Leica ScanStation C10 műszerrel végeztük, a munka eredményét Leica Cyclone-nal dolgoztuk fel.

Kulcsszavak: lézerszkenner, 3D, Székesfehérvár

1 Bevezetés, előzmények

A földi lézerszkenneres mérések a geodéziai adatgyűjtésnek egy korszerű és hatékony módját jelentik. Rendkívül nagy mennyiségű (több tízezer pont másodpercenként) adatot tudunk gyűjteni a műszer környezetéről, melyek korábban elképzelhetetlen részletességű modellek megalkotását teszik lehetővé.

A technológia elterjedésének legfőbb akadálya a műszerek meglehetősen magas ára. Ezért nagy jelentőségű, hogy 2009-ben, a KD_INFRA_07 (Baross III.) pályázaton nyert támogatás segítségével a Nyugat-magyarországi Egyetem Geoinformatikai Karának sikerült beszereznie egy Leica ScanStation C10 lézerszkennert, így ezt a korszerű és hatékony technológiát már a Karon folyó oktatási és kutatási munkában is alkalmazni tudjuk.

A 3D Városkalauz projekt 2009 májusában indult, a GeoInfo Alba Nonprofit Kft és a FehérvárÉPÍTÉSZ Kft közös munkájaként; feladata egy idegenforgalmi célú, 3D alapú információs rendszer kialakítása, ami a tervek szerint kézi számítógépeken tenne elérhetővé Székesfehérvár belvárosával kapcsolatos adatokat. A kutatás keretében megvizsgálandó lehetséges adatgyűjtési eljárások között a lézerszkenneres technológia is szerepelt.

A munkák során a következő kérdések vizsgálatát tűztük ki célul:

- Mennyire használható fel a rendelkezésünkre álló lézerszkenneres technológia városi környezet részletes felmérésére?
- Milyen zavaró, a mérést hátráltató vagy a mérés eredményének minőségét rontó tényezőkkel kell számolnunk a városi környezetben végzett lézerszkenneres mérések során?
- Mennyire alkalmazható a különböző álláspontokon mért pontfelhők illesztése az álláspontok közötti geometriai kapcsolat megteremtésére? Milyen az illesztés pontossága? A műszerek pontosságát természetesen laboratóriumban is lehet vizsgálni (Berényi et al. 2010), de mi a gyakorlati körülmények között szerettük volna kipróbálni, hogy mit tudunk elérni.
- Milyen más lézerszkenneres technológiákkal egészíthetőek ki a mérések?

Földi lézerszkennerek városi környezetben történő alkalmazására már korábban is voltak példák külföldön (Böhm 2009) és itthon (Kibédy et al. 2007) egyaránt.

2 A mérések tervezése és kivitelezése

A Városkalauz projektben együttműködő partnerek részvételével terepbejárás keretében körbehatároltuk azt a területet, amelyikre a rendszer első változatát el kell készíteni. Ez Székesfehérvár belvá-

rosának a Városház tér, a Jókai utca és a Juhász Gyula utca által határolt területét jelentette. A terület tartalmazza többek között a Városházát, a Püspöki Palotát, a Hiemer-házat és a Szent Imre Templomot (Barátok Temploma) is (1. ábra).

Szintén a partnerekkel való egyeztetésen határoztuk meg, hogy a felmérés során a 10 centiméteres felbontásra fogunk törekedni. A pontfelhő sűrűségét ennek megfelelően határoztuk meg a mérések elvégzésekor úgy, hogy a legtávolabbi felmérendő objektum becsült távolságát és a 0,100 méteres vízszintes és magassági értelmű felbontást állítottuk be a beépített számítógépen futó, a felmérést vezérlő programban. A műszer vezérléséhez természetesen a beállított méreteket a program a háttérben szögekké számítja át, de a beállítás így sokkal kényelmesebb a felhasználó számára.

A kapott pontfelhő sűrűségét több tényező is befolyásolta. Nagyon sok objektum a becsült legnagyobb távolságnál közelebb helyezkedett el, esetenként csak néhány méterre a műszertől. Ilyenkor az adott objektumokról készült pontfelhő értelemszerűen sűrűbb lesz, például ha 100 méteres távolságra állítottuk be a 10 centiméteres felbontást, akkor a műszertől 10 méterre található tárgyról centiméteres felbontású pontfelhőt kapunk.

Szintén befolyásolja a pontfelhő sűrűségét az, hogy a felület síkja milyen szöget zár be az irányvonallal. Amennyiben ez eltér a merőlegestől, a pontfelhő ritkább lesz a merőleges felületre megállapítottnál. Ez főleg szűkebb utcákban okoz problémát.

Az első mérési napon, 2010. március 13-án, kilenc állásponton végeztünk méréseket, amelyek a Püspöki Palota belső homlokzatát leszámítva a teljes felmérendő területet lefedték. Később, 2010 július 13-án és 14-én további mérésekre került sor, melyek során mértünk a Püspöki Palota kertjében (ide csak külön egyeztetés után lehetett bejutni) és elvégeztük azokat a pótméréseket is, amelyek az előzetes feldolgozás alapján hiányosnak talált részeken is megfelelő részletességűvé tették a modellünket (2. ábra).

A márciusi mérések során korán, már reggel 7:00-kor megkezdtük a munkát, hogy a belváros forgalmasabb részeit még a gyalogosforgalom megélénkülése előtt (hétvégi nap volt) fel tudjuk mérni. A nap további részében főleg a kevésbé forgalmas helyeken dolgoztunk.

A mérések során nagyon előnyösnek bizonyult a műszer széles mérési tartománya, és beépített számítógépét is jól tudtuk alkalmazni. A mérési tartomány a forgótükrös megoldásnak köszönhetően rendkívül tág, egy a lefele mutató iránnyal 45 fokos szöget bezáró alkotójú kúp által meghatározott holttér kivételével minden térbeli irányra kiterjed. A tükör másik, a távméréshez használt lézerfény irányításával ellentétes oldalának segítségével történik a fényképezés irányának változtatása (a fényképezés eredménye megtekinthető 3. ábrán).



1. ábra. A munkaterületről készült ortofotó az első munkanap álláspontjaival



2. ábra. A Székesfehérvár belvárosáról készült pontfelhő egy részlete

A beépített számítógép előnye, hogy bár a rajta található és a műszer oldalán elhelyezett érintőképernyőről vezérelhető program kezelhetőségében és funkcióiban elmarad ugyan a külső számítógépen futó alkalmazástól, de a legfontosabb szolgáltatások elérhetők a segítségével.

A munkák során végig a beépített számítógépet használtuk, így nem kellett hordozható számítógépet a terepre vinnünk magunkkal. Ez utóbbi használata már csak azért is körülményes lett volna, mert nem bírta volna feltöltés vagy akkumulátorcsere nélkül a műszer négy akkumulátora által biztosított összesen mintegy hétórányi üzemidőt.

A felmérésnél, bár több állásponton is le lehetett volna határolni a számunkra szükséges területet, mindenhol a teljes mérési tartományban dolgoztunk, mivel a kijelölt munkaterületünkön kívül eső részek is hasznosíthatóak lehetnek majd későbbi munkákhoz.

Az első alkalommal még mindenhol használtunk jeltárcsákat a különböző álláspontokon végzett mérések összeillesztése érdekében (4. ábra). A júliusi mérések során a korábbi munkák feldolgozásából nyert tapasztalatok miatt már csak ott alkalmaztuk őket, ahol az álláspontokon mérhető pontfelhő közös része nem látszott megfelelő nagyságúnak a pontfelhők alapján történő illesztéshez. Ilyen mindössze egy esetben fordult elő, amikor a Püspöki Palota kertjében végzett méréseket kapcsoltuk össze az épület előtt az utcán végzett mérésekkel az épületnek a – munka idejére kinyitott – kocsibejáróján keresztül végzett mérések segítségével.

A mérések során a fényképezés munkafolyamata a teljes elérhető terület 260 felvételből álló fényképezésekor 3-4 percet vesz igénybe.



3. ábra. A műszer által készített fényképfelvételekből összeillesztett panorámakép



4. ábra. A mérések illesztéséhez használható különféle jelek pontfelhőinek képei

Az időigény a terület lehatárolásával értelemszerűen csökken. Érdekesség, hogy a beépített program korábbi változataival a fényképezés 15 percig is eltartott.

A szkenneléshez szükséges idő elsősorban a felbontástól függ. A bemutatott munkák során 15 perc körüli idők voltak a jellemzőek. A munkaterület lehatárolása sokszor nem okoz rövidülést a mérés idejében, mert a tükörnek akkor is egyenletes sebességgel kell forognia, ha a rendelkezésre álló 270 fokos tartománynak csak egy kis részén történik mérés.

3 A feldolgozási munkák

A mérések feldolgozása a Leica Cyclone szoftver 7.0 és 7.1 változataival történt. A kiolvasás után még meg kellett határozni a készült fényképek alapján az adott álláspontban mért pontfelhők pontjainak fotorealisztikus megjelenítés során használandó színét. A 7.0 változat esetében még a pontfelhőre illeszthető felület pontonkénti merőleges vektorának adatait is ki kellett számíttatni, a 7.1-nél ez már a kiolvasás során megtörténik.

Az egyszerű, de sokszor hosszú időt igénylő előkészítő lépések után, össze kell illesztenünk a különféle álláspontokban mért pontfelhőket. A tárcsákra végzett mérések és a pontfelhők illeszkedése alapján kiegyenlítéssel határozza meg a program minden álláspont helyi rendszerére azt a transzformációt, amivel a kiindulásinak beállított rendszerbe jutunk. Ez a kiindulási rendszer lehet valamelyik tetszőleges álláspont rendszere, de arra is van lehetőségünk, hogy a jeltárcsával megjelölt pontok geodéziai koordinátái alapján méréseinket (a pontfelhők pontjait) geodéziai koordinátarendszerben transzformáljuk.

A jeltárcsákra végzett mérésekből adódó kapcsolatokat a feldolgozóprogram az azonos pontszámok alapján automatikusan figyelembe képes venni, a pontfelhők alapján történő kapcsoláshoz már komoly figyelmet igénylő felhasználói közreműködés szükséges. A kapcsolat megteremtését megelőzően a többszörös kijelölés segítségével azonos pontokat kell kiválasztani a két pontfelhőből. Amennyiben ezek elhelyezkedése egymásnak megfeleltethető, létrehozható a kapcsolat, amit viszont még illeszteni is kell. Az illesztés művelete egy időigényesebb számítás, aminek során a program az előzetes helyzetből kiindulva pontosít a pontfelhők illeszkedésének geometriai paraméterein úgy, hogy azok minél jobban simuljanak egymáshoz a közös részeken. A nagyobb pontosság érdekében a művelet akár többször is megismételhető megváltoztatott paraméterekkel (például milyen sugarú körben keressen pontokat a másik felhőből, vagy a pontfelhők pontjainak hány százaléka vegyen részt a vizsgálatban), az előző eredményt használva előzetes eredményül (5. ábra).



5. ábra. Pontfelhők összeillesztése a Leica Cyclone segítségével

A munkánk során végzett földi mérésekkel előállított pontfelhők a tetőidomok egyes részein komoly hiányosságokkal rendelkeztek, és nem tartalmazták a háztömbök belső udvarait (Kivétel ez alól a Hiemer-ház egyik belső udvara, amit felmértünk.). Ezeknek a hiányosságoknak a pótlása ráadásul a földi technológiával meglehetősen körülményes lett volna, különösen a szűkebb utcákra és a kisebb belső udvarokra néző tetősíkok esetében.

A területen korábban, 2008 májusában, légi felmérést is végeztek, aminek során true-ortofotó és légi lézerszkenneres felmérés is készült, mindkettő EOV rendszerben. A területet két, egymásra merőleges irányban is lerepülték, a két mérésből együttesen négyzetméterenként átlagosan húsz pontot tartalmazó pontfelhő keletkezett. Egy egyszerű program segítségével le tudtuk válogatni a légi lézerszkenneres méréseknek a munkaterületre (a munkaterület befoglaló téglalapjára) eső pontjait, és a vízszintes koordináták alapján a true-ortofotó segítségével színt is tudtunk a pontokhoz rendelni. Az *X*, *Y*, *Z*, *r*, *g*, *b* adatokat egy szöveges állományba írtuk ki, ahonnan a feldolgozóprogram már egyszerűen be tudta olvasni azokat.

A Cyclone-ban ezt követően pontosan lehatároltuk azokat a területeket, amelyeket át akartunk venni a légi mérésekből. Ezek a területek a fel nem mért belső udvarok és a tetők voltak, ahol a földi mérés jellemzően hiányos vagy az elérni kívánt sűrűségnél ritkább volt. A földi és a légi méréseket a pontfelhők illesztésének módszerével kapcsoltuk össze, amihez a szélesebb utcákra és terekre néző tetősíkokon megfelelő közös felület kínálkozott. A pontfelhők eltérő sűrűsége nem okozott gondot, ilyen a földi mérések esetén is előfordulhat. Kiindulási rendszernek a légi mérések rendszerét adtuk meg, így a méréseink EOV rendszerbe történő transzformációját is ebben a lépésben oldottuk meg.

Miután a geometriai kapcsolatot megteremtettük a különféle álláspontokban mért pontfelhők között, lehetőségünk nyílik azok együttes megjelenítésére egy közös modelltérben (6. ábra). Ilyenkor a különféle álláspontokban mért pontok külön-külön objektumokat alkotnak, de lehetőségünk van a modelltér pontfelhőinek egységesítésére is, amely művelet az egyesítésen túl a túl nagy adatsűrűségű helyek (jellemzően az állásponthoz közeli területeken fordul ilyen elő) pontjainak ritkítását is magában foglalja.

Bár ekkor a mérések geodéziai értelemben történő feldolgozásának mondhatjuk, hogy a végére értünk, a munka komolyabb része még előttünk van. A klasszikus geodéziai mérésekkel ellentétben, amikor a terepen a mérés során már a térképezéshez vagy az egyéb térbeli modell megalkotásához szükséges absztrakciót is elvégezzük, és ezáltal csak a valóságot közelítő geometriai elemek alakjelző pontjait határozzuk meg, a lézerszkenneres méréseknél, a fotogrammetriai munkákhoz hasonlóan, ez az absztrakció a mérések utófeldolgozására marad.



6. ábra. A földi és légi felmérés eredményeiből készített pontfelhő

A feladat a sok különálló, diszkrét pontból álló pontfelhőre meghatározott geometriai elemek, felületdarabok illesztése. Ezekre az elemekre, illetve ezek között az elemek között esetenként olyan feltételeket is elő szeretnénk írni, mint például, hogy egy síknak függőlegesnek, vagy két síknak egymásra merőlegesnek, vagy egymással párhuzamoknak kell lennie, továbbá az egyes felületelemeknek általában illeszkedniük kell egymáshoz, zárt idomokat meghatározva ezáltal (7. ábra).

A felületek illesztését megelőző előkészítő művelet lehet a pontfelhő szegmentálása. Ebben a lépésben elkülönítjük a pontfelhőnek a különféle objektumokhoz (például épületek, szobrok, egyéb tereptárgyak) tartozó részeit (8. ábra).

4 Tapasztalatok, következtetések

A bemutatott munkák eredményeképpen kapott pontfelhő alkalmasnak bizonyult arra, hogy a városi környezetet leíró térbeli modellek geometriai alapja legyen. Pontossága és a pontok sűrűsége egyaránt megfelelt erre a feladatra.

A munkák során rengeteg tapasztalatot és a témával kapcsolatos új ismeretet szereztünk, ami főként annak köszönhető, hogy ez volt az első komolyabb, a lézerszkennerrel végzett mérési feladatunk.

A tapasztalatok egy része az álláspontok megválasztásával kapcsolatos. Az álláspontok helyének kiválasztásakor ügyelni kell arra, hogy ne legyen nagyobb felületű kitakaró objektum az álláspont közelében, mert az nagyon nagy felületeket tud kitakarni a távolabb elhelyezkedő felmérendő objektumokból.

Ügyelni kell még arra is, hogy a felmérendő objektumok felületei megfelelő szögben helyezkedjenek el, mert a merőlegestől eltérő beesési szög esetén a pontfelhő sűrűsége ritkulni fog.



7. ábra. Síkok illesztése egy épülethez



8. ábra. Pontfelhő szegmentálása (kijelölve a Püspöki Palota épületéhez tartozó szegmens)

Ezt figyelembe lehet venni a felbontás beállításakor is, de hegyesebb szög esetén már inkább egy újabb, a felületre jobb rálátást biztosító álláspontban kell gondolkodni. A legnagyobb problémát a szűk utcák jelentették nekünk ebből a szempontból a bemutatott mérések során. Nem véletlen, hogy a pótmérések jelentős részére is ilyen helyeket került sor.

A munka során a gyalogosok a vártnál kisebb gondot jelentettek. Mivel folyamatosan mozogtak, a méréseken csak egy-egy pontsornyi szelet látszik belőlük, ami a további feldolgozást nem igazán zavarja, szűréssel könnyen eltávolítható. Több gondot jelentettek az autók, amelyek az utcák szélein parkolva jelentősebb felületeket takartak ki az épületekből.

A kitakarás szempontjából a fák helyzete az évszaktól függ. Amennyiben nincs még levél a fákon, az ágak között megfelelő számú mérést tud a műszer végezni a fa mögött található objektum modellezéséhez. Egy levelekkel teli fa esetében ez már nem mondható el, így az ilyen jellegű méréseket célszerű vegetációs időszakon kívül végezni (9. ábra).

Nagyon jó tapasztalataink voltak a feldolgozóprogramnak a pontfelhők alapján történő illesztést lehetővé tévő szolgáltatásával kapcsolatban. A későbbi mérések során ezért jeltárcsákra már csak ritkán mértünk, a terepi mérések során ezáltal jelentős időt takarítottunk meg. Megfelelő nagyságú közös felületekkel rendelkező pontfelhők összeillesztését biztosan és nagy pontossággal (a bemutatott mérések során 16 milliméteres középhibát tapasztaltunk) tudjuk elvégezni a feldolgozás során. Meg kell jegyezni, hogy a jeltárcsák segítségével ennél jobb eredmények érhetőek el (egy másik munka során 5 milliméteres középhibával dolgoztunk a jeltárcsákat használva), így más, nagyobb pontossági igényű célokra a pontfelhő alapján történő illesztés nem biztos, hogy megfelelő megoldásnak tekinthető.



9. ábra. Fa által kitakart felületek egy épület homlokzatán levél nélküli időszakban

A bemutatott technológia hátránya, hogy a méréseket korlátozott számú állásponton végezzük, szemben a járműre szerelt mobil mérőrendszerekkel, melyeknek hasonló célú alkalmazásáról Haala et al. (2008) cikkében is olvashatunk. A jövőben érdemes lenne megvizsgálni a két technológia közös alkalmazását, amikor a mobil felmérő rendszer adatait egészítjük ki olyan helyeken végzett mérésekkel, amelyeket a hordozó jármű nem tudott megközelíteni.

Végezetül érinteni kell néhány, a lézerszkenneres mérések hasznosíthatóságával kapcsolatos kérdést is. A bemutatott előnyök mellett a technológia meglehetősen magas költségekkel rendelkezik, ami elsősorban a műszerek magas árának köszönhető. Cserébe olyan részletességű felmérést tudunk végezni, amire korábban nem volt lehetőségünk, és ennek a felmérésnek a pontossága kielégíti a geodéziai felmérés pontossági igényeit is. Egy megfelelő részletességű lézerszkenneres felmérés pontfelhője alapján szinte bármilyen geodéziai felmérés kiváltható. A mérések részletességének köszönhetően a terepnek egy valósághű digitális modelljéhez jutunk.

A méréseket, a fotogrammetriai munkákhoz hasonlóan, a későbbiekben lehetőségünk van úgy újrahasznosítanunk más munkákban, hogy másmilyen szempontok szerint, más részletességgel dolgozzuk fel újból a pontfelhőt. Ez hasonló ahhoz, mint amikor egy korábbi repülés légifelvételeit használjuk fel olyan célra, amire a készítői eredetileg nem is gondoltak. Részletességüknek köszönhetően a Székesfehérvár belvárosában végzett méréseinket is sokféle feladatra hasznosíthatják a közeli vagy akár a távoli jövőben.

Hivatkozások

Böhm J (2009): Terrestrial LiDAR in Urban Data Acquisition. Photogrammetric Week 2009, Wichmann Verlag, Heidelberg. 169–178.

Haala N, Peter M, Cefalu A, Kremer J (2008): Mobile Lidar Mapping For Urban Data Capture . VSMM 2008, Digital Heritage – Proceedings of the 14th International Conference on Virtual Systems and Multimedia, 95–100.

Kibédy Z, Szőcs K, Barsi Á (2007): Közlekedési csomópont beláthatósági vizsgálata földi lézerszkenneléssel. Geomatikai Közlemények, 10, 257–264.

Lovas T, Barsi Á (2005): Lehetőségek a földi lézeres felmérésben. Geomatikai Közlemények, 8, 303–308.

Berényi A, Lovas T, Barsi Á (2010): Földi lézerszkenner laboratóriumi vizsgálata. Geodézia és Kartográfia, 62(4), 11–16.

AZ "EL-LAHUN SURVEY PROJECT" RÉGÉSZETI GEODÉZIAI MUNKÁI

Gregori Ákos*

Archaeological mapping activity of the El-Lahun Survey Project. – El-Lahun is located at the Fayoum oasis of Egypt. The El Lahun Survey Project is an association of different institutes and universities, directed by the Museum of Fine Arts, Budapest. The main tasks of the Project are the field survey and the creation of an archaeo-topographic map. The applied technologies and the results are presented in this article.

Keywords: Egypt, GPS, survey, mapping, archaeology

El-Lahun a Fajjúm-oázisban található. Az "El-Lahun Survey Project" több intézmény összefogásaként jött létre a Szépművészeti Múzeum irányításával. A projekt célja az El-Lahun mellett található régészeti lelőhely bejárása és archeo-topográfiai térképének elkészítése. A cikk a terepi földmérés módszereit és a kapott eredményeket mutatja be.

Kulcsszavak: Egyiptom, GPS, régészeti célú felmérés, térképezés

1 Bevezetés

El-Lahun Egyiptomban, a Fajjúm-oázist a Nílussal összekötő csatorna mellett található. A Szépművészeti Múzeum vezetésével – és többek között a Szent István Egyetem Ybl Miklós Építéstudományi Kar Geodéziai és Térinformatikai Szakcsoportjának részvételével – régészeti projekt indult a település melletti rommező átvizsgálására, és archeo-topográfiai térképének elkészítésére. A Szakcsoport feladata a térképezés irányítása volt. A projekt 2008-ban indult, majd 2009-ben folytatódott. A terepen található körülmények miatt az első évben leletmentésre került sor, a topográfiai térképezést csak a következő alkalommal tudtuk elkezdeni.

A 2009-es évben a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke is bekapcsolódott a munkálatokba. Ekkor került sor a helyszín részletes topográfiai felmérésére illetve más szakterületek részére újabb négyzethálók kitűzésére.

2 A terület története, korábbi vizsgálatok a rommezőn

II. Szeszósztrisz fáraó (i.e. 1897-1878 vagy i.e. 1880-1873 Kákosy szerint) az egyiptomi XII. dinasztia negyedik fáraója a középbirodalom idejében. Uralkodására nem a csaták, hanem a gazdasági fejlődés a jellemző. A mezőgazdasági területek locsolása érdekében a Fajjúm-oázisban öntözőrendszert építtetett ki. Az oázis bejáratánál jelölte ki temetkezőhelyét, megépíttette piramisát, amihez közel új fővárost alapított. A város déli részénél állt a fáraó halotti temploma.

A fáraó halála után a város kb. 600 évig működött, majd az elnéptelenedett települést II. Ramszesz fáraó (i.e. 1279-1213) lebontatta, tégláit és köveit a saját építkezéseihez elhordatta. Innentől a terület temetkezőhelyként működött, még a kopt-keresztény időkben is.

A terület ebben a helyzetben pihent egészen az 1889-1890-es évekig, amikor Petrie angol régész elkezdte feltárni (Petrie et al. 1923). Kétszer folytatott itt ásatást, amelyek során jelentős leletek kerültek elő, mint például a fáraó lányának temetkezési helye, vagy a templom egyik főpapjának irattára. A munkát 1899-ben L. Borchardt folytatta, majd ismét Petrie dolgozott a lelőhelyen 1911-1920 közötti időkben. Végül az 1990-es években történtek munkálatok a lelőhelyen, azonban az ásatás kanadai vezetőjének sajnálatos halála miatt ez félbeszakadt.

3 Az "El-Lahun Survey Project"

A Szépművészeti Múzeum kutatási projektet indított, amelyben az El-Lahun település melletti régészeti lelőhely vizsgálatát tűzte ki célul. A tervezett vizsgálatok többek között a terepen található kerámiák, a megmaradt épületromok vizsgálatára terjednek ki, de a kutatás egyik fontos célkitűzése a vizsgált terület nagy méretarányú régészeti topográfiai térképének elkészítése is. Az Ybl Miklós Építéstudományi Kar Geodéziai és Térinformatikai Szakcsoportjának oktatói több éve részt vesznek egyiptomi kutatási projektekben. Így a Múzeum a Szakcsoportot bízta meg a kutatás geodéziai munkáinak irányításával. Az építészeti munkálatokat a RIVVA (Research Institute for Visualisation of Architecture and Archaeology) végzi. A 2009-es évben új résztvevők is dolgoztak a projekteben, többek között a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke, valamint több magánszemély.

3.1 A kutatási terület elhelyezkedése, terepviszonyok

A munka Kairótól délre, mintegy 100 km-re folyik. A piramis WGS84 ellipszoidi földrajzi szélessége 29°14'10", földrajzi hosszúsága 30°58'14". A lelőhely a Fajjúm-oázis bejáratánál, a Józsefcsatornától északra helyezkedik el. Itt egy éles határvonal húzódik a megművelt földek és a sivatag között. A munkaterület természetesen a sivatagi oldalon van. A talaj változatos, hol az ókori feltőltések, hol a Ramszesz-féle bontások romjai, hol pedig a sivatag homokja uralja a tájat. Azonban itt nem vándorolnak a homokdűnék, az ókori falmaradványokat is maximum 20-30 cm homokréteg fedi. A koncessziós terület kb. 1000 hektár nagyságú, határait az első ábra szemlélteti. A területen középtájban található a piramis (1. ábra).



1. ábra. A koncessziós terület határa

3.2 A 2008-as szezon geodéziai munkái

Helmert definíciója szerint a geodézia feladata a Föld felszínén és a felszín közelében található természetes és mesterséges objektumok helyzetének és alakjának, valamint a Föld alakjának meghatározása.

A mi esetünkben a definíció első feladata áll fenn. A projekt egyik célkitűzése a meglehetősen nagy koncessziós terület régészeti topográfiai térképének elkészítése, mivel az egyiptomi állami topográfiai térképrendszerben csak közepes (1:25000-es) méretarányú térképeken ábrázolták. Ez a részletes régészeti felmérésekhez nem megfelelő. Ezért olyan térképet kellett készíteni, amely bemutatja a domborzatot, tartalmazza a jellemző természetes és mesterséges objektumokat, különös tekintettel a régészeti szempontból jelentőséggel bírókat.

Ahhoz, hogy egy objektum helyzetét megadjuk, szükségünk van egy koordináta-rendszerre. Elvileg megtehetnénk, hogy szabadon felveszünk egy kezdőpontot és két koordináta-tengelyt, azonban ez a későbbiekre nézve problémát okozna. Egy jövőbeli egyiptológus, aki esetleg ugyanezen a területen fog dolgozni évtizedekkel utánunk, már nem tudná pontosan rekonstruálni a koordinátarendszert, így a meghatározott adataink nagy része használhatatlanná válna. Ilyen esettel mi is szembesültünk, amikor Petrie méréseit próbáltuk értelmezi. A fontosabb objektumok még beazonosíthatók, és alakjuk alapján transzformálhatók voltak, de ez nem mondható el sajnos mindenről.

Ezért döntöttünk úgy, hogy térképünket a WGS84 (World Geodetic System, 1984) referencia rendszerre vonatkoztatjuk. Az ellipszoidi koordinátákkal bemért objektumainkat UTM (Universal Transverse Mercator) vetülettel vetítjük a síkra. Ennek a koordináta-rendszernek jelen esetben az a legnagyobb előnye, hogy a GPS-műszerek legtöbbje ismeri, így a jövőben a koordináták ismeretében minden objektum megkereshető lesz a terepen.

Az eredeti mérési terv tehát az volt, hogy a választott koordináta-rendszerben kell meghatározni a terepen található objektumok alakját és helyzetét. A 2008-as szezonban azonban változtatni kellett ezen a mérési programon. A terület első bejárásakor ugyanis azt tapasztaltuk, hogy előttünk már ásatási munkálatok folytak, amelyek eredményei nem lettek dokumentálva. Így sürgős leletmentésbe kellett kezdeni, mert egyes felszínre került emlékek – mint például a templom egy jelentős részének is – a fennmaradása bizonytalanná vált. Így a térképezést a következő idényekre halasztva, először a romok építészeti felmérését kellett elvégezni.

A templom alaprajzának meghatározásához úgynevezett négyzetháló kitűzése volt a geodézia feladata, amely a hálózati kezdőpont kijelölésével kezdődött. Ez nagyon hasonló ahhoz, amit a 2001–2004 közötti Bir Minih-i expedíciónál alkalmaztak (Gregori és Szűcs 2005). A koncessziós terület elhelyezkedése miatt a hálózati kezdőpont megjelölésére nem volt elegendő az általunk előzőleg kidolgozott módszer (kődarab megfestése), mivel igen közel volt a kezdőponthoz egy ösvény, illetve a művelt terület határa és félő volt, hogy a helyiek elmozdítanák a helyéről. Ezért egy vascövekkel lett állandósítva a pont, amely kövekkel még el is lett takarva miután a terepi munkálatok véget értek.

Koordinátája a szórványlelet meghatározásra használt Garmin típusú navigációs GPS-szel lett kerek egész UTM koordinátára meghatározva. E pontból kiindulva lett kitűzve egy kb. 260 pontból álló 10x10 m oldalhosszúságú négyzetháló (raszter), amely lefedte a templom területét, illetve a település egy részét is (2. ábra). A kitűzés hagyományos módon szalaggal és Dahlta 010A tahiméterrel történt. Mivel a helyszín, illetve a szállás nem volt ismert, ezért döntöttünk a hagyományos eszközök mellett az első szezonban. A későbbiekben természetesen bővítettük és modernizáltuk az eszközkészletet a helyi sajátosságok figyelembevételével.

A kitűzött négyzethálót az építészek alkalmazták a templom alaprajzának megrajzolásához, illetve ez a régészeti kerámia-analízis egyik elengedhetetlen kelléke. A területen ugyanis rengeteg ókori kerámiatöredék található, gyakran azon jár az ember. Az analízis technológiája, hogy egy kitűzött raszterben a régészek felszedik az összes törmeléket, elkülönítik anyag és forma alapján, majd ezekre támaszkodva statisztikai vizsgálatokat végeznek. Így fény derülhet többek között a valaha itt élt népek kerámia technikáira és kereskedelmi kapcsolataira.



2. ábra. A 2009-es idényben kitűzött raszter. A kisebb négyszögek 10x10, a nagyobbak 20x20, a geomagnetométerhez kitűzöttek (világos) 20x40 méter oldalhosszúságúak

Ezekhez a feladatokhoz 10x10 méteres raszterre volt szükség, amelyet igény szerint 5x5 méteresre lehetett sűríteni. Ezen belül a régészek már zsebszalaggal meg tudták határozni az egyes töredékek pontos helyét.

A raszter kitűzése közben a navigációs GPS is szerepet kapott, mégpedig az ún. szórványleletek dokumentálásakor: a régész kollégák terepbejárásaik során a megtalált objektumok helyzetét ugyanis ezzel a technológiával rögzítették. Ne felejtsük el, hogy a bejárandó terület kb. 1000 hektár méretű!

Nem csak a templomnál, hanem a piramis környékén is történtek dokumentálatlan feltárások érkezésünk előtt. Ennek a felmérése – mint ahogyan a piramis magasságának a meghatározása is – hagyományos tahimetriával történt (3. ábra), ahol a föld alól előbukkant lépcsőkomplexumot és a környékén lévő objektumokat mértük fel. Ezeket a RIVVA munkatársai modellezték (4. ábra).

3.3 A 2009-es szezon geodéziai munkálatai

A 2008-as szezonhoz képest új módszerek lettek bevezetve. Kiderült ugyanis, hogy a lelőhelyen nem csak hagyományos eszközöket, hanem modern mérőműszereket is lehet alkalmazni. Ez az előző szezon előtt nem volt teljesen egyértelmű, mert a modern műszereknek energia szükséglete van, a méréseket pedig számítógépre kell letölteni a további feldolgozásokhoz. Az hogy a sivatagi expedíciónk milyen helyen és milyen viszonyok között tud dolgozni és megszállni, csak az első szezon alatt vált teljesen világossá.

Így tehát az előző szezon tahiméterét egy Topcon GTS 229-es mérőállomás váltotta fel. Ekkor a topográfiai mérésekhez a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke is csatlakozott, akik egy TOPCON Hiper Pro RTK-GPS vevőpárt és a hozzá tartozó rádiós egységeket bocsátottak az expedíció rendelkezésére. Az 2008-as szezon tapasztalatai alapján a terepi bejárásokhoz (régészeti felméréshez) az ott bevált GARMIN GPS-vevők maradtak használtban.



3. ábra. A piramis magasságának elméleti rekonstrukciója

Az új szezonban megkezdődött az archeo-topográfiai térkép készítése. Ez a térkép tartalmazza a topográfiai térképek síkrajzi elemeit (amiből a sivatagnak ezen a részén nincs túl sok), a részletes domborzatot és a régészetileg fontos területeket. A részletes felmérés igen fontos, mert pl. a temetők sokszor csak a domborzat alapján fedezhetők fel. A felmérés kinematikus GPS-technikával történt. A bázispont a 2008-ban állandósított, Garmin GPS-vevővel kerek UTM koordinátájú helyre állandósított pont volt. Már a terepi ellenőrzés is azt mutatta, hogy a pontot a Garmin vevő meglehetősen pontosan tűzte ki, így a koordinátáin nem kellett változtatni, el lett fogadva a 2008-as érték. A Magyarországon végzett utófeldolgozás 86 cm eltérést mutatott a pont koordinátáiban, azonban az utólagos feldolgozással kapott koordináták középhibája 40-60 cm körül adódott (Tuchband 2011). Ez a terület kiterjedését és a kitűzött célokat tekintve megfelelőnek mondható.

A bázisműszer felállítása után a hátizsákban lévő roverrel különböző – az archeo-topográfiai térkép elkészítése szempontjából fontos – domborzati formákat kellett bejárni. Ahol szükséges volt, egyéb helyeken is végeztünk mérések, mint például az egykori, mostanra kifosztott sírok néha 3-4 méter mély, 10-15 méter átmérőjű aknáiban. A műszer 3-5 másodperces automatikus rögzítésre volt állítva, ezzel igen sok domborzati információt szolgáltatott. Mintegy 70000 pont alapján készült el a felmért terület szintvonalas és 3D térképe (5. ábra).

A régészetileg vagy építészetileg fontos helyeken a domborzatmérés még részletesebben történt, így készült el az egykori település és a templom mikro domborzatának térmodellje is (6. ábra).



4. ábra. A piramis és a lépcsőkomplexum rekonstrukciója



302600 302800 303000 303200 303400 303600 303800 304000 304200 304400

5. ábra. A 2009-es felmérés domborzatmodellje (UTM vetületi rendszer). A koordináták [m] egységben adottak



6. ábra. A város domborzata (UTM vetületi rendszer). A koordináták [m] egységben adottak

163

Gyakorlatilag ezek az adatok szolgáltatják a legtöbb információt az egykori város épületeiről, illetve a templom modellezésekor is ezekre a mérési eredményekre támaszkodtunk (Szűcs 2011). 2009-ben folytatódott a négyzethálók kitűzése is, amelynek a 2008-as munkáknál már említett felhasználásain kívül a magnetometriai felmérésnél is fontos szerep jutott. Ezt a munkafolyamatot lengyel kollégák végezték, speciális műszerrel. Munkájuk előkészítése a következőképpen zajlott: először 20x20, majd 20x40 méteres rasztereket tűztünk ki, amelyet ők 1x20, majd 1x40 méteresre sűrítettek és zsinórokkal jelöltek meg. Ezzel sávokat alakítottak ki, amelyek határán és a középvonalában is végigvitték a műszert (7. ábra). A 2009-es szezonban a templom területén történtek ilyen jellegű mérések. A mérések eredményeit a templom elméleti rekonstrukciós munkáinál használtuk fel (Szűcs 2011).

4 Összefoglalás

El-Lahun Egyiptomban a Fajjúm-oázisban található. Az "El-Lahun Survey Project" több intézmény összefogásaként jött létre a Szépművészeti Múzeum irányításával. Célja a település mellett található régészeti lelőhely bejárása és archeo-topográfiai térképének elkészítése. A geodéziai munkálatokban többek között a Szent István Egyetem Ybl Miklós Építéstudományi Kar Geodéziai és Térinformatikai Szakcsoportja is részt vett. A két ásatási szezonban különböző feladatokat kellett ellátni, amelyek közül a 2008-as szezonban ú.n. leletmentés és dokumentálás is bonyolította a résztvevők munkáját. Éppen ezért az archeo-topográfiai térkép elkészítésére csak a 2009-es szezonban tudott a csapat koncentrálni. Végeredményben az adott szezonokban a terepi munkálatoknál kitűzött célok jelentős részét sikerült elvégezni, és ezekből a különböző szakterületeken dolgozó kollégák számára eredményeket szolgáltatni.

Hivatkozások

Gregori Á, Szűcs L (2005): Geodéziai módszerek Egyiptomban a bir minihi ásatáson. Geomatikai Közlemények, 8, 167–174.

Petrie W M F, Brunton G, Murray A M (1923): Lahun II. British School of Archaeology in Egypt, University College and Bernard Quaritch, London. 133.

Tuchband T (2011): GPS Precise Positioning with Kinematic Data. Pollack Periodica, Pécs (megjelenés alatt)

Szűcs L (2011): II. Szeszósztrisz fáraó lerombolt templomának vizsgálata. Geomatikai Közlemények, 14(1), 165–172.



7. ábra. Geomagnetométeres mérés a zsinórokkal kijelölt sávokban

II. SZESZÓSZTRISZ LEROMBOLT TEMPLOMÁNAK VIZSGÁLATA

Szűcs László^{*}

Research of the destroyed temple of Senusret II – The El-Lahun Survey Project is an association of different institutes and universities, directed by the Museum of Fine Arts, Budapest. One of the tasks of the Project is the research of the temple of Senusret II. In this article the method of digital reconstruction of the temple is presented.

Keywords: Egypt, temple, Senusret, reconstruction, survey

Az "El-Lahun Survey Project" több intézmény összefogásaként jött létre a Szépművészeti Múzeum irányításával. A projekt feladata az El-Lahun mellett található régészeti lelőhely térképezése, ezen belül a terület építményeinek, így II. Szeszósztrisz templomának is a vizsgálata. A cikk a templom digitális rekonstrukciójának folyamatát mutatja be.

Kulcsszavak: Egyiptom, Szeszósztrisz, templom, rekonstrukció, felmérés

1 Bevezetés

A Fajjúm-oázis bejáratánál II. Szeszósztrisz fáraó (i.e. 1897-1878 vagy i.e. 1880-1873) piramist, várost és templomot építtetett. Ezen a területen dolgozik az "El-Lahun Survey Project" elnevezésű társulás, amelynek vezetője a Szépművészeti Múzeum, állandó résztvevői a RIVAA (Research Institute for Visualisation of Architecture and Archaeology), a Petrie Museum of Egyptian Archaeology University College London, a Szent István Egyetem Ybl Miklós Építéstudományi Kar Geodézia és Térinformatikai Szakcsoportja, de a munkálatokban mások is részt vettek, többek között a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke (Gregori 2011).

II. Szeszósztrisz (egyiptomiul Szenuszert) városa évszázadokig lakott volt, majd elnéptelenedése után II. Ramszesz fáraó (i.e. 1279-1213) lebontatta, hogy az építőanyagot saját építkezéseihez használja fel. Ekkor tűnt el a várossal együtt a templom is. A területen többet nem laktak, de igen sokáig temetkező helyül szolgált (1. ábra).

2 A rekonstrukció alapelvei

Egy valaha állt építmény rekonstrukciója akkor áll közel az egykori valósághoz, ha azt az épület romjai alapján állítjuk elő. A hazai romok esetében megszokhattuk, hogy az egykori falak helyén még mindig megtalálhatók a fal alapjai, így az épület környezetének mikro-domborzata kiadja az épület alakját. Azonban nincs ez mindig így.



1. ábra. A templom romjai a mérések idején

Esetünkben a templom köveit II. Ramszesz fáraó elszállíttatta saját építkezéseihez. Bontás közben a fal két oldalán bontási törmelékkúpok alakultak ki, miközben a fal anyagát az alapokig lebontották és elvitték. Így az épület "negatívja" található a terepen (2. ábra). Az egykori falak a törmelékkupacok közötti egyenes völgyek formájában jelennek meg. Azonban meg kell jegyezni azt is, hogy nem minden "völgy" utal falra, lehet, hogy a törmelékkupacok elhelyezkedése véletlenszerűen adja ki a formát. Ezért nem elegendő a terep mikro-domborzatából kiindulnunk, hanem egyéb módszerek eredményeit és a hasonló jellegű, jelenleg is álló, vagy feltárt építmények szerkezetét is célszerű figyelembe venni.

3 Rendelkezésre álló alapanyagok

A legkorábbi, részletes adatokat szolgáló felmérést Sir William Matthew Flinders Petrie angol régész készítette a templomról az 1890-es években (Petrie et al. 1923). Mivel apja és nagyapja is földméréssel foglalkozott, és fiatalon ő is több munkájukban részt vett, értett a precíz földmérési módszerekhez. Azonban vázlatainak feldolgozását nagyban nehezíti, hogy a felmérés helyi rendszerben készült, és sokszor még méretarányra tett utalást sem tartalmaz.

A jelenkori állapotokat a légi és műholdas távérzékelés felvételei tükrözik. A templom rekonstrukciójához minél jobb felbontású felvételekre lenne szükségünk. A projekt területéről publikus légifelvételek nem állnak rendelkezésre. Műholdképekből jó lett volna megvásárolni a GeoEye műhold kb. 40 cm felbontású felvételét, de a projekt első két éve folyamán sajnos ilyen sem létezett. Egyedül az IKONOS műhold felvételei használhatók, azonban a 2009-es idényben ezek beszerzése különböző okokból még nem történt meg.

Egyetlen lehetőségünk a Google Earth program IKONOS műholdképeinek használata volt. Fényviszonyok és felbontás tekintetében a 2002. november 12-i felvétel a leginkább részletgazdag. A cikk megírása idején egy 2010-es IKONOS felvétel széle is tartalmazza a templomot, de a rossz megvilágítási körülmények miatt a részletekből szinte semmi sem kivehető. A Google Earth program lehetővé teszi illesztőpontok UTM koordináta-rendszerben történő levételét, amelyek segítségével a műholdképet a helyére tudjuk transzformálni.

2008 és 2009 folyamán a projekt egyik fő feladata a koncessziós terület régészeti topográfiai térképének elkészítése volt (Gregori 2011). Ennek keretein belül igen sokfajta mérést végeztünk a lelőhelyen. A mérések egy része a templom szerkezetének vizsgálatát célozta. Így 2009-ben GPS-technikával igen pontos és részletes mikrodomborzat mérésre került sor. A templom közel fél hektáros területén minden domborzati elemet, és a szerkezetre utaló síkrajzot is bemértünk. Így létrejött a templom területének igen részletes domborzatmodellje.

2009-ben geomagnetométeres mérés történt a templom tégla szerkezeteinek felkutatására. Az egyiptomi középbirodalom idején a nílusi agyagot használták fel a Fajjúm-oázisban égetetlen agyagtégla készítéséhez, amelyből épületeket, templomokat és piramisokat is emeltek. A nílusi agyag igen gazdag vas szemcsékben. A geomagnetométer egy olyan eszköz, amely a terepen hordozva kimutatja a helyi mágneses rendellenességeket, méri a mágnesesség intenzitását. Ezért ha egy szabályos raszterben a műszert végighordozzuk, egy-egy sáv mágneses adatai tárolódnak.



Ezeket összedolgozva létrejön a terület mágnesezettségi képe. A méréseket lengyel kollégák végezték.

A rendelkezésre álló alapanyagok közé sorolhatjuk a korabeli templomok feltárásáról szóló publikációkat is, amelyek az épületek helyszínrajzát is tartalmazzák. Ezeket az alaprajzokat csak a feldolgozás végén, a kapott eredmények realitásának vizsgálatára használtuk fel.

Összefoglalva, ami alapján a templom szerkezetének rekonstrukciója elvégezhető:

- Petrie felmérései,
- a Google Earth program IKONOS műholdképei,
- a romok mikrodomborzatának terepi felmérési eredménye,
- a geomágneses felmérés eredménye,
- a publikációkban szereplő korabeli épületek alaprajzai.

4 Az egyes alapanyagok feldolgozása és ezek eredményeinek összevetítése

Előre le kell szögezzem, a rendelkezésünkre álló alapanyagok feldolgozása a romok állapota miatt nem végezhető el teljes mértékben objektíven. A bontás és az azóta elmúlt több mint 3000 év sok helyen teljesen eltűntette a templom szerkezetét. A részletek talán régészeti feltárással pótolhatóak lennének, azonban jelenleg Egyiptom erre nem ad engedélyt. A vizsgálataink óta eltelt időben, a romon történt események talán örökre eltörölték az épület szerkezetét megvilágító régészeti feltárás lehetőségét.

Kezdjük az IKONOS műholdképpel. A kép valójában a domborzatot ábrázolja a Nap surló fényével megvilágítva. A domborzat alapján behúzható egyenes vonalakat a 3. ábra mutatja.

A mikrodomborzat felmérése is lehetőséget ad az egykori falak valószínűsíthető helyének meghatározására. Ezt mutatja a 4. ábra. A domborzat relief ábrázolása fényképszerű képet ad a romokról, ami a szintvonalas ábrázoláshoz képest megkönnyíti a szerkezetek felfedezését. Várhatóan a domborzati felmérésből kapott eredményeknek hasonlítaniuk kell az IKONOS felvételből származó eredményekhez, mivel mindkettő a domborzatot ábrázolja. Azonban az IKONOS felvételek részletgazdagsága a felvétel felbontása miatt rosszabb a terepi felmérés részletességénél, ezért a domborzatmodell újabb információkat is tartalmazhat.

A geomágneses felmérés eredményét szintén kép-formában célszerű vizsgálni, egy adatbázis nem sokat mondana. A szürkeárnyalatos kép a talaj mágneses intenzitását mutatja. A sötétebb területek magasabb értékre utalnak. Ha a templomban voltak agyagtégla falak, vagy agyagos vakolatok, azok nyomai felfedezhetők a módszerrel. A mágneses mérések alapján a templom szerkezetéből nem sok részlet rajzolódik ki, ami talán arra utalhat, hogy a falak főleg kőből készültek. Azonban a felvétel több helyen is egyértelműen mutatja a szerkezetet. A környezeténél erősebb mágneses intenzitású részeket lehatároltuk, ezt az 5. ábra tartalmazza.

Végül ne feledkezzünk meg Petrie felméréséről sem. Az eddig bemutatott anyagok georeferálása egyszerű volt. A projekt fő célja az archeo-topográfiai térkép elkészítése.



3. ábra. Gyanítható falak az IKONOS műhold felvétele alapján



4. ábra. A mikrodomborzat alapján kimutatható szerkezetek

Célszerű, ha a térképen feltűntetett objektumok a későbbiekben is könnyen megtalálhatók, ezért nem helyi rendszer kialakítása volt a célravezető, de nem is az egyiptomi koordináta-rendszer használata, hanem a WGS84 ellipszoidhoz alkalmazott UTM vetületi rendszer koordináta-rendszerét használjuk. Így akár egy navigációs GPS-szel is könnyedén megtalálható minden egyes objektum.

Az IKONOS kép illesztőpontjait a Google Earth program ebben a rendszerben szolgáltatja. A helyi raszterhálózatot is – amit a geomágneses mérésekhez tűztünk ki – ebben a rendszerben hoztuk létre, így a geomágneses kép is egyszerűen georeferálható volt. A domborzat felmérése, mint a térképezés egyik részlete, szintén ebben a rendszerben történt. Azonban Petrie a felmérését kb. 120 évvel ezelőtt helyi rendszerben hajtotta végre (valószínűleg a helyszínrajz a tahiméteres felmérés mérési eredményei alapján került megrajzolásra, koordináta-rendszer nélkül). Így Petrie rajza csak a terepen máig is azonosítható részletek alapján volt beilleszthető. Ilyen részletek többek között a markáns észak-keleti sarok, vagy a déli határoló fal (6. ábra).

Az eddig bemutatott alapanyagok kiértékelésének egymással való összehasonlítása azt mutatta, hogy az egymásnak megfelelő vonalak helyzeti eltérése maximum 2 méter. Ez, figyelembe véve a rom állapotát, és azt, hogy az egykori falak akár 2-3 méteres vastagságot is elérhettek, egybevágó eredménynek mondható, így a valószínűsíthető falhelyek az egyes alapanyagok alapján meglehetősen jól összevágnak.

A legjobban az Ikonos kép és a domborzatmodell feldolgozása hasonlít egymásra, mint ahogy ez várható is volt. Meglehetős egyezést mutatnak a "főfalak" Petrie vázlatán és a domborzatmodellből kapott vázlaton is, azonban a "válaszfalak" helye nem egyezik. A geomágneses felmérés a "főfalaknál" mutat erősebb mágnesezettséget, ami azt jelenti, hogy ott valamihez több nílusi iszapot használtak (téglát vagy vakolatot).



5. ábra. A geomágneses felmérés iszapra utaló foltjai



6. ábra. Petrie vázlatának digitalizált megfelelője

Érdekes, hogy Petrie vázlatán található téglával fedett bejárati részen a geomágneses felmérés már nem mutat mindenhol mágnesességet, azaz vagy hibás a régi vázlat, vagy az azóta eltelt időben elvitték a téglákat, amelyek nem porlottak el.

Az összes alapanyag feldolgozásának egybevetését mutatja a 7. ábra, amely alapján elkészíthető a templom alaprajza (8. ábra). Mint korábban is említettem, az alapanyagok nem adnak egyértelmű képet a templom szerkezetéről, például a középső két oszlop helyén akár fal is állhatott.

A középbirodalom idejéből nem igazán maradtak fenn a mai napig is álló templomok, az egyetlen a Medinet Maadiban található épület. Viszont több templom romjait megtalálták, ezek lehetőséget adnak arra, hogy összevessük a modellel. A sok templom alaprajzából nézzünk meg néhányat. Minden alaprajzot a rajta található méretaránynak megfelelően nagyítottam, a beillesztésüket az alaprajzon és a modellen egymásnak megfelelő falak elhelyezkedése segítette.

Az egyik ilyen lehetőség az I. Amenemhat (i.e. 1991-1962) – III. Szeszósztrisz (i.e. 1878-1839) fáraók közötti időben Ezbeth Rushdiban épült templommal való összevetés (9. ábra) (Bietak és Dorner 1998). A baloldali ábra mutatja Ezbeth Rushdi templomát, a középső a Szeszósztrisz templomát a háttérben az Ezbeth Rushdi templommal, majd a harmadik ábrán a közös részt nagyítottam ki (a további összehasonlításoknál is ezt az elrendezést követem). A méretbeli egyezés a kinagyított részen jobban követhető.

Összehasonlíthatjuk az alaprajzot I. Szeszósztrisz (i.e. 1971-1926) Todban feltárt templomával is (10. ábra) (Arnold 1975). Ha III. Mentuhotep fáraó (i.e. 2010-1998) Todban található templomával hasonlítjuk össze az alaprajzot, szintén hasonlóságot találunk (11. ábra) (Arnold 1975). Végül nézzük meg a hasonlóságot III. Mentuhotep fáraó Thébában található kápolnájával (12. ábra) (Petrie 1909).

A méretben és szerkezetben fellelhető hasonlóságok alátámasztani látszanak a templom feltételezett szerkezetét. Pontossági összehasonlítást ez esetben nem végeztem, hiszen más-más szerkezetekről van szó.



7. ábra. Az összes eredmény egyben

8. ábra. A templom valószínűsíthető alaprajza

A modell egy-egy templommal való összehasonlításakor vannak részletek, ahol néhány deciméter az eltérés, de van, ahol elérhet 2-3 métert is egy összehasonlításon belül.

Az előzőleg elkészített alaprajz felhasználásával lehetőség nyílik a templom épületrészeinek, falainak modellezésére. Mivel azonban nincs információnk a falak magasságáról, ez a modellezés meglehetősen szubjektív.

Hasonló a helyzet a templom díszítését illetően. A romok átvizsgálásakor több faragott és festett hieroglifát vagy díszítő mintát tartalmazó kőtöredék került elő. Így nagy vonalakban követhető, hogy milyen vésési stílusban faragták, milyen színekkel festették a falakat. Azonban nem ismerjük a teljes díszítést. Hasonlóképp nem tudhatjuk azt sem, hogy milyen formájú és díszítésű oszlopok lehettek az épületben. Ezért a modellezéskor ezeket mint "tömböket" ábrázoltam, minden egyéb felületi díszítés nélkül. A modellezés előtt két, a mai napig is álló, korabeli épületet célszerű mintának tekinteni. Az egyik a már korábban említett I. Szeszósztrisz fáraó "fehér kápolnája", amit a Karnaki templom egyik pilonjában, feltöltő anyagként találtak, majd összeállítottak (13. ábra). A másik szintén a Karnaki templomban található, III. Szeszósztrisz fáraó ünnepi csarnoka (14. ábra).

Ezek ismeretében az épületet térben is megrajzolhatjuk, majd különböző helyekről "fényképeket" készíthetünk róla. Az alapanyagok feldolgozásához, majd a térbeli modell elkészítéséhez az AutoDesk Civil 3D v.2006-os tervező szoftvert használtuk. A program a különböző AutoDesk programok lehetőségeit egyesíti, az AutoCad Map programhoz hasonlóan kezeli a raszteres képállományokat, és egyszerű eszköztárat biztosít a 3D látványtervek elkészítéséhez is. A tető nélküli rekonstrukciót mutatja a 15. ábra. A tetővel ellátott templomot a 16. ábra, végül a bejárati udvar felől vett nézetet a 17. ábra tartalmazza.

5 Összefoglalás

II. Szeszósztrisz templomáról több vázlat is napvilágot látott. Azonban ez volt az első alkalom, amikor többféle alapanyagra támaszkodva próbáltuk meghatározni a templom felépítését. Azt mindenképp szem előtt kell tartanunk, hogy ez csak egy modellezés, természetesen nem tartalmazhat mindent, ami valaha a valóságban ott állt. Így a romok alapján nem minden fal helyzete határozható meg pontosan, és nem ismerjük az épület föld feletti részeit sem. Ennek megfelelően, a jövőben szerzett ismeretek alapján a részletek tovább finomíthatók, a hibás feltevések kijavíthatók.

A modellezéshez felhasználtunk távérzékelt, terepen mért geodéziai és fizikai, valamint szakirodalomból származó adatokat. Ezek egymással tett összehasonlításai a templom jelenlegi állapotához képest jónak mondhatók. Az átlagos eltérések 0,8-1,9 méter között változnak, melyek 1-2 méteres szórásokkal jellemezhetők, az összehasonlított alapanyagoktól függően. Mivel a templomot több mint 3000 évvel ezelőtt lebontották, ezek az eltérések és szórások a templom eredeti méreteihez képest nem tekinthetők nagynak.

Az alapanyagok feldolgozása után, az egyező részeket figyelembe véve előállítható a templom feltételezhető alaprajza, majd korabeli épületek alapján az épület 3D modellje.

Azonban a templom feltárása nehézségekbe ütközhet. A 2009-es szezon után egyiptomi régészek munkagépekkel "tárták fel" a templom egyes részeit, eltolva az útból a több mint 3000 éves bontási törmeléket, az egyetlen dolgot, ami az épület szerkezetével kapcsolatos volt. Így előfordulhat, hogy a templom szerkezetéről csak a jelen cikkben is felsorolt alapanyagok állnak majd a jövőbeli kutatások rendelkezésére.

Hivatkozások

Gregori Á (2011): Az El-Lahun Survey Project régészeti geodéziai munkái. Geomatikai Közlemények, 14(1), 157–164.

Arnold D (1975): Bemerkungen zu den frühen Tempeln von El-Tôd. MDAIK, 31, 175–186.

Petrie W M F (1909): Qurneh. British School of Archaeology in Egypt, London, 16, 21.

Petrie W M F, Brunton G, Murray A M (1923): Lahun II. British School of Archaeology in Egypt. University College and Bernard Quaritch, London. 133.

Bietak M, Dorner J (1998): Der Tempel und die Siedlung des Mittleren Reiches bei 'Ezbet Rusdi. Ägypten und Levante, 8, 9–40.



9. ábra. A templom összehasonlítása az Ezbeth Rushdiban található templommal



10. ábra. A templom összehasonlítása I. Szeszósztrisz Tod-ban feltárt templomával



11. ábra. Összehasonlítás III. Mentuhotep fáraó Tod-ban található templomával



12. ábra. Összehasonlítva III. Mentuhotep fáraó Thébában található kápolnájával



13. ábra. Fehér kápolna



14. ábra. III. Szeszósztrisz ünnepi csarnoka



15. ábra. A templom tető nélküli modellje



16. ábra. A templom tetővel



17. ábra. A templom az udvarról nézve

A KÖZELJÖVŐ WEB-BÁZISÚ MUNKAHELYÉNEK JELLEMZŐI

Kalmár János^{*}

Characteristics of the upcoming Web-based workplaces – What is the Web 2? How will your team support be realized? What will be the successor to barcodes? Which is the operating system of the future? What is the meaning of cloud computing? Is it worthwhile to change to leased information technology? Smartphone? PDA? Tablet PC? Notebook? Desktop? What do you choose and why? The study of these current problems is trying to find one's way in trends of today.

Keywords: Web 2, support of teamwork, RFID, operation systems, cloud computing, leased information technology, smartphone, PDA, tablet, notebook, desktop

Mi a web 2? Hogyan valósul meg a csoportmunka támogatása? Mi lesz a vonalkód utóda? Melyik a jövő operációs rendszere? Mi a számítási felhők lényege? Érdemes-e áttérni a bérelt informatikára? Okostelefon? PDA? Tábla PC? Notebook? Desktop? Te mit választanál és miért? A tanulmány ezen aktuális problémákat elemezve igyekszik eligazítani napjaink trendjei között.

Kulcsszavak: web 2, csoportmunka támogatás, RFID, operációs rendszerek, számítási felhők, bérelt informatika, okostelefon, PDA, táblagép, notebook, desktop

1 Mi a web?

A web a világhálón (információs szupersztrádán) működő dokumentumok olyan rendszere, melyek egymással *hiperlinkekkel* vannak összekapcsolva, és *webböngésző* programok (*Explorer, Firefox, Chrome*, stb.) segítségével érhetők el

A világháló három szabványra épül:

- URL, ami leírja, milyen egyedi "címmel" kell rendelkeznie az egyes oldalaknak;
- *HTTP*, ami megadja, milyen szabályok szerint kommunikál egymással a felhasználó (user) és a kiszolgáló (server);
- HTML: információkódolási eljárás az oldalak sokféle eszközön történő megjelenítésére. Hiányosságait egyrészt saját verzióváltásai igyekeztek kiküszöbölni, de megjelentek kiegészítései is (XML, GML, Web Map). Legfrissebb (de általánosan még nem alkalmazott) változata a HTML5, ami szükségtelenné teszi pluginek (pl. flash lejátszók a videókhoz) telepítését – a böngészők új verziói már támogatják a használatát. A böngésző program feladata a weboldal dekódolása, vagyis lényegében egy HTML interpreter (értelmező).

1.1 Mi a web 2?

A web kezdeti passzív (tartalomfogyasztóként indult) használata után megjelentek az olyan interaktív alkalmazások, amikor az átlag netezők is képessé váltak internetes tartalmak módosítására, létrehozására a böngészőből való kilépés nélkül.

Fontosabb jellemzői:

- A tartalmat maguk a felhasználók töltik fel, hozzák létre, osztják meg vagy véleményezik.
- A szerver gazdája csak a keretrendszert biztosítja.
- A tartalom létrehozását a böngészőn belül, külön programok igénybevétele nélkül végzik.
- Bármilyen információ elérhetővé tétele vagy ajánlása egymás számára a sharing.
- A szakértők hozzáértését felváltja a tömegek bölcsessége.
- A tartalmat létrehozó felhasználók számának nagyságrendi növekedése a világról szerezhető ismeretek minőségi változásához vezet.
- Az amatőrök is publikálási lehetőséghez jutnak.
- A profik is tanulhatnak a kollektív bölcsességből.

1.2 Közismert web 2 alkalmazások

- Állományok megosztása (kép, videó, hang, pl. YouTube, Picasa, Podcasting)
- Közösségi oldalak (iwiw, Facebook (Miski 2010))
- Blogok/naplók (Twitter)
- Fórumok
- Ismerettárak (Wikipédia (Havas 2009), WikiMapia)
- Online tárhely szolgáltatók (Google, Microsoft SkyDrive)
- Online iroda (Google docs, Microsoft)
- Online térképek (Google maps (Zentai és Guszlev 2006), OpenStreetMaps)
- Online kiskereskedelem (Amazon, PayPal)
- Online aukciós oldalak (ebay, Vatera)
- Virtuális világok (Second Life)
- Tudományos programok (SETI@Home)
- Meteorológiai közösségek (www.idokep.hu)

1.3 Web 2-t az üzletbe!

Egy vállalkozás számára a web ma már több mint reklámfelület, mert a web 2 révén kétirányú interakciót tesz lehetővé a meglevő és potenciális üzleti partnerekkel:

- Marketing eszköz: információkat helyezhetünk el termékünkről/cégünkről blogokon, videómegosztókon, közösségi oldalakon – könnyebb megtalálni a célközönséget, és gyorsabb az információtovábbítás sebessége (naprakész ajánlatok!).
- *Kapcsolatartás a közönséggel*: a blogokon, közösségi oldalakon megismerhetjük (és befolyásolhatjuk) véleményüket termékünkről (az információt visszacsatolhatjuk a termékfejlesztésbe!), szervezhetjük szimpatizánsainkat, kampányainkat.

2 Hogyan valósul meg a csoportmunka támogatása?

Az internet nagy előnye, hogy privát számítógépes hálózat kialakítása nélkül is összefoghatjuk munkatársaink tevékenységét, sőt – némi reklámtűrés ellenében – ingyen használhatunk fontos szolgáltatásokat, adatbázisokat és tárhelyeket.

- Funkciók
 - kapcsolattartás a munkatársakkal (e-mail, csevegés, videokonferencia)
 - dokumentumok, könyvtárak közös használata (jogosultságok beállítása)
 - időfoglaltság-nyilvántartás (naptár)
- A Google (ingyenes, de továbbfejlesztve fizetős) megoldásai
 - gmail levelezés, csevegés
 - calendar időnyilvántartás (megosztható)
 - *picasaweb:* képek tárolása, manipulálása, megosztása (1 Gbyte ingyen)
 - docs dokumentumok (szöveg, táblázat, bemutató, rajz) tárolása, kezelése, megosztása
 - coordinates: pozíció megosztása az ismerősökkel (okostelefon használata esetén)
 - groups csoportképzés (levelezőlisták létrehozása, online fórumozás)
 - A Microsoft webes (ingyenes, de továbbfejlesztve fizetős) megoldása
 - Windows Live: integrált felület az alábbi funkciókhoz
 - Hotmail: levelező
 - Messenger: kapcsolattartás, csevegés, közösségi hálózatok kezelése
 - *Essentials:* fotók, videók tárolása, manipulálása
 - *SkyDrive:* dokumentumok tárolása, megosztása (25 Gbyte ingyen)
 - Office: lebutított word, excel, powerpoint dokumentumok létrehozása, kezelése

Frekvencia- tartomány	Előnyök	Hátrányok	Alkalmazások	
9-135 kHz (alacsony)	Olcsó, strapabíró	Lassú, kis hatótáv	Élőállat, könyvek, söröshordók	
10-15 Mhz (magas)	Elterjedt, nedves környezetben is használható	1,5 m-nél kisebb hatótáv, leárnyékolható	Raklap, csomag, beléptetés	
850-950 MHz (ultramagas)	Gyors, aktív és passzív, 1,5 m-nél nagyobb hatótáv	Elnyelődhet	Konténer, jármű, kereskedelem	
2,45 vagy 5,8 GHz	Gyors, aktív,	Közvetlen rálátás	Járműbeléptetés,	
(mikrohullám)	legnagyobb hatótáv	kell	szállítás	

1. táblázat. RFID rendszerjellemzők

3 Miért az RFID (rádiófrekvenciás azonosító) lesz a vonalkód utóda?

Az *RFID* (Radio Frequency Identifier) automatikus azonosításhoz és adatközléshez használt technológia, melynek lényege adatok tárolása és továbbítása *RFID* címkék, olvasók és antennák segítségével. Az *RFID* címke egy apró chip, amely rögzíthető, vagy beépíthető az azonosítani kívánt objektumba. Az objektum lehet tárgy, például egy árucikk, illetve élőlény, így akár ember is.

A passzív RFID címkék nem tartalmaznak saját energiaforrást. Az olvasó által kibocsátott rádiófrekvenciás jel áramot indukál az antennában, a lapra épített apró CMOS IC feléled, és választ küld az adatkérésre. Az antenna tehát speciális tervezést igényel: nem elég, hogy összegyűjti a szükséges energiát, a válaszjelet is közvetítenie kell. A válaszjel általában egy egyedi azonosítószám, hatótávolsága 2 mm-től néhány méterig terjed az alkalmazott frekvencia és antenna függvényében (1. táblázat).

Helymeghatározásra is használható (Krausz és Barsi 2007) a mobilos adótornyok mintájára, azaz rögzített RFID olvasók hálózatával meghatározhatók az RFID címkével ellátott objektum koordinátái (illetve fordítva is működtethető a modell).

Az aktív RFID címkék vagy jeladók kis beépített energiaforrással (elemmel) rendelkeznek, ezért az IC folyamatosan működhet, és a jeladáshoz szükséges energiát is biztosítja. Az antenna csak adásra optimalizált, hatótávolsága akár 10 m is lehet. Válaszideje jobb, és az olvasási hibák aránya kisebb. Élettartama több év.

3.1 Az nfc (near field communication) jellemzői

Tulajdonképpen ez is egy szabványosított RFID technológia:

- 13,56 megahertz frekvencia (10 cm hatótáv),
- 424 kbit/sec adatátviteli sebesség,
- 4 kByte tárolási kapacitás, 1 \$/chip ár,
- mobiltelefonba integrálva helyettesíthet pénztárcát, bankkártyát, közlekedési jegyet, beléptető kártyát, kulcsot, stb.
- a Google Nexus S okostelefonja már tartalmazza ezt a chipet, de a fogadókészség megteremtése (pl. a kártyaolvasók telepítése boltokban) még bizonytalan ideig elhúzódhat.

4 Melyik a jövő operációs rendszere?

Az operációs rendszer olyan programrendszer, amely a számítógépes rendszerben a programok végrehajtását vezérli: így például ütemezi a programok végrehajtását, elosztja az erőforrásokat, biztosítja a felhasználó és a számítógépes rendszer közötti kommunikációt. Napjaink személyi számítógépein, munkaállomásain futó operációs rendszerek:

Kalmár J

- UNIX és változatai: a 70-es évek óta létező, akár mainframe (nagy) számítógépeken is alkalmazott rendszer; kezdetben csak parancsnyelv bázison működött, ma már grafikus felülettel is ellátott. Nyílt szoftver, jól skálázható, személyre szabható.
- *Mac OS* (1984-): a Macintosh számítógépek grafikus felületű operációs rendszere (gyártó: *Apple*); a felhasználói interfészben forradalmi újításokat vezettek be: ikonok, menük, egérhasználat. Csak az Apple hardverén működik, bár processzoraik ma már az Inteltől származnak. Elterjedtsége alacsony a drága hardver miatt, de prémium (presztízs) terméknek számít.
- Windows (1985-): az IBM (és kompatibilis) PC-k első grafikus felületű operációs rendszere (gyártó: *Microsoft*), jórészt adaptálta az *Apple* megoldásait (egyébként az MS DOS őse sem Microsoft fejlesztés!). Legsikeresebb változatai a *Windows 3.0* (1990), a *Windows NT* (1993), a *Windows XP* (2001), *Windows 7* (2009). Sok kritika érte túlzott mérete, lassúsága és sebezhetősége miatt ("kék halál", vírustámadások), de nyitottsága és a szabványos hardver miatt ma mégis a legelterjedtebb operációs rendszer.
- Chrome OS (2010-): a Chrome böngésző bázisán kialakított operációs rendszer (gyártó: Google). Forradalmi újítása, hogy a személyi számítógépet az internet termináljának tekinti, ezért a webről történő adat-és programletöltésre optimalizált gyorsan töltődik be (7 sec), és hatékonyan, memóriatakarékosan kezeli a világhálót, amelyen a Google létre is hozta a számítási felhő alapú kiszolgálói felületet (postafiók [Gmail], adattár [Google Docs], programtár [Google Apps]). Csak flash (SSD) memóriát kezel, merevlemezt nem ez mobil eszközök esetén nem hátrány, és a flash memóriák az árcsökkenés révén a vékonykliens eszközökből is kiszorítják a lassúbb merevlemezt.

Ha az alkalmazások a jövőben a számítási felhők irányába tolódnak el, akkor a *Chrome OS* helyzeti előnyt élvez, mert eleve a webre lett optimalizálva: csak vékony kliens hardvert és gyors internet kapcsolatot igényel.

Az Apple (*iOS*), a Microsoft (*Phone 7*), és a Google (*Android*) elkészítették operációs rendszereik okostelefonra/tabletre optimalizált változatát is; így küzdelmük új frontot nyitott.

5 Mi a számítási felhők (cloud computing) lényege?

A *cloud computing* alapjában véve azt jelenti, hogy olyan állományokkal és programokkal dolgozunk, melyek fizikailag nem a saját gépünkön, hanem a világhálón vannak, valahol a "felhőben" (Mártonffy 2010). A következő lépés az, hogy az adatokat feldolgozó nagy alkalmazások is az interneten vannak, a saját eszközön csak egy kis terjedelmű, ún. kliens-alkalmazás (pl. *Google Earth*) fut – esetenként egy böngésző is elég lehet (pl. Iván 2009). Tulajdonképpen digitális közműnek is nevezhető, mert bárhol és bármikor hozzáférhetünk, és csak annyit használunk belőle (és fizetünk érte) amennyire szükségünk van.

Az "adatszivárgásra" kényes intézmények, vállalkozások kialakíthatnak világháló nélküli privát számítási felhőt is intranetes (az internet szabványai szerint kialakított magánhálózatos) környezetben.

Előnyök:

- Központosítás: az erőforrások centralizációja (könnyebb karbantartás).
- Virtualizáció: költségcsökkentés, rugalmasabb szolgáltatás.
- Automatizálás: ld. 2.
- Erőforrások dinamikus kezelése: gyorsabb átállás, folyamatos üzem.
- Internet: költségcsökkentés, új erőforrások és felhasználók elérése (Gede 2007).
- Önkiszolgálás: rugalmasabb szolgáltatás.
- Használat alapú vagy havi díjas számlázás.
- Egyszerűsítés: egy feladatra egy alkalmazás, egy verzióban több eszközre.
- Egységesítés: hardver/szoftver is.
- Technológiai konvergencia: egy gyártó is képes lefedni az összes igényt.
- Szabványok: használatuk segíti a különböző felhők és eszközök összekapcsolását.

• Segítséget nyújt a különböző eszközökön levő adatok szinkronizálásához.

Kockázatok:

- Hol van ténylegesen az adat?
- A védelem szintje: jogosultságok kezelése, a szolgáltató biztonsági szabványai?
- Belelátni a felhőbe: biztosít-e elég információt a hibakereséshez, felügyelethez?
- Hálózati korlátok: kézi átkonfigurálás, hálózati teljesítmény.

6 Érdemes-e áttérni a bérelt informatikára?

A bérelt informatika lényegében a számítási felhő megvalósítása üzleti alapon – a felhasználó bérleti szerződés keretében használhatja a távoli szerveren futó alkalmazásokat és adatbázisokat (pl. Madár 2010). Bevezetésének feltétele a *költséghatékonyság* (olcsóbb legyen, mint helyben megoldva), a *bizalom* (a szolgáltató stabil, hosszútávú partner legyen) és a *biztonság* (ld. a számítási felhők kockázatainál). A GIS területén pl. az ESRI nyújt ilyen szolgáltatást.

6.1 A bérelt informatika jellemzői:

- A telephelyen csak egy netképes PC (vékonykliens) illetve szélessávú internet-kapcsolat kell; a hardver/szoftver/adatbázis többi részét a szolgáltató üzemelteti.
- Adatok, programok, szerverek elérése a világhálón keresztül történik.
- Bérelhető szolgáltatások:
 - kollokáció: a felhasználó hardvere külső adatközpontban van elhelyezve,
 - hardverbérlet: az üzemeltetés, frissítés, konfigurálás a szolgáltató feladata,
 - adat- és adatbázis tárolás bérelt szerveren,
 - csoportmunka támogatás:
 - levelezés, üzenetküldés,
 - megosztott naptár és adatok,
 - office és más programok elérése,
 - konferencia-szolgáltatás (hang, videó).
- Pénzügyi előnyei, költségei:
 - minimális beruházási- és szakember igény,
 - a szolgáltatást használat arányosan vagy átalánydíjas rendszerben kell kifizetni,
 - az igények (tárigény, a használt programok köre és licencek száma) rugalmasan változhatnak, nőhetnek, vagy csökkenhetnek.

7 Mi jellemzi napjaink személyi használatú számítógépeit?

Azon eszközökre szorítkozunk, amelyek a hálózatképes számítógép alapvető ismérveinek megfelelnek:

- legyen processzora, adattároló- (memória), adatbeviteli- (billentyűzet és/vagy érintőképernyő) és megjelenítő- (képernyő) egysége,
- tudjon kapcsolódni számítógépes hálózathoz (wlan [w], bluetooth [b], mobil [m], vezetékes [v]),
- legyen benne legalább naptár, e-mail, böngésző, szövegszerkesztő, médialejátszó, számológép vagy táblázatkezelő,
- rendelkezzen olyan operációs rendszerrel, amely alkalmassá teszi újabb alkalmazások (programok) telepítésére/futtatására.

A személyi használatú számítógépek osztályozását és jellemzőit a 2. táblázat mutatja be.

2. táblázat. A személyi használatú számítógépek jellemzői

Tulajdonság/ Kategória	smartphone	PDA	tablet	notebook	desktop
Hordozhatóság	igen	igen	igen	igen	nem
A kijelző mérete(inch)	3-4	4-6	7-10	11-17	17-
RAM mérete(Mb)	32-	64-	128-	256-	256-
Adattár mérete(Gb)	1-	4-	16-	32-	200-
Adatbevitel eszköze	bill./érintők.	bill./érintők.	érintők.	billentyűzet	billentyűzet
Háttértár típusa	SD,MMC,CF	SD,MMC,CF	SSD	SSD/ merevlemez	merevlemez
Elérhető hálózatok	b, w, m	b, w, v [m]	b, w, v [m]	w, v [b]	v
Súly (kg)	0,1-0,2	0,2-0,5	0,5-1	1-3	5-
Apple termékcsalád	iPhone (2007)	Newton (1992)	iPad (2010)	MacBook (2008)	iMac (1998)
GPS és navigáció	jellemző	opcionális	opcionális	nincs	nincs
Beépített kamera (db)	2	0	2	1	0

7.1 Mikor, melyik eszközt célszerű választani?

A 2. táblázatból látható, hogy már egy bővített memóriájú *okostelefon* (smartphone) is eleget tesz az 5. fejezet elején meghatározott feltételeknek, ha elviseljük a méretből és teljesítményből adódó felhasználási korlátokat (kis képernyő, kényelmetlen adatbevitel, gyenge processzor), és intenzív használat mellett nem felejtjük el naponta feltölteni az akkumulátorát. A mobilinternet használata pénzügyi okokból úgyszintén korlátozott. Előnye nyilvánvalóan az egyszerű hordozhatóság (kis méret, ami lényegében a kijelzővel arányos, ill. a kis súly), és a kommunikációs képesség a világszerte jó lefedettségű mobilhálózaton keresztül (Bedő 2010). Az okostelefonok értékesítése várhatóan már ebben az évben meghaladja a hagyományos mobilokét.

Intenzív terepi használatra (pl. adatgyűjtésre) – ha a telefon funkciók elhanyagolhatók (ami ebben a kategóriában csak opcionális) – inkább *PDA*-t (Personal Data Assistent) válasszunk. A kis súly és a (relatíve) kis méret ellenére mostoha körülmények között is jól használhatók, ha megszoktuk az érintőképernyős (tollas vagy ujjas) vezérlést. A jövőben ez az eszköz feloldódik majd a tabletben, amint a gyártók ipari (zord) környezetben is használható gépeket dobnak piacra.

Ha elsősorban mobil tartalomfogyasztók (internet, zene, film, e-könyv, stb.) vagyunk, ideális választás a táblagép (*tablet*). A gyártók webáruházaiból (App Store) számos szoftver letölthető hozzá, egy részük akár ingyen is. Előrejelzések szerint (Bedő 2010) egyébként 2011 a táblagépek éve lesz, értékesítésük meg fogja haladni az ugyanezen felhasználói kör részére gyártott netbookokét – az egyszerűbb hordozhatóság és nem utolsósorban divat- és presztízs okok miatt.

Ha mobil számítógépünket többnyire kultúrkörnyezetben (asztalon, wifi és konnektor közelében) fogjuk használni, akkor vegyünk inkább *laptopot*; jól méretezhető a képernyő és a teljesítmény, kényelmes és megszokott az adatbevitel, a merevlemezes példányok háttértára a desktopokkal vetekszik, és programkészlete megegyezik az asztali gépével – számítógépes hálózatok elérhetősége esetén telefonálásra pedig a szinte ingyenes internetes megoldásokat (Skype, chat) használhatjuk. A kategória legkisebb példányai a *netbook*ok, a közepesek a *notebook*ok.

Az asztali (*desktop*) számítógép mellett szól ára, könnyű kezelhetősége, egyszerű bővíthetősége és szervizelése, nagyobb teljesítménye. Remélhetőleg költöztetésére sose lesz szükség, és így nem kell megküzdenünk a "mit hova dugjak"-dilemmával. Ha nem használjuk, ne felejtsük el kikap-
csolni, mert áramfogyasztása magas, különösen katódsugárcsöves (ma már szerencsére nem gyakori) monitorral – ez esetben helyigénye is nagyobb. Nem kell ugyan beruháznunk akkumulátorba (mint a mobil eszközöknél), viszont vehetünk hozzá szünetmentes tápegységet, ha szeretnénk kizárni az áramszünet okozta megszakítás lehetőségét.

8 Összefoglalás

A tanulmány napjaink informatikai trendjeit ismerteti, és az új eszközök, eljárások és szolgáltatások bemutatásával segítséget nyújt a közeljövő web-bázisú munkahelyeinek és munkafolyamatainak kialakításához.

Köszönetnyilvánítás. A tanulmány a TÁMOP 4.2.1/B-09/1/KONV-2010-0006 projektjének támogatásával készült.

Hivatkozások

Bedő E (2010): Készüléktrendek 2011. IT Business, 8(48), 15.

Miski G (2010): A közösség hálójában. IT Business, 8(48), 16-19.

Mártonffy A (2010): A mindent felszippantó felhő. IT Business, 8(36), 18-19.

Madár Z (2010): Térinformatikai megoldások továbbfejlesztése ASP technológiára. Geodézia és Kartográfia, 62(11), 21–25. Iván Gy (2009): A TakarNet24 projekt térinformatikai alkalmazásai. Geodézia és Kartográfia, 61(10), 10–14.

Havas G (2009): A magyar földtan megjelenése a nemzetközi webes térképszolgáltatásban. Geodézia és Kartográfia, 61(9), 27–30.

Gede M (2007): Internetes térképi alkalmazások készítése script nyelvek használatával. Geodézia és Kartográfia, 59(12), 14–17.

Zentai L, Guszlev A (2006): Web2 és térképészet. Geodézia és Kartográfia, 58(11), 16-23.

Krausz N, Barsi Á (2007): RFID technológia: a helymeghatározás új eszköze. Geomatikai Közlemények, 10, 99–106.

Melléklet:

Az innovációban élenjáró Apple cég hordozható eszközei láthatók az 1-4. ábrákon.



1. ábra. iPhone okostelefon



2. ábra. Newton PDA



3. ábra. iPad táblagép



4. ábra. MacBook notebook