

ÉVFOLYAM  
*Volume*

**XVII**

**2014**

---

**G E O M A T I K A I  
K Ö Z L E M É N Y E K**

*Publications in Geomatics*

**FŐSZERKESZTŐ**  
*Editor in Chief*

**PAPP G**

**TANÁCSADÓ TESTÜLET**  
*Advisory board*

**ÁDÁM J** (*elnök/chair*)  
**BIRÓ P**  
**BOZÓ L**  
**MÁRTON P**

HU ISSN 1419-6492



---

*MTA CSFK GEODÉZIAI ÉS GEOFIZIKAI INTÉZET  
SOPRON*

## *Geomatikai Közlemények*

*Publications in Geomatics*

kiadja az

### **MTA CSFK GEODÉZIAI ÉS GEOFIZIKAI INTÉZETE**

9400 Sopron, Csatkai E. u. 6-8. Pf. 5.

tel.: 99 / 508-340 fax.: 99 / 508-355

e-mail: [geomatika@ggki.hu](mailto:geomatika@ggki.hu)

web: [www.geomatika.ggki.hu](http://www.geomatika.ggki.hu)

web programozó: Lovranits Tamás

felelős kiadó:

***Ábrahám Péter***  
*főigazgató*

főszerkesztő:

***Papp Gábor***

angol nyelvi szerkesztő:

***Eperné Pápai Ildikó***

technikai szerkesztő:

***Bischof Annamária***

készült a

**LŐVÉR PRINT Kft.** nyomdájában

9400 Sopron, Ady Endre u. 5.

tel.: 99 / 329-977

megjelent 150 példányban

Sopron, 2014

HU ISSN 1419-6492

**GEOMATIKAI  
KÖZLEMÉNYEK  
XVII.**

"Minden nemzet a maga  
nyelvén lett tudós,  
de idegenen sohasem."

(Bessenyei György)



# ÁLTALÁNOS INFORMÁCIÓK ÉS ÚTMUTATÓ

A Geomatikai Közlemények 1998 óta rendszeresen, általában évenként egy alkalommal megjelenő folyóirat. A kiadvány célja, hogy elsősorban magyar, és esetenként angol nyelvű fórumot biztosítson azon hazai, ill. külföldi kutatóknak és szakembereknek, akik a műszaki- és földtudományok azon területein (geodézia, fotogrammetria, térinformatika, fizikai geodézia, geofizika, földmágnesség, geodinamika, a Föld belső szerkezete és a Föld körüli térség fizikája) elért tudományos eredményeiket szeretnék közzétenni, amelyek a geomatika módszereit használják helyhez kötött adataik gyűjtéséhez, feldolgozásához és elemzéséhez. A kiadványban megjelenő cikkek és tanulmányok a mai normáknak megfelelő lektorálási folyamaton mennek keresztül, azaz mielőtt publikálásra kerülnek legalább kettő független bíráló véleményt alkot a közlésre benyújtott kéziratról. A bírálók nevét alaphelyzetben csak a szerkesztőbizottság ismeri, de a bírálók kérhetik anonimitásuk felfüggesztését. A bírálatok alapján a bizottság eldönti, hogy az adott kézirat megfelel-e a Geomatikai Közlemények formai és tartalmi követelményrendszerének, illetve, hogy az esetlegesen felmerülő hibák és hiányosságok kijavíthatók- és pótolhatók-e a kézirat kisebb-nagyobb átdolgozásával. A szerkesztőbizottság szakmai munkáját egy Tanácsadó Testület segíti.

A Geomatikai Közlemények szerkesztését, amelyet 2011-től már egy az Interneten keresztül elérhető és működtethető web felület is támogat ([www.geomatika.ggki.hu/kozlemenyek](http://www.geomatika.ggki.hu/kozlemenyek)) ©Lovranits Tamás és Papp Gábor), társadalmi munkában végző szerkesztőség nagy hangsúlyt fektet a lehető leggyorsabb minőségi munkára. Ez mind a szerzőktől, mind a bírálóktól erőfeszítéseket és fegyelmet kíván, amit a szerkesztőség előre is tisztelettel megköszön. Ennek biztosításához javasoljuk áttanulmányozni a következő anyagokat:

Geomatikai\_Közlemények\_instrukciók\_szerzőknek.docx,  
Geomatikai\_Közlemények\_instrukciók\_bírálóknak.pdf,

amelyek a már fent megadott címre belépve letölthetők. A regisztrált felhasználók ugyanezen a címen keresztül végezhetik el a rendszer által koordinált aktuális feladataikat, akár szerzői, akár bírálói szerepkörben. Az új felhasználók ugyanitt regisztrálhatnak felhasználói név és e-mail cím megadásával.

A feltöltött kéziratokat a szerkesztőség egy tagja, a kézírathoz rendelt felelős szerkesztő előbírálja, elsősorban az instrukciókban megfogalmazott formai szempontok szerint. Ha a kézirat formailag kielégítőnek bizonyul, akkor elindul a bírálati folyamat, amely általában több ciklust is képez, és egészen addig tart, ameddig a bírálók, ill. a felelős szerkesztő ezt tartalmi-formai indokok miatt szükségesnek tartják. A bírálati fázisokról és az aktuális teendőkről mind a szerzők, mind a bírálók automatikus üzenetekben értesülnek.

A Geomatikai Közleményeket – jelenlegi elnevezése szerint – az MTA CSFK Geodéziai és Geofizikai Intézete adja ki. A kiadás anyagi háttérét egyrészt a két évente Sopronban megrendezésre kerülő Geomatika Szeminárium másrészt különböző pályázatok és tudományos szervezetek (pl. Soproni Tudós Társaság) támogatásai biztosítják.

A Geomatikai közlemények jelen kötetének felelős szerkesztői:

Bányai László, Benedek Judit, Gribovszki Katalin, Kalmár János, Papp Gábor, Szűcs Eszter, Újvári Gábor.

## A KÖTETBEN MEGJELENT CIKKEK BÍRÁLÓI

Barsi Árpád  
Bérczi Szaniszló  
Braunmüller Péter  
Czímber Kornél  
Füsi Balázs  
Gráczer Zoltán  
Gribovszki Katalin Eszter  
Kenyeres Ambrus  
Laky Piroska  
Lovas Tamás  
Mentes Gyula  
Papp Erik  
Papp Gábor  
Szűcs László  
Tóth Gyula  
Varga József  
Wojtaszek Malgorzata

# TARTALOMJEGYZÉK

## CONTENTS

<b>Závoti József, Kalmár János</b> .....	7
Néhány alternatív megoldási lehetőség a 3D nemlineáris hasonlósági dátum-transzformáció alkalmazására a Bursa-Wolf modell viszonylatában	
<i>Some alternative possibilities for the solution of 3D non-linear similarity datum transformation compared to the Bursa-Wolf model</i>	
<b>Bácsatyai László</b> .....	19
Vetületi átszámítások a HungaPro V 5.13 programmal	
<i>Projection transformations by means of software HungaPro 5.13</i>	
<b>Földváry Lóránt, Sujbert László, Polgár Zsuzsanna</b> .....	33
A GOCE műhold gravitációs gradiens méréseinek szűrése és pontossági kérdései	
<i>On the filtering of GOCE gravitational gradients and related accuracy aspects</i>	
<b>Szűcs Eszter, Benedek Judit</b> .....	45
Eötvös-inga mérések felhasználásának lehetőségei a gradiometriai peremérték-feladat megoldásaiban	
<i>Possible applications of Eötvös torsion balance measurements in the practical evaluation of gradiometric boundary value problems</i>	
<b>Bányai László, Szűcs Eszter, Kalmár János, Eperné Pápai Ildikó, Bán Dóra</b> .....	59
Az InSAR technológia alapjai és a reflektáló felületek jellemzői	
<i>The basics of InSAR technology and the characteristics of scattering surfaces</i>	
<b>Horváth Tivadar, Viengdavanh Róbert, Rózsa Szabolcs</b> .....	69
Négydimenziós vízgőzmodellek előállítása GNSS tomográfiával	
<i>Construction of 4D water vapour models by means of GNSS tomography</i>	
<b>Bazsó Tamás</b> .....	79
Távérzékelés alkalmazása a mezőgazdaságban	
<i>Application of remote sensing in the agriculture</i>	
<b>Kereszturi Ákos, Madarász Balázs, Örsi Anna</b> .....	93
Domborzat alapú felszínelemzés és morfológiai korreláció a Mars északi síkságára	
<i>Topography based surface analysis and morphology correlation for the northern hemisphere of Mars</i>	
<b>Kiszely Márta, Győri Erzsébet</b> .....	101
A robbantások és földrengések elkülönítése különböző paraméterekre számolt Mahalanobis távolságok segítségével	
<i>Discrimination of earthquakes and quarry blasts using Mahalanobis distances calculated from different parameters</i>	



# NÉHÁNY ALTERNATÍV MEGOLDÁSI LEHETŐSÉG A 3D NEMLINEÁRIS HASONLÓSÁGI DÁTUM- TRANSZFORMÁCIÓ ALKALMAZÁSÁRA A BURSA-WOLF MODELL VISZONYLATÁBAN

Závoti József\*, Kalmár János\*



*Some alternative possibilities for the solution of 3D non-linear similarity datum transformation compared to the Bursa-Wolf model – The present work deals with an important theoretical problem of geodesy: we are looking for a mathematical relationship between two spatial coordinate systems utilizing common pairs of points whose coordinates are given in both systems. In geodesy and photogrammetry the most often used procedure to move from one coordinate system to the other is the 3D, 7 parameter Helmert transformation. Up to recent times this task was solved either by iteration, or by applying the Bursa-Wolf model. Producers of GPS/GNSS receivers install these algorithms into their systems to achieve a quick processing of data. But nowadays algebraic methods of mathematics give closed form solutions of this problem, which require high level computer technology background. In everyday usage, the closed form solutions are much more simple and have a higher precision than earlier procedures and thus it can be predicted that these new solutions will find their place in the practice. The paper discusses various methods for calculating the scale factor and it also compares solutions based on quaternion with those that are based on rotation matrix defined by skew-symmetric matrix.*

**Keywords:** 3D or 7-parameter datum transformation, absolute orientation

A tanulmány a geodézia egyik fontos elméleti problémáját tárgyalja: két térbeli koordináta rendszer között keressük matematikai összefüggést a két rendszerben koordinátáikkal megadott közös pontpárok felhasználásával. A geodéziában, fotogrammetriában két koordináta-rendszer közötti áttérés során a legáltalánosabban használt eljárás a 3D, 7 paraméteres Helmert transzformáció alkalmazása. Ezt a feladatot a közelmúltban vagy iterációval, vagy a Bursa-Wolf modell alapján oldották meg. A GPS/GNSS vevők gyártói a rugalmas adatfeldolgozás érdekében ezeket az algoritmusokat szoftveresen beépítik rendszerükbe. Manapság a matematika algebrai módszereinek felhasználásával – jelentős számítástechnikai tudás birtokában – zárt formulákkal is meg lehet adni a probléma megoldását. A zárt alakban előállított megoldások a mindennapi használatban sokkal egyszerűbbnek, pontosabbnak bizonyulnak, mint a korábbi eljárások, ezért prognosztizálható, hogy a jövőben ezek az új megoldások bekerülnek a gyakorlatba. A cikk különböző eljárásokat ad meg a méretarány-tényező kiszámítására és összehasonlítja a kvaternión alapuló megoldást a ferdén szimmetrikus mátrixszal adott forgatási mátrixon alapulóval.

**Kulcsszavak:** 3D vagy 7 paraméteres dátumtranszformáció, abszolút tájékozás

## 1 Bevezetés

A 3D, 7 paraméteres Helmert dátum transzformáció hagyományos jellegű tárgyalása a Grafarend és Krumm (1995), a Grafarend és Kampman (1996) és a Grafarend és Shan (1997) tanulmányokban található meg, később Awange et al. (2004) tanulmánya kiterjeszti a megoldási módokat. Závoti (1999) munkája korlátozott feltételekkel L1 normában oldotta meg a feladatot.

A dátumtranszformációk számítógépes algebrai rendszerekkel történő tárgyalásában Awange és Grafarend (2002, 2003a, 2003b, 2003c) években megjelent tanulmányai új irányt adtak a téma kutatásának. A hazai szakirodalomban Závoti (2005) tanulmánya az első algebrai megközelítése a feladat megoldásának, amely egyúttal javítást is javasolt a matematikai modellhez. A Závoti és Jancsó (2006) tanulmánya jó alapötletet adott a linearizálásra, amit Závoti (2012) cikk dolgoz ki alaposab-

ban. A Battha és Závoti (2009a, 2009b) cikkek pedig kiterjesztették a számítógépes algebra alkalmazásának területét a geodéziában ú.n. előmetszési problémaként ismert feladatra. A fotogrammetriai külső tájékozás esetében a Závoti és Fritsch (2011) tanulmány teljesen új megoldási módszert javasol, mint a hagyományos megoldási eljárás. Az abszolút tájékozási probléma kvaterniókkal történő megoldását Horn (1987) tanulmánya elsők között tárgyalja, de a megoldás eltér a Závoti (2012) cikkben leírtaktól. A Kalmár és Závoti (2013) tanulmány jól összefoglalja a két megoldás különbözőségét.

## 2 A 3D, 7 paraméteres hasonlósági transzformáció új megoldásának modellje

Tegyük fel, hogy adott két különböző koordináarendszerben mért  $n$  közös pont a koordinátáikkal.

A 3D, 7-paraméteres (Helmert) térbeli túlhatározott hasonlósági transzformáció a következő modellel adható meg: keressük az elsődleges (cél)  $(X, Y, Z)$ - és a másodlagos (tárgy)  $(x, y, z)$  koordináta-rendszerek közötti Euklidészi térben adott pontok közötti leképezést az alábbi formában ( $\mathbf{t}$  az eltolási-vektor,  $\mathbf{R}$  a forgatási mátrix és a  $\lambda$  skálaparaméter vagy méretarány-tényező):

$$\mathbf{s}_i = \mathbf{t} + \lambda \mathbf{R} \mathbf{p}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

ahol  $\mathbf{s}_i = [X_i, Y_i, Z_i]^T$  a célpontok koordináta értékei,

$\mathbf{t} = [X_0, Y_0, Z_0]^T$  az ismeretlen eltolási-vektor,

$\lambda$  az ismeretlen méretarány-tényező,

$\mathbf{R}(\alpha, \beta, \gamma)$  a forgatási mátrix,

$\mathbf{p}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$  tárgyponatok koordináta értékei.

Az  $\mathbf{R}$  forgási mátrixot a három tengely körüli elforgatással, három független, ismeretlen  $\alpha$ ,  $\beta$  és  $\gamma$  Cardan-szöggel Awange (2002) az alábbi módon adta meg:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_1(\alpha) \mathbf{R}_2(\beta) \mathbf{R}_3(\gamma). \quad (2)$$

Természetesen, a fizikai geodéziában használatos forgatási sorrendtől eltérő forgatási sorrend vagy ellenkező irányú tengely körüli forgatás más-más eredményre vezet. Például a forgási mátrix elemek ismeretében a forgási szögek az alábbi összefüggéssel meghatározhatók:

$$\alpha = -\arctan\left(\frac{r_{23}}{r_{33}}\right), \quad \beta = \arcsin(r_{13}), \quad \gamma = -\arctan\left(\frac{r_{12}}{r_{11}}\right), \quad (3)$$

ahol  $r_{ij}$  érték az  $\mathbf{R}$  forgatási mátrix  $i$ -edik sorának és  $j$ -edik oszlopának eleme.

Célunk tehát a forgatási mátrix meghatározása. A 3D, 7 paraméteres Helmert transzformáció algebrai megoldása érdekében Awange és Grafarend (2002) az  $\mathbf{R}$  forgatási mátrixot a ferdén szimmetrikus  $\mathbf{C}'$  mátrix (5) bevezetésével a következő módon írta fel:

$$\mathbf{R} = (\mathbf{I}_3 - \mathbf{C}')^{-1} (\mathbf{I}_3 + \mathbf{C}'), \quad (4)$$

ahol  $\mathbf{I}_3$  a három dimenziós egységmátrix, és  $\mathbf{C}'$  mátrix az  $a$ ,  $b$  és  $c$  paraméterekkel meghatározott:

$$\mathbf{C}' = \begin{bmatrix} 0 & -c & b \\ c & 0 & -a \\ -b & a & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Ha az (1) egyenletet a (4) összefüggés alapján az  $(\mathbf{I}_3 - \mathbf{C}')$  mátrixszal balról szorozzuk, akkor a következő alak adódik:

$$\begin{bmatrix} 1 & c & -b \\ -c & 1 & a \\ b & -a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & c & -b \\ -c & 1 & a \\ b & -a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 1 & -c & b \\ c & 1 & -a \\ -b & a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

A fenti egyenletek képezik a 3D, 7 paraméteres Helmert transzformáció algebrai megoldásának alapját.

### 3 A 3D, 7 paraméteres hasonlósági transzformáció méretarány-tényezőjének meghatározása három módszerrel

Závoti (2012) tanulmányában megmutatta, hogy súlyponti koordináták bevezetésével milyen módon lehetséges az eltolási paraméterek eliminálása. Ugyanezen tanulmányban az is beigazolódott, hogy a túlhatározott egyenletrendszer megoldása során az  $a$ ,  $b$  és  $c$  paraméterek kiküszöbölésével ezen paraméterek kiesnek és a  $\lambda$  paraméterre egy egy ismeretlenes, másodfokú, túlhatározott egyenletrendszer áll elő az alábbi formában:

$$\lambda^2(x_{is}^2 + y_{is}^2 + z_{is}^2) = X_{is}^2 + Y_{is}^2 + Z_{is}^2, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (7)$$

ahol

$$\begin{aligned} X_{is} &= X_i - X_s, \quad Y_{12} = Y_1 - Y_2, \quad Z_{is} = Z_i - Z_s, & i = 1, 2, \dots, n, \\ x_{is} &= x_i - x_s, \quad y_{is} = y_i - y_s, \quad z_{is} = z_i - z_s, & i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

(Megjegyezzük, hogy Awange és Grafarend (2002) tanulmányukban a méretarány-tényezőre egy negyedfokú egyenlet adódott.)

A (7) egyenletrendszer túlhatározott, megoldása több féle módon is megadható:

#### I. Megoldás:

A fenti egyenletrendszert alakítsuk szorzattá a következő módon:

$$\left( \lambda \sqrt{x_{is}^2 + y_{is}^2 + z_{is}^2} - \sqrt{X_{is}^2 + Y_{is}^2 + Z_{is}^2} \right) \left( \lambda \sqrt{x_{is}^2 + y_{is}^2 + z_{is}^2} + \sqrt{X_{is}^2 + Y_{is}^2 + Z_{is}^2} \right) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

Tekintsük a (8) formulában szereplő szorzatok első tényezőit. Megoldandó az alábbi egyenletrendszer:

$$\lambda \sqrt{x_{is}^2 + y_{is}^2 + z_{is}^2} = \sqrt{X_{is}^2 + Y_{is}^2 + Z_{is}^2}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

Adjuk össze valamennyi egyenletet! Ekkor a túlhatározott egyenletrendszer megoldása során a  $\lambda$  méretarány-tényező értékére – a számunkra fizikai jelentéssel bíró pozitív gyök alapján – az alábbi, a Závoti (2012) cikkben megadott, a tapasztalatból is ismert összefüggés adódik:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{X_{is}^2 + Y_{is}^2 + Z_{is}^2}}{\sum_{i=1}^n \sqrt{x_{is}^2 + y_{is}^2 + z_{is}^2}}. \quad (10)$$

A fotogrammetriai szakirodalomban ismert Albertz és Kreiling (1975) publikációja alapján, hogy a  $\lambda$  méretarány-tényező számolható a pontok súlyponti rendszerbeli távolságok összegeinek hányadosaként is. Tehát a (7) másodfokú egyenleteket elsőfokú egyenletekre vezettük vissza – a szakirodalomból ismert (Awange és Grafarend (2002)) negyedfokú polinom gyökeinek nehézkes szétválasztási eljárásával ellentétben.

## II. Megoldás

Tekintsük ismételten a (7) egyenletrendszeret és adjuk össze valamennyi egyenletet. Így az alábbi összefüggés adódik:

$$\lambda^2 \sum_{i=1}^n (x_{is}^2 + y_{is}^2 + z_{is}^2) = \sum_{i=1}^n (X_{is}^2 + Y_{is}^2 + Z_{is}^2). \quad (11)$$

A fenti egyenlet szorzattá alakítás nélkül is egyszerűen megoldható (a nemnegatív valós számok fölött). A  $\lambda$  méretarány-tényező értékére – a számunkra fizikai jelentéssel bíró pozitív gyök alapján – az alábbi, a Horn (1987) tanulmányában a kvaterniókkal levezetett összefüggés adódik, amely a Bursa-Wolf modell megoldása is:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{is}^2 + Y_{is}^2 + Z_{is}^2)}{\sum_{i=1}^n (x_{is}^2 + y_{is}^2 + z_{is}^2)}}. \quad (12)$$

Tehát jelen esetben is a  $\lambda$  méretarány-tényezőt a másodfokú egyenletekből egyértelműen meghatározhatjuk – a szakirodalomból ismert (Awange és Grafarend 2002) negyedfokú polinom gyökeinek bonyolult szétválasztási eljárásával szemben.

## III. Megoldás

Induljunk ki ismét a (9) egyenletrendszerből. Keressük a megoldást  $\lambda$  értékére kiegyenlítéssel a legkisebb négyzetek módszerének elve alapján közvetítő egyenletek felhasználásával. Elemi megfontolások után  $\lambda$  értékre a következő eredmény adódik (részletes levezetés a (23)-(26) összefüggésekben található):

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{(x_{is}^2 + y_{is}^2 + z_{is}^2)(X_{is}^2 + Y_{is}^2 + Z_{is}^2)}}{\sum_{i=1}^n (x_{is}^2 + y_{is}^2 + z_{is}^2)}. \quad (13)$$

Tehát különböző levezetések adhatók a 3D, 7 paraméteres Helmert transzformáció  $\lambda$  méretarány-tényezőjének megoldására.

### 4 A forgatási és eltolási paraméterek meghatározása

A méretarány-tényező meghatározása után a feladat lineárisra redukálható, és megadható a lineáris probléma kiegyenlítő számítási modellje. Ezen a módon tetszőlegesen sok egyenletből (közös pontból adódó) álló egyenletrendszer is megoldható az  $a$ ,  $b$  és  $c$  paraméterekre. A teljesség kedvéért Závoti (2013) alapján megadjuk a feladat normál mátrixát és normál vektorát:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n [(\lambda y_{is} + Y_{is})^2 + (\lambda z_{is} + Z_{is})^2] & -\sum_{i=1}^n (\lambda x_{is} + X_{is})(\lambda y_{is} + Y_{is}) & -\sum_{i=1}^n (\lambda x_{is} + X_{is})(\lambda z_{is} + Z_{is}) \\ & \sum_{i=1}^n [(\lambda x_{is} + X_{is})^2 + (\lambda z_{is} + Z_{is})^2] & -\sum_{i=1}^n (\lambda y_{is} + Y_{is})(\lambda z_{is} + Z_{is}) \\ & & \sum_{i=1}^n [(\lambda x_{is} + X_{is})^2 + (\lambda y_{is} + Y_{is})^2] \end{bmatrix}. \quad (14)$$

(A normál mátrix szimmetrikus elemeit nem tüntettük fel.)



Hasonló módon adódik a normálvektor is:

$$2\lambda \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n (y_{is} Z_{is} - z_{is} Y_{is}) \\ \sum_{i=1}^n (z_{is} X_{is} - x_{is} Z_{is}) \\ \sum_{i=1}^n (x_{is} Y_{is} - y_{is} X_{is}) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

A 3×3 méretű normál-egyenletrendszerből az  $a$ ,  $b$  és  $c$  paraméterek számos eljárással meghatározhatók, mi stabilitása miatt a sajátérték felbontás (SVD) módszert használtuk. A normál mátrix speciális tulajdonságát kihasználva a (3) összefüggésben keresett forgatási paraméterek is meghatározhatók.

A még ismeretlen  $X_0$ ,  $Y_0$  és  $Z_0$  eltolási paramétereket az (1) összefüggés súlypontra felírt alakjából lehet meghatározni:

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{bmatrix} - \lambda R \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix}. \quad (16)$$

A modell alkalmazása során a pontossági, variancia és kovariancia paraméterek számítása a hagyományos módon történik

### 5 Az eltolási vektor és a méretarány-tényező meghatározása a Bursa-Wolf modellben

A (13) formulához a következőképp is eljuthatunk (a két koordináta rendszerben  $\bar{s}$  és  $\bar{p}$  a súlypontot jelöli):

$$\begin{aligned} \Delta s_i &= s_i - \bar{s} \Rightarrow s_i = \Delta s_i + \bar{s}, \\ \Delta p_i &= p_i - \bar{p} \Rightarrow p_i = \Delta p_i + \bar{p}. \end{aligned} \quad (17)$$

Visszaírva a transzformáció (1) képletébe kapjuk:

$$\Delta s_i + \bar{s} = t + \lambda R (\Delta p_i + \bar{p}). \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (18)$$

Átrendezés után adódik:

$$\Delta s_i + \bar{s} = t + \lambda R \bar{p} + \lambda R \Delta p_i. \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (19)$$

A (19) képlet közepe elhagyható, mert az (1) összefüggés az  $\bar{s}$  és  $\bar{p}$  súlypontokra is igaz, így marad:

$$\Delta s_i = \lambda R \Delta p_i. \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (20)$$

Az ismeretlen  $t$  eltolás-vektortól így átmenetileg megszabadultunk, maradnak még  $\lambda$  és  $R$  változók.

Az (1) formula alapján a Bursa-Wolf modellben szereplő  $t$  eltolási-vektort az adott pontok koordinátáinak átlagolásával az  $R$  forgatási mátrix függvényében előállíthatjuk:

$$t = \sum_i \frac{s_i - \lambda R p_i}{n} = \sum_i \frac{s_i}{n} - \lambda R \sum_i \frac{p_i}{n} = \bar{s} - \lambda R \bar{p} \quad (21)$$

Nyilvánvaló, hogy (21) képlet ekvivalens (16) összefüggéssel, tehát a két módszer az eltolás-vektorra ugyanazt a megoldást szolgáltatja.

Áttérve méretarány-tényező vizsgálatára, az egyszerűbb összehasonlíthatóság végett aktualizáljuk (10) képletet a Bursa-Wolf modell jelöléseivel:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{\Delta s_i^T \Delta s_i}}{\sum_{i=1}^n \sqrt{\Delta p_i^T \Delta p_i}} . \quad (22)$$

A  $\lambda$  méretarány-tényező a (12) és (22) összefüggései alapján van egy lényeges különbség: a (22) képletben előbb van gyökvonás, és utána összegzés, míg (12) formulában fordítva – ezért megállapíthatjuk, hogy a (12) és (22) összefüggések nem ekvivalensek, vagyis a méretarány-tényezőre a két képlet némileg eltérő értéket számolhat. Viszont (12) és (22) képletek egyaránt statisztikai becslések a méretarány-tényezőre (eltérésük a hibaegyenletek felírásából származik), mert fixpontjuk megegyezik. Induljunk ki ugyanis abból, hogy az ideális Helmert transzformáció során minden távolság és képeinek hányadosa fix ( $\lambda$ ) – ami igaz a súlyponti koordinátákra is, ugyanis a transzformáció során a súlypontot is áthelyeztük, vagyis a súlyponti koordinátákból a súlyponttól való távolságok is levezethetők:

$$\sqrt{\Delta s_i^T \Delta s_i} , \sqrt{\Delta p_i^T \Delta p_i} , \quad i = 1, 2, \dots, n , \quad (23)$$

és a távolságok közötti összefüggést a méretarány-tényezővel írhatjuk fel hibamentes esetben:

$$\sqrt{\Delta s_i^T \Delta s_i} = \lambda \sqrt{\Delta p_i^T \Delta p_i} , \quad i = 1, 2, \dots, n . \quad (24)$$

Ezt követően belátható, hogy (24) összefüggés behelyettesítése (10) képletbe illetve (22) formulába azonossághoz vezet, vagyis a két statisztikai becslés fixpontja (az elméleti méretarány) megegyezik. Amennyiben (24) képlet alapján felírjuk közvetlenül a hibaegyenleteket:

$$v_i = \sqrt{\Delta s_i^T \Delta s_i} - \lambda \sqrt{\Delta p_i^T \Delta p_i} , \quad i = 1, 2, \dots, n . \quad (25)$$

akkor a kiegyenlítés az alábbi (de ugyanazon fixpontú), a korábbiaktól eltérő statisztikai becsléshez vezet:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{(\Delta s_i^T \Delta s_i) \cdot (\Delta p_i^T \Delta p_i)}}{\sum_{i=1}^n \Delta p_i^T \Delta p_i} . \quad (26)$$

A fentiek alapján megállapíthatjuk, hogy a (26) összefüggés teljes megegyezést mutat a (13) formulával. A (22) és (26) képletek alapján igaz a következő összefüggés:

$$\frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{\Delta s_i^T \Delta s_i}}{\sum_{i=1}^n \sqrt{\Delta p_i^T \Delta p_i}} = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{(\Delta s_i^T \Delta s_i) \cdot (\Delta p_i^T \Delta p_i)}}{\sum_{i=1}^n \Delta p_i^T \Delta p_i} . \quad (27)$$

## 6 Az ismeretlenek meghatározása szélsőérték feladatból

Határozzuk meg (20) formula maradék vektorait:

$$\Delta v_i = \Delta s_i - \lambda \mathbf{R} \Delta p_i , \quad i = 1, 2, \dots, n . \quad (28)$$

Tekintsük a következő optimalizálási feladatot:

$$\min_{\lambda, \mathbf{R}} \sum_i \Delta v_i^T \Delta v_i = \min_{\lambda, \mathbf{R}} \sum_i (\Delta s_i - \lambda \mathbf{R} \Delta p_i)^T \cdot (\Delta s_i - \lambda \mathbf{R} \Delta p_i) . \quad (29)$$

Mivel  $\mathbf{R}$  ortogonális mátrix ( $\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}_3$ ), az egyenlet a következő alakban is felírható:

$$\min_{\lambda, \mathbf{R}} \left\{ \sum_i (\Delta s_i^T \Delta s_i) - 2\lambda \left( \sum_i \Delta s_i^T \mathbf{R} \Delta p_i \right) + \lambda^2 \sum_i (\Delta p_i^T \Delta p_i) \right\} . \quad (30)$$

A célfüggvény szélsőértékét a  $\lambda$  szerinti parciális derivált eltűnése esetén veszi fel, így kapjuk, hogy

$$\lambda = \frac{\sum_i (\Delta s_i^T \mathbf{R} \Delta p_i)}{\sum_i (\Delta p_i^T \Delta p_i)} \quad (31)$$

A (27) képlet miatt teljesül

$$\frac{1}{\lambda} \Delta \mathbf{s}_i = \mathbf{R} \Delta \mathbf{p}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (32)$$

Ezért (31) összefüggés felírható a

$$\lambda = \frac{1}{\lambda} \sum_i (\Delta \mathbf{s}_i^T \Delta \mathbf{s}_i) / \sum_i (\Delta \mathbf{p}_i^T \Delta \mathbf{p}_i) \quad (33)$$

alakban is, amiből a szakirodalomban ismert Horn-féle képlet adódik:

$$\lambda = \sqrt{\sum_i (\Delta \mathbf{s}_i^T \Delta \mathbf{s}_i) / \sum_i (\Delta \mathbf{p}_i^T \Delta \mathbf{p}_i)}. \quad (34)$$

A  $\lambda$  ismeretében a (30) formula szélsőértéke már csak az  $\mathbf{R}$  forgatási mátrix függvénye, így az első és harmadik (konstans) összegek elhagyhatók, a másodikból viszont az előjelváltás miatt maximum számítandó, a biztosan pozitív konstans nevező elhagyható, így marad:

$$\max_{\mathbf{R}} \sum_i (\Delta \mathbf{s}_i^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{p}_i). \quad (35)$$

### 7 A szélsőérték számítás megoldása kvaternió-algebrával

A kvaterniókra vonatkozó legfontosabb összefüggések:

$$\underline{\mathbf{q}} = q_0 + q_1 \mathbf{i} + q_2 \mathbf{j} + q_3 \mathbf{k} = q_0 + \mathbf{q},$$

$$\underline{\mathbf{q}}^* = q_0 - \mathbf{q} = (q_0, -\mathbf{q}^T)^T \quad (\underline{\mathbf{q}}^* \text{ a } \underline{\mathbf{q}} \text{ konjugáltja}), \quad \|\underline{\mathbf{q}}\| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} \quad (\|\underline{\mathbf{q}}\| \text{ a } \underline{\mathbf{q}} \text{ hossza}),$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q}^+ = \begin{bmatrix} q_0 & -\mathbf{q}^T \\ \mathbf{q} & q_0 \mathbf{I}_3 + \mathbf{C}(\mathbf{q}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}^- = \begin{bmatrix} q_0 & -\mathbf{q}^T \\ \mathbf{q} & q_0 \mathbf{I}_3 - \mathbf{C}(\mathbf{q}) \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Kvaterniókra (4 dimenziós  $\underline{\mathbf{s}} = (0, \Delta \mathbf{s}^T)^T$ ,  $\underline{\mathbf{p}} = (0, \Delta \mathbf{p}^T)^T$  vektorokra) áttérve a (35) bilineáris alak az ismeretlen  $\mathbf{R}$  forgatási mátrix helyett az ismeretlen  $\underline{\mathbf{q}} = (q_0, \mathbf{q}^T)^T$  kvaternióval is felírható, ahol a keresett  $\mathbf{R}$  forgatási mátrix és a számított  $\underline{\mathbf{q}}$  kvaternió között az alábbi összefüggés van (Shen et al., 2006):

$$\mathbf{R} = (q_0^2 - \mathbf{q}^T \mathbf{q}) \cdot \mathbf{I}_3 + 2(\mathbf{q} \mathbf{q}^T + q_0 \mathbf{C}(\mathbf{q})). \quad (37)$$

Most már minden adott (35) összefüggés átírásához:

$$\max_{\mathbf{R}} \sum_i (\Delta \mathbf{s}_i^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{p}_i) = \max_{\underline{\mathbf{q}}} \sum_i (\underline{\mathbf{s}}_i^T \mathbf{Q}^+ \mathbf{P}_i^+ \underline{\mathbf{q}}^*) = \max_{\underline{\mathbf{q}}} \underline{\mathbf{q}}^T \mathbf{N} \underline{\mathbf{q}}, \quad (38)$$

ahol  $\mathbf{N}$  (4×4) mátrix a következő alakú :

$$\mathbf{N} = \sum_i \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{s}_i^T \Delta \mathbf{p}_i & \Delta \mathbf{s}_i^T \mathbf{C}(\Delta \mathbf{p}_i) \\ -\mathbf{C}(\Delta \mathbf{s}_i) \Delta \mathbf{p}_i & \Delta \mathbf{s}_i \cdot \Delta \mathbf{p}_i^T + \mathbf{C}(\Delta \mathbf{s}_i) \mathbf{C}(\Delta \mathbf{p}_i) \end{bmatrix}. \quad (39)$$

A (38) kvadratikus alak akkor éri el maximumát, ha  $q$  sajátvektora  $N$  mátrixnak, ekkor értéke megegyezik  $N$  sajátértékével – tehát a maximalizálási feladat  $N$  mátrix maximális  $\chi$  sajátértékének, illetve a hozzá tartozó egységnyi  $q$ ,  $\chi$  sajátvektornak (a keresett kvaternió) a meghatározására vezet.

A  $\underline{q}$  kvaternió ismeretében (37) alapján az  $\mathbf{R} = (r_{ij})$  forgatási mátrix már felírható és a forgás-szögek (3) alapján kiszámíthatók. A  $t$  eltolás-vektort ezután (21) alapján átlagolással határozhatjuk meg.

## 8 Kapcsolat a két módszer megoldásának paramétereinek között

Az  $C'$  ferdén szimmetrikus mátrix az (5) képlet alapján,  $\underline{q}$  kvaternió pedig a (36) képlet alapján írja le a nemlineáris hasonlósági transzformáció  $\mathbf{R}$  forgatási mátrixát. Először kifejtettük  $\mathbf{R}$  forgatási mátrixot az (5) képlet alapján:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{1+a^2+b^2+c^2} \begin{bmatrix} 1+a^2-b^2-c^2 & 2(ab-c) & 2(ac+b) \\ 2(ab+c) & 1-a^2+b^2-c^2 & 2(bc-a) \\ 2(ac-b) & 2(bc+a) & 1-a^2-b^2+c^2 \end{bmatrix}. \quad (40)$$

Azután felírtuk a forgatási mátrixot a  $\underline{q}$  kvaternió komponenseivel (36) alapján:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}. \quad (41)$$

Felmerül az a kérdés, hogy a (40) és (41) képletekkel adott  $\mathbf{R}$  forgatási mátrixok milyen esetben egyeznek meg?

Legyen

$$a = \frac{q_1}{q_0}, \quad b = \frac{q_2}{q_0}, \quad c = \frac{q_3}{q_0}. \quad (42)$$

Helyettesítsük a (42) összefüggésekkel adott  $a$ ,  $b$  és  $c$  paramétereket a (40) formulába, az alábbi összefüggésekhez jutunk:

$$\mathbf{R} = \frac{q_0^2}{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} \begin{bmatrix} \frac{q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2}{q_0^2} & 2 \frac{q_1q_2 - q_0q_3}{q_0^2} & 2 \frac{q_1q_3 + q_0q_2}{q_0^2} \\ 2 \frac{q_1q_2 + q_0q_3}{q_0^2} & \frac{q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2}{q_0^2} & 2 \frac{q_2q_3 - q_0q_1}{q_0^2} \\ 2 \frac{q_1q_3 - q_0q_2}{q_0^2} & 2 \frac{q_2q_3 + q_0q_1}{q_0^2} & \frac{q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2}{q_0^2} \end{bmatrix}. \quad (43)$$

A (43) képletben az  $\mathbf{R}$  forgatási mátrix valamennyi elemének nevezőjéből kiemelve  $q_0^2$  értéket, a mátrix skalárszorójának számlálóját  $q_0^2$  értékkel egyszerűsítve, és felhasználva, hogy  $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$ , éppen a (41) összefüggéssel adott azonossághoz jutunk, azaz a (40) összefüggésből a (41) formulát kaptuk meg.

Legyen most

$$q_1 = q_0 a, \quad q_2 = q_0 b, \quad q_3 = q_0 c. \quad (44)$$

Ekkor az

$$1 = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = q_0^2(1 + a^2 + b^2 + c^2) \tag{45}$$

egyenletből kapjuk az alábbi egyenlőséget:

$$q_0 = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + a^2 + b^2 + c^2}}. \tag{46}$$

Helyettesítsük most (44) és (46) összefüggéseket a (41) formulába, akkor az **R** forgatási mátrixra az alábbi alak adódik:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \frac{1 + a^2 - b^2 - c^2}{1 + a^2 + b^2 + c^2} & 2 \frac{ab - c}{1 + a^2 + b^2 + c^2} & 2 \frac{ac + b}{1 + a^2 + b^2 + c^2} \\ 2 \frac{ab + c}{1 + a^2 + b^2 + c^2} & \frac{1 - a^2 + b^2 - c^2}{1 + a^2 + b^2 + c^2} & 2 \frac{bc - a}{1 + a^2 + b^2 + c^2} \\ 2 \frac{ac - b}{1 + a^2 + b^2 + c^2} & 2 \frac{bc + a}{1 + a^2 + b^2 + c^2} & \frac{1 - a^2 - b^2 + c^2}{1 + a^2 + b^2 + c^2} \end{bmatrix}, \tag{47}$$

amely láthatólag megegyezik a (40) összefüggéssel. Tehát összefoglalva, a Bursa-Wolf modell  $q_0$ ,  $q_1$ ,  $q_2$  és  $q_3$  kvaternió komponenseken alapuló megoldása és a ferdén szimmetrikus  $\mathbf{C}'$  mátrix  $a$ ,  $b$  és  $c$  paraméterei között az 1. táblázatban összefoglalt összefüggések állnak fenn.

### 9 Összefoglalás

Tanulmányunkban a 3D, 7-paraméteres (Helmert) térbeli nemlineáris hasonlósági transzformáció megoldására olyan általános eljárást adtunk meg, amelyből a méretarány-tényezőre több, különböző megoldás is levezethető. A módszer lényege a méretarány-tényezőre kapott túlhatározott egyenletrendszer más-más módon történő megoldásában rejlik. Megadtuk a méretarány-tényező legkisebb négyzetek elvén alapuló olyan új levezetését is, amely a Bursa-Wolf modell kvaternióval előállított megoldásának megfelelő paraméterével (legnagyobb sajátérték) numerikusan azonosságot mutat. A méretarány-tényező meghatározásával az eredetileg nemlineáris probléma lineáris feladat megoldására vezethető vissza.

Megmutattuk azt is, hogy a Bursa-Wolf modellben bevezetett kvaterniók és az Awange-Grafarend szerzők által bevezetett ferdén szimmetrikus mátrix elemei között funkcionális kapcsolat van, ezáltal a két eljárás egymásba átvihető.

**1. táblázat.** Összefüggések a kvaterniók és az  $a$ ,  $b$  és  $c$  paraméterek között

---

$q_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + a^2 + b^2 + c^2}}$	
$q_1 = q_0 a$	$a = \frac{q_1}{q_0}$
$q_2 = q_0 b$	$b = \frac{q_2}{q_0}$
$q_3 = q_0 c$	$c = \frac{q_3}{q_0}$

---

## Hivatkozások

- Albertz J, Kreiling W** (1975): Photogrammetric Guide. Herbert Wichmann Verl., Karlsruhe, 58-60.
- Awange JL** (2002): Gröbner Bases, Multipolynomial Resultants and the Gauss-Jacobbi Combinatorial Algorithms-Adjustment of Nonlinear GPS/LPS Observations. Dissertation, Geodätisches Institut der Universität Stuttgart.
- Awange JL, Grafarend EW** (2002): Linearized Least Squares and nonlinear Gauss-Jacobbi combinatorial algorithm applied to the 7 parameter datum transformation  $c_7(3)$  problem. Zeitschrift für Vermessungswesen, 127, 109-116.
- Awange JL, Grafarend EW** (2003a): Closed form solution of the overdetermined nonlinear 7 parameter datum transformation. Allgemeine Vermessungsnachrichten, 110, 130-149.
- Awange JL, Grafarend EW** (2003b): Explicit Solution of the Overdetermined Three-Dimensional Resection problem, Journal of Geodesy, 76, 605-616..
- Awange JL, Grafarend EW** (2003c): Polynomial Optimization of the 7-Parameter Datum Transformation Problem when Only Three Stations in Both System are Given, Zeitschrift für Vermessungswesen, 128, 266-270.
- Awange JL, Grafarend EW, Fukuda Y** (2004): Exact solution of the nonlinear 7-parameter datum transformation by Groebner basis, Bul. di Geodesia e Scienze Affini, 63, 117-127.
- Battha L, Závoti J** (2009a): Solution of the intersection problem by the Sylvester-resultant and a comparison of two solutions of the 2D similarity transformation. Acta Geod. Geoph. Hung., 44(4), 429-438.
- Battha L, Závoti J** (2009b): Az előmetszési probléma és a 2D hasonlósági transzformáció. Geomatikai Közlemények, 12, 19-26.
- Grafarend EW, Kampmann G** (1996):  $C_{10}(3)$ : The ten parameter conformal group as a datum transformation in three-dimensional Euclidean space. Zeitschrift für Vermessungswesen, 121, 68-77.
- Grafarend EW, Krumm F** (1995): Curvilinear geodetic datum transformations. Zeitschrift für Vermessungswesen, 120, 334-350.
- Grafarend EW, Shan J** (1997): Estimable quantities in projective networks. Zeitschrift für Vermessungswesen, 122, 323-333.
- Horn BKP** (1987): Closed form solution of absolute orientation using unit quaternions. Journal of the Optical Society of America, 4, 629-642.
- Kalmár J, Závoti J** (2013): A 3D, 7-paraméteres dátumtranszformáció megoldása Gröbner-bázisban és a Bursa-Wolf modellben, Dimenziók Matematikai Közlemények, 1, 2013, 37-44.
- Papp E** (2013): Geodéziai dátumtranszformáció kvaternióval. Geomatikai Közlemények, 16, 17-28.
- Závoti J** (1999): A geodézia korszerű matematikai módszerei. Geomatikai Közlemények, 2, 149.
- Závoti J** (2005): A 7 paraméteres 3D transzformáció egzakt megoldása. Geomatikai Közlemények, 8, 53-60.
- Závoti J, Jancsó T** (2006): The solution of the 7-parameter datum transformation problem with- and without the Gröbner basis. Acta Geod. Geoph. Hung., 41(1), 87-100.
- Shen YZ, Chen Y, Zheng DH** (2006): A quaternion-based geodetic datum transformation algorithm. J Geod 80, 233-239
- Závoti J, Fritsch D** (2011): A first attempt at a new algebraic solution of the exterior orientation of photogrammetry. Acta Geod. Geoph. Hung., 46, 317-325.
- Závoti J** (2012): A simple proof of the solutions of the Helmert- and the overdetermined nonlinear 7-parameter datum transformation. Acta Geod. Geoph. Hung., 47(4), 453-464.
- Závoti J** (2013): A 2D és 3D nemlineáris hasonlósági (Helmert) transzformációk megoldásának új levezetése. Geomatikai Közlemények, 16, 7-16.

## Függelék:

### Numerikus példa a 3D, 7 paraméteres hasonlósági transzformáció különböző típusú megoldására

A módszer gyakorlati alkalmazásának bemutatásához az Awange és Grafarend (2002) tanulmányban közölt, Závoti (2013) cikkben megismételt példát vesszük. A két koordináta rendszer közös pontjai a WGS84 és egy lokális rendszerben adottak. A numerikus számítások ellenőrzése céljából MATLAB környezetben saját programot írtunk, amely lehetővé teszi, hogy opcionálisan választani lehet a méretarány-tényező levezetésében tárgyalt I., II. és III. megoldás között. Kiemeljük, hogy a méretarány-tényező meghatározása után az általunk bemutatott eljárás mindhárom esetben a lineárisra visszavezetett modellt használja. Tehát a forgatási és az eltolási paramétereket a Bursa-Wolf modell esetében is a lineáris modelltől határozzuk meg, de a két eljárás egyenértékűsége már a Papp (2013) és Závoti (2013) tanulmányok alapján bebizonyosodott.

Amint látható, nem szükséges kezdőértéket megadni, nem kell az egyenleteket sorba fejteni, szükségtelen iterálni és az eljárás tetszőleges szögelfordulások esetén is használható.

A tanulmányban ismertetett algoritmusokkal a nemlineáris feladat megoldására a 2. táblázatban megadott eredményeket kaptuk.

2. táblázat. A numerikus számítások eredménye

Ismeretlen	I. Megoldás	Ismeretlen	II.-III. Megoldás
$\lambda$	1.0000047879	$\lambda$	1.0000055825
		$q_0$	0.9999999999
$a$	0.0000024204	$q_1$	0.0000024204
$b$	-0.0000021664	$q_2$	-0.0000021664
$c$	-0.0000024073	$q_3$	-0.0000024073
$X_0$	645.1812	$t_x$	641.8804
$Y_0$	69.1921	$t_y$	68.6553
$Z_0$	420.1933	$t_z$	416.3981
$\sigma_0$	0.0786340816	$\sigma_0$	0.0772336608

Mindkét módszer a Cardan szögekre az alábbi azonos értékeket adja a számítási pontosságon belül:

$$\alpha = -0.9984976709 [^\circ] \quad \beta = 0.8936957645 [^\circ] \quad \gamma = 0.9930877298 [^\circ].$$

A méretarány-tényező levezetésében tárgyalt II. és III. megoldás ugyanazon numerikus értékeket szolgáltatja, ezért a 2. táblázat fejlécében a Bursa-Wolf felírás alatt ezen közös értékeket csak egyszer adtuk meg.

Megjegyezzük, hogy a  $q_1$ ,  $q_2$  és  $q_3$  kvaterniók és a  $C'$  ferdén szimmetrikus mátrix  $a$ ,  $b$  és  $c$  paraméterei csak a számítási élesség határain belül egyeznek meg. A további tizedes jegyekben észlelt eltérés a (42) formulával magyarázható. Nagyobb különbség tapasztalható a két módszer  $\lambda$  méretarány-tényezőjének és eltolási paramétereinek értékeiben. A méretarány-tényezők eltérésére magyarázatot ad a (10) és (12) képletek eltérő számítási módja, az eltolási paraméterek viszonylag nem egyezése következmény lehet. Hogy teljesen nem érdektelen a  $\lambda$  méretarány-tényező (10) képlettel történő számítási módja, arra jó okot ad azon észrevétel, hogy már kevés adott pont ( $n=7$ ) esetén is a két  $\sigma_0$  középhiba csak 0.001 értékkel tér el egymástól. Ha pedig a  $\sigma_0$  középhiba helyett a közepes abszolút eltérést számoljuk, akkor 0.002 értékkel kisebb értéket kaphatunk. A Bursa-Wolf modell kifejezetten a legkisebb négyzetek módszere alapján minimalizálja a mérési hibákat, míg a javasolt modell más mértékek esetén is alkalmazható.





# VETÜLETI ÁTSZÁMÍTÁSOK A HUNGAPRO V5.13 PROGRAMMAL

Bácsatyai László\*



**Projection transformations by means of software HUNGAPRO 5.13** – *The software, HUNGarian PROjection v5.13, was created for the transformations between all the projections and reference systems used in Hungary for practical, educational and research purposes. It can be applied to compute the transformation parameters, projection reductions, standard deviations and maximum discrepancies in any combination between two chosen projection, reference or auxiliary systems. Between arbitrary projections the parameters of 7 parameter similarity or polynomial transformations can be determined and can be used to carry out the necessary transformations. The user friendly software can be used for either manual or batch processing mode in object oriented operational environments. It is beyond the scope of the practical requirements; it can be useful exceedingly for educational purposes, for those who are interested in projection computations and for university students too.*

**Keywords:** projections, reference systems, 7 parameter (Helmert-) transformation, polynomial transformation, projection reductions

A HUNGarian PROjection v5.13 programrendszer az összes, eddig Magyarországon ismert vetület és vonatkoztatási rendszer közötti átszámításra, gyakorlati és oktatási-kutatási feladatok megoldása céljából készült. Alkalmos a vetületek, vonatkoztatási rendszerek és azok segédrendszerei közötti minden kombinációban végezhető számításokra. Számíthatók vetületi redukciók, középhibák, maximális eltérések. Tetszőleges vetületek között 7 paraméteres és polinomos transzformációs paraméterek határozhatók meg, ill. végezhető transzformáció a meghatározott paraméterekkel. A program alkalmas mind manuális, mind állomány műveletek végrehajtására, könnyen kezelhető, objektum-orientált operációs környezetben. Felhasználási területe túlmutat a gyakorlat számára szükséges igényeken, kiválóan alkalmas oktatási célokra is a vetületi átszámítások iránt érdeklődők, valamint egyetemi hallgatók számára.

**Kulcsszavak:** vetületek, vonatkoztatási rendszerek, 7 paraméteres (Helmert-) transzformáció, polinomos transzformáció, vetületi redukciók

## 1 Bevezetés

A program ötlete egy 1991-95 közötti OTKA kutatási pályázathoz kapcsolódott. „A Fertő-tó feltöltési folyamatának vizsgálata” c. kutatási program végrehajtása során, együttműködésben a Bécsi Műegyetem Fotogrammetriai és Távérzékelési Intézetével (TU Wien Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung), szükség volt a Fertő-tó magyarországi és ausztriai részének egységes vetületi rendszerben történő kezelésére. Ez megkövetelte az Egységes Országos Vetület és az ausztriai Gauss-Krüger vetület közötti átszámításokat (Bácsatyai 1994). Elsődlegesen ez a cél motiválta a program első (DOS-os) verziójának elkészítését 1993-94-ben (64 bites operációs rendszeren ez a program ma MS-DOS emulátor segítségével fut, alkalmazási-felhasználhatósági funkciója elhanyagolható).

A program későbbi windows-os verziói az 1998-2013 közötti időszakban készültek, VisualBasic 6 nyelven. A Nyugat-magyarországi Egyetem Geoinformatikai Karán (2014. július 1-jétől Óbudai Egyetem, Alba Regia Műszaki Kar, Geoinformatikai Intézet) a Vetülettan tantárgy oktatásában használt verziók: HungaPro 3.18, 3.31, 4.18, 5.08 és 5.12.

A bemutatásra kerülő programrendszer pontosságában és komplexitásában Völgyesi et al. (1994) DOS-os programjához hasonlítható (vetületi redukciók, középhibák, maximális eltérések, segédrendszerei koordináták nem voltak számíthatók). Az 1990-es évek elején a FÖMI-ben készült

TRAFO program a Magyarországon általánosan használt polgári vetületi rendszerek (EOV, ferde-tengelyű hengervetületek, sztereografikus vetület) közötti transzformálásra volt alkalmas minden kombinációban. Az EHT nevű, lokális transzformáción alapuló szoftvert a FÖMI KGO dolgozta ki 2002-ben, majd fejlesztette tovább 2008-ban. A valós idejű GNSS helymeghatározásnál a VITEL használatos. E két utóbbi szoftver a GNSS technikával ETRS89 rendszerben meghatározott koordinátákat számítja át a Magyarországon használatos HD72 vonatkoztatási rendszerbe. Egyéb, az interneten is ismertetett programok térinformatikai feladatokhoz kapcsolódnak (<http://www.agt.bme.hu/gis/qgis/proj.pdf>, 2014-12-27, <http://sas2.elte.hu/tg/bajnok.htm>, 2014-12-27), de léteznek más, elsősorban a WGS84 és HD72 rendszerek közötti átszámításra alkalmas, kisebb pontosságú online internetes alkalmazások is.

## 2 Matematikai háttér

A különböző ellipszoidú vetületi rendszerek közötti átszámításoknál a program matematikai háttérét a sík- és térbeli Helmert- (hasonlósági), valamint a sík- és térbeli 1-7. fokú polinomos transzformáció algoritmusai alkotják ([http://www.geo.info.hu/geodezia/dokumentumok/geod-vettan/magyarorszgi\\_vetulek.pdf](http://www.geo.info.hu/geodezia/dokumentumok/geod-vettan/magyarorszgi_vetulek.pdf), 167-189, 2014-12-27).

A síkbeli Helmert-transzformáció vektoregyenlete:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{a}_0 + \nu \mathbf{R} \mathbf{x} \quad (1)$$

Az (1) vektoregyenlet jelölései:

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{– vetületi koordináták,}$$

$$\mathbf{a}_0 = \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} \quad \text{– eltolási paraméterek,}$$

$$\nu \quad \text{– méretarány-tényező,}$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon \\ \sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{pmatrix} \quad \text{– forgatómátrix,}$$

$$\varepsilon \quad \text{– elforgatás szöge.}$$

A térbeli Helmert-transzformáció vektoregyenlete:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{a}_0 + (1 + \kappa) \mathbf{R} \mathbf{x} \quad (2)$$

A (2) vektoregyenlet jelölései:

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{– ellipszoidi térbeli koordináták,}$$

$$\mathbf{a}_0 = \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{pmatrix} \quad \text{– eltolási paraméterek,}$$

$$1 + \kappa = \nu \quad \text{– méretarány-tényező,}$$

$$\kappa \quad \text{– méretarány-különbség,}$$

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \quad - \text{ az elforgatási szögeket tartalmazó forgatómátrix.}$$

A sík  $f$ -ed fokú polinomos transzformációjának képletei:

$$\begin{aligned} x' &= F(x, y) = \sum_{i=0}^f \sum_{j=0}^{f-i} a_k x^i y^j \\ y' &= G(x, y) = \sum_{i=0}^f \sum_{j=0}^{f-i} b_k x^i y^j \end{aligned} \quad (3)$$

A (3) összefüggésekben

- $x, y, x', y'$  – vetületi és/vagy földrajzi (felületi) koordináták,
- $a_k, b_k$  – a polinomos függvény transzformáció együtthatói ( $k = 1, 2, \dots, t$ ),
- $f$  – a polinomok fokszáma,
- $t = \frac{(f+1) \cdot (f+2)}{2}$  – az együtthatók (a polinomok tagjainak) száma.

A térbeli  $f$ -ed fokú polinomos transzformáció képletei:

$$\begin{aligned} X' &= F(x, y, z) = \sum_{i=0}^f \sum_{j=0}^{f-i} \sum_{k=0}^{f-i-j} a_s x^i y^j z^k \\ Y' &= G(x, y, z) = \sum_{i=0}^f \sum_{j=0}^{f-i} \sum_{k=0}^{f-i-j} b_s x^i y^j z^k \\ Z' &= H(x, y, z) = \sum_{i=0}^f \sum_{j=0}^{f-i} \sum_{k=0}^{f-i-j} c_s x^i y^j z^k \end{aligned} \quad (4)$$

A (4) összefüggésekben

- $x, y, z, x', y', z'$  – térbeli és/vagy földrajzi (felületi) koordináták,
- $a_s, b_s, c_s$  – a polinomok meghatározandó együtthatói ( $s = 1, 2, \dots, t$ ),
- $f$  – a polinomok fokszáma,
- $t = \frac{(f+1)(f^2 + 5 \cdot f + 6)}{6}$  – az együtthatók (a polinomok tagjainak) száma.

A polinomos transzformációnál az együtthatók számával legalább egyenlő számú közös pontra van szükség. A  $t$ -re felírt összefüggésekből viszont látszik, hogy a meghatározandó együtthatók száma a polinom fokszámától függően gyorsan nő. Ez térbeli polinomos transzformációnál  $f = 1$  esetén  $t = 4$ ,  $f = 2$  esetén  $t = 10$ ,  $f = 3$  esetén  $t = 20$  db együtthatót, ill. közös pontot jelent, tehát még a legalacsonyabb fokszám esetén is többet, mint a térbeli hasonlósági transzformációnál.

Mint látjuk, a polinomos transzformációnál nem csak derékszögű, hanem földrajzi, ill. vegyesen, derékszögű és földrajzi koordináta-rendszerek között is határozhatók meg paraméterek (együtthatók), ill. végezhető transzformáció a számított együtthatókkal.

Az azonos ellipszoidú vetületi rendszerek (a történelmi Magyarország vetületei – a sztereografikus és a ferdetengelyű hengervetületek – és a különböző középmeridiánú Gauss-Krüger és UTM vetületi sávok) közötti átszámításokat a program a vetületi és inverz vetületi egyenletek felhasználásával a koordináta-módszerrel végzi. A matematikai háttérrel a vetületi redukciók képletei teszik teljessé.

### 3 A programban végrehajtható műveletek

A bemenő adatállományok ASCII formátumúak, minden programrészben hasonló: pontszám és a szükséges számú és előírt sorrendű koordináta, egymástól tetszőleges számú üres hellyel elválasztva. Az adatok struktúrájának, az adott programrész működésének, valamint a különböző vonatkoztatási és vetületi rendszereknél alkalmazandó jelöléseknek és kiterjesztéseknek részletes leírását a minden programrészben megtalálható tájékoztató tartalmazza. A programban használható, ill. előállítható állományok kiterjesztései kötöttek, azok a programon belül nem változtathatók. Minden ellipszoidi térbeli derékszögű és felületi állományhoz és minden vetülethez, ill. vetületi sávhoz külön kiterjesztés tartozik.

Tetszőleges kombinációban oda-vissza számítások végezhetők a Bessel, az EAGH (Egységes Asztrogeodéziai Hálózat, S42), a FAGH (Felületi Asztrogeodéziai Hálózat), a HD72 és az ETRS89(WGS84) vonatkoztatási rendszerek ellipszoidi térbeli derékszögű és felületi állományai, valamint a felsorolt rendszerekhez tartozó vetületek között.

Elsősorban oktatási célból a program tartalmazza a Gauss-gömbön végrehajtható számításokat is. A program beköszönő ablakát az 1. ábrán láthatjuk.

#### 3.1 Tetszőleges rendszerek közötti paraméterszámítás és transzformáció

A programnak ez a része nem kötődik egyetlen konkrét vonatkoztatási rendszerhez, ill. vetülethez sem. A 'Helmert' programrészben sík- és térbeli hasonlósági transzformáció paraméterei számíthatók, az előállított 2 dimenziós paraméter állomány \*.2HE, a 3 dimenziós paraméter állomány \*.3HE kiterjesztésű. A 'Polinom' programrész sík- és térbeli 1.-7. fokú átalakító függvények együtthatóinak számítására alkalmas, paraméter állományai \*.2PR, ill. \*.3PR kiterjesztésűek. A kiterjesztések programon belül nem változtathatók. Mindkét programrészben a számított paraméterekkel manuálisan vagy ASCII kódú adatállományokon transzformáció végezhető. A transzformációs paraméterek megbízhatósága a Helmert-transzformációnál elsősorban a közös pontok területi kiterjedésétől, a polinomos transzformációnál a polinom fokszámától függ. Legmegbízhatóbbak a 3-5. fokú polinomos transzformációk.



1. ábra. A HungaPro v5.13 program beköszönő ablaka

Nagy kiterjedésű területen tapasztalat szerint a polinomos transzformáció, kis kiterjedésű területen a Helmert-transzformáció alkalmazása javasolható. A választást megkönnyítendő, a megbízhatósági mérőszámokat, s a maximális és minimális maradék eltéréseket a program automatikusan kijelzi, ill. tárolja.

A 2. ábrán a 'Helmert' programrész paraméter-számító munkaablaka, a 3. ábrán a 'Polinom' programrész együttható-számító munkaablaka, a 4. ábrán a 3. ábrán csak görgethető formában látható transzformációs paraméter állomány, az 5. ábrán a 'Polinom' programrész manuális transzformáció művelete látható.

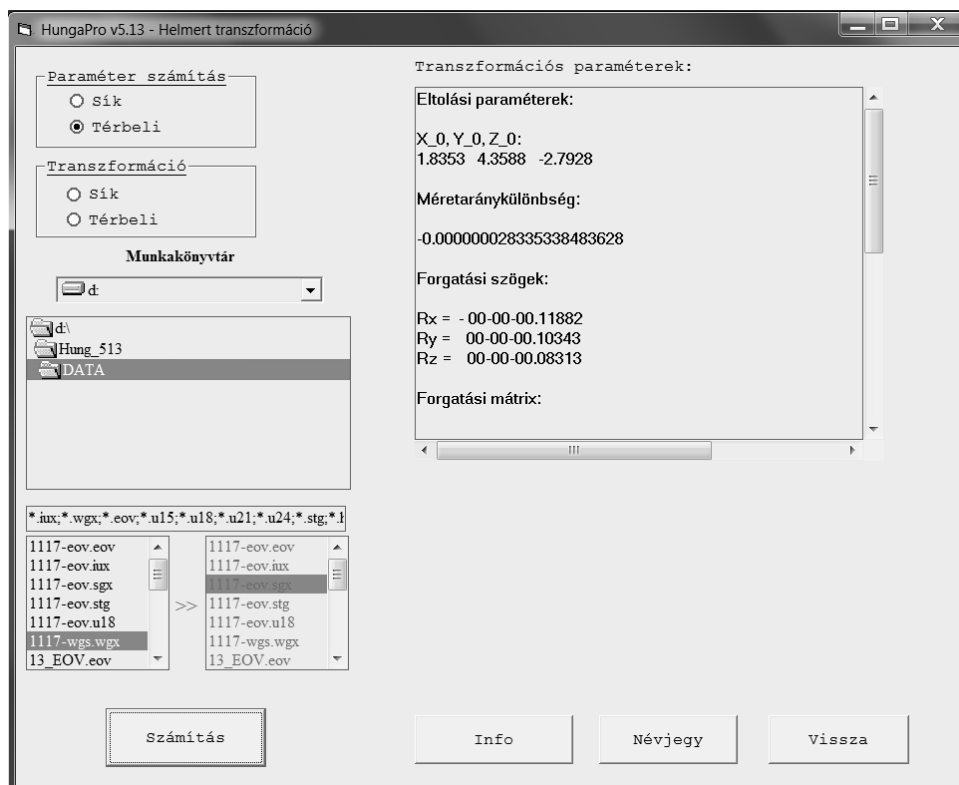
Mindkét programrészben – bár erre a célra önálló programrész is szolgál – azonos kiterjesztésű és azonos pontszámot tartalmazó állományok között maradék eltérések is számíthatók.

### 3.2 Adott rendszerek közötti átszámítások

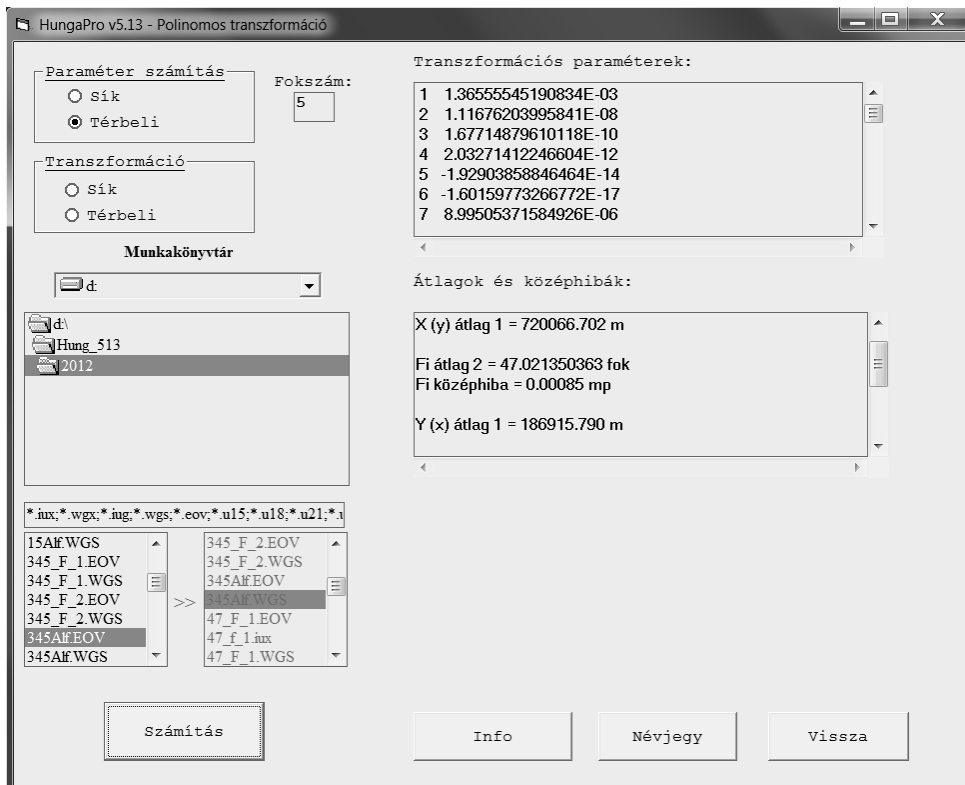
Az adott rendszerek közötti átszámítások középpontjában a HD72 vonatkoztatási rendszer áll. A 'Történelmi' programrészben ehhez közvetlenül csatlakoznak az EAGH (S42) és a FAGH rendszerek (Zakotov 1964). A WGS84 rendszerhez való csatlakozást két programrész, a 'Saját Param', valamint a 'Legközelebbi' programrész biztosítja. A különböző rendszerek közötti kapcsolatok folyamata a 6. ábrán követhető nyomon.

Az átszámítások az egyes rendszereken belül szigorúak, azaz a számítást csak a képletek és a számítógépes szóhossz korlátai terhelik. A különböző rendszerek közötti számítások 2 és 3 dimenziós közelítő polinomos, ill. Helmert-transzformációs megoldások, oda-vissza értendők.

**HD72 – EAGH:** EAGH (Egységes Asztrogeodéziai Hálózat): a kelet-európai országoknak a Szovjetunió európai részéhez csatlakoztatott és közösen kiegyenlített elsőrendű hálózata. Az átszámítás 141 közös EOVS-EAGH pontból kapott harmadfokú térbeli polinomos transzformációval történik országos érvényességgel, dm nagyságrendű megbízhatósággal. A paraméter állomány nem változtatható. Az átszámítás helye: 'Történelmi' programrész.



2. ábra. A 'Helmert' programrész paraméter-számító munkaablaka



3. ábra. A 'Polinom' programrészt együttható-számító munkaablaka

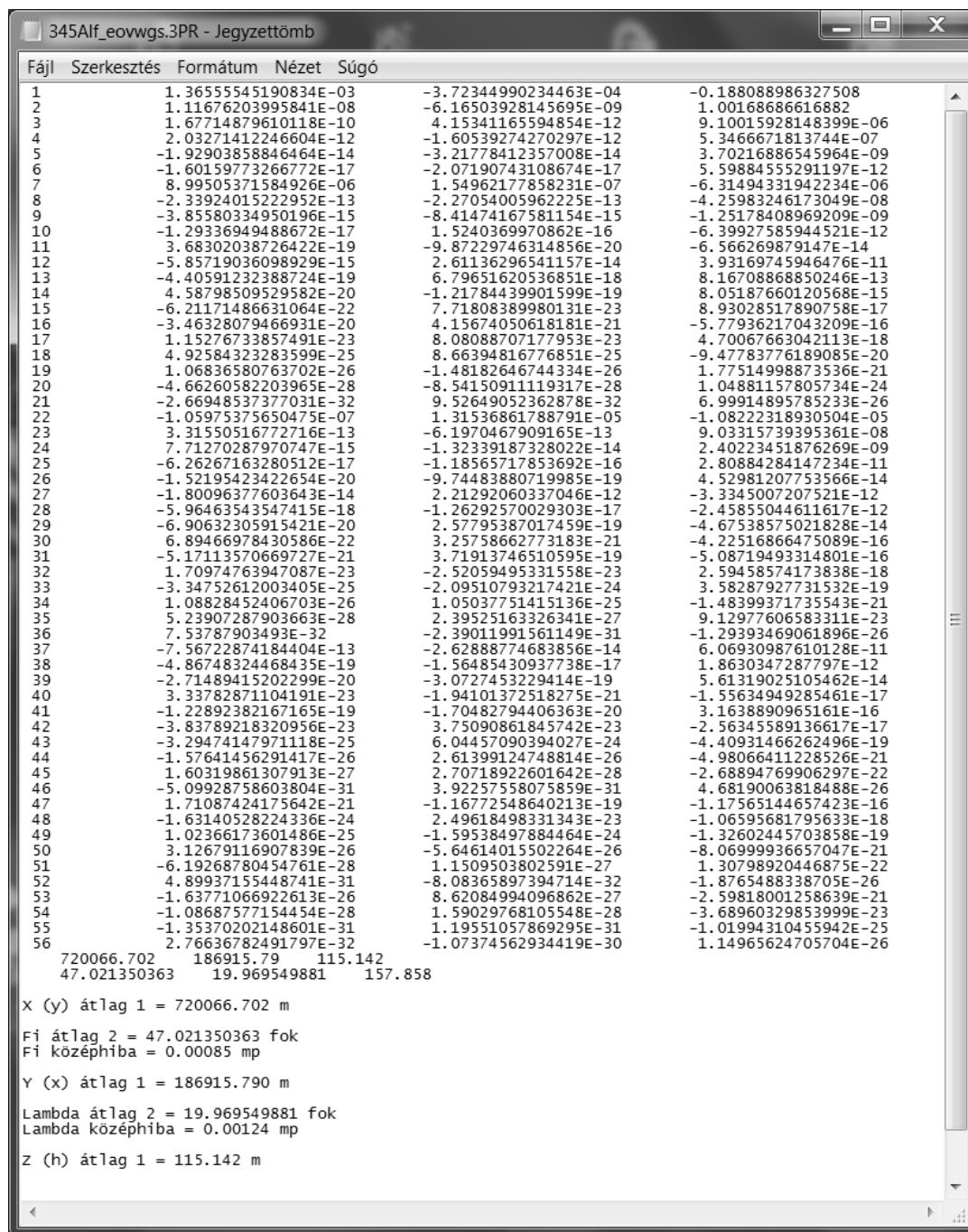
**HD72 – FAGH:** FAGH (Felületi Asztrogeodéziai Hálózat): 1971-73 között homogén hálózatként egyenlítették ki a Kraszovszkij-ellipszoidon. Az átszámítás 141 közös EOV-FAGH pontból kapott harmadfokú térbeli polinomos transzformációval történik országos érvényességgel cm nagyságrendű megbízhatósággal. A paraméter állomány nem változtatható. Az átszámítás helye: 'Történelmi' programrészt.

**HD72 – Bessel:** A HD72 és a történelmi Magyarország vetületei közötti átszámítás harmadfokú sík polinomos transzformációval történik 220 db közös negyedrendű, EOV, sztereografikus és ferdetengelyű hengervetületi koordinátákkal rendelkező pontok alapján. Az átszámítás megbízhatósága dm nagyságrendű. A paraméter állomány nem változtatható. Az átszámítás helye: 'Történelmi' programrészt. A fenti rendszereken belül átszámítás tetszőleges kombinációban is végezhető.

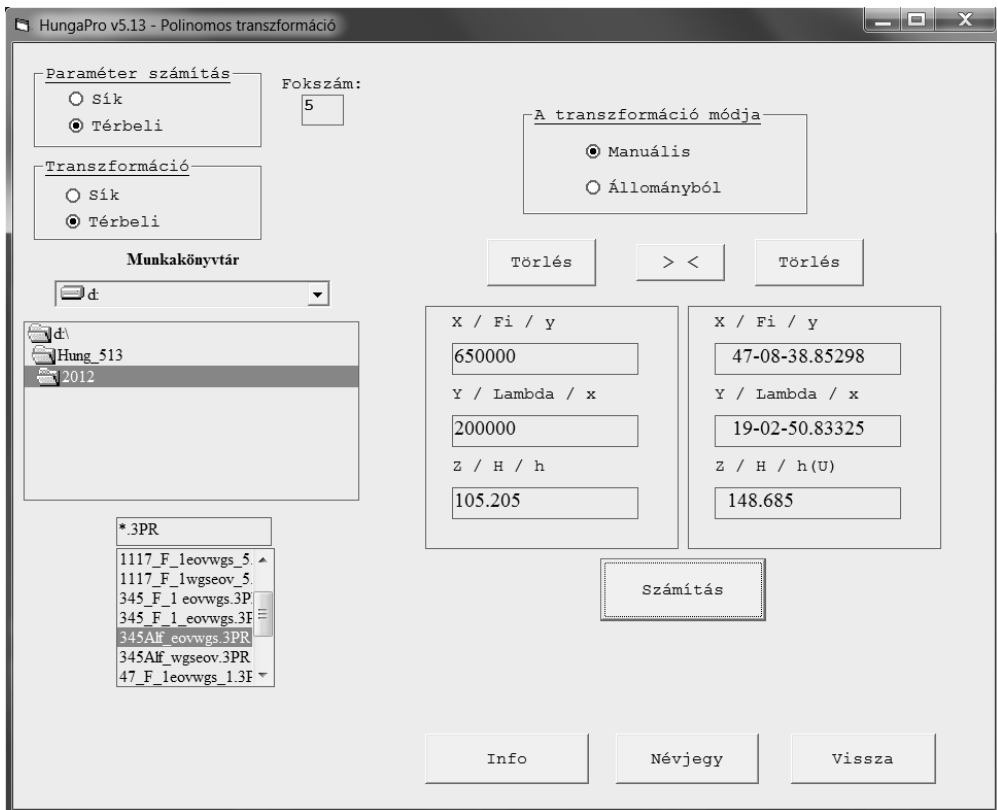
**HD72 – ETRS89 (WGS84):** A 'Saját Param' programrészen belül saját lokális térbeli Helmert-transzformációs paraméterek számíthatók, míg a 'Legközelebbi' programrészen a program adatbázisából kiválasztja az átszámítandó pontokhoz legközelebb eső pontokat, s a Helmert-transzformációt a közös pontok számától (is) függő megbízhatósággal végzi el. Mindkét módszer biztosítja a cm nagyságrendű megbízhatóságot. A közös pontok száma 3-9 között változtatható, a tapasztalat szerint 3-5 közös pont nagyobb megbízhatóságot nyújt, mint 6-9. A 'Saját Param' programrészen országos érvényességgel lehetőség van nem változtatható paraméterállományú átszámításokra is. Utóbbi esetben az átszámítás megbízhatósága dm nagyságrendű.

A HD72 rendszeren keresztül a kapcsolat minden lehetséges rendszer között megteremthető, így az EAGH (S42) és a FAGH rendszerek közötti átszámítás. Utóbbira utal a 6. ábrán az EAGH (S42) és a FAGH rendszer közötti szaggatott vonal jelölés.

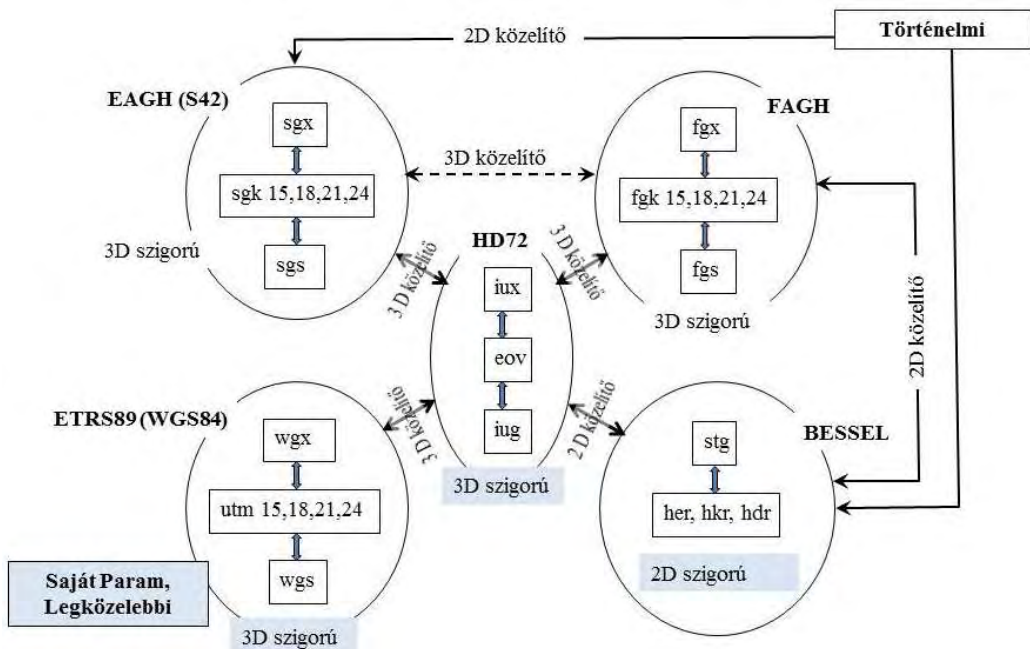
A 'Történelmi' programrészen ezen felül – oktatási céllal – Gauss-gömbi koordináták és segédkoordináták, a 'Történelmi' és a 'Legközelebbi' programrészen a lineármódulus, a hosszredukció 1 km-re és a vetületi meridiánkonvergencia is számíthatók és a 'Redukciók' gombra (7. ábra) kattintással megjeleníthetők.



4. ábra. A 3. ábrán bemutatott 5. fokú polinomos transzformáció paraméter állománya



5. ábra. A 'Polinom' programrész manuális transzformáció munkaablaka



6. ábra. Az adott rendszerek közötti átszámítások folyamatábrája



A 7., a 8. és a 9. ábrákon a 'Történelmi' programrész munkaablakai láthatók. A 7. ábrán a jobb felső sarokban a FAGH és EAGH (S42) rendszerek közötti váltás, alatta a Gauss-gömbi számításokra való áttérés, legalul a redukciók megjelenítésének nyomógombjai találhatóak. A 8. ábrán a 7. ábrának megfelelő vetületi redukciók, a 9. ábrán Gauss-gömbi számítás láthatók.

A 10. ábra a 'Saját Param' programrészben belüli Helmert-transzformációs paraméter-számítást mutatja.

Mintegy „mellékhaszonvéteklént” geoidunduláció értékek is számíthatók: ha ugyanis az EOVS és a WGS84 rendszerek, vagy az EOVS és az S42 rendszer közötti átszámításkor a tengerszint feletti magasság 0, úgy a geoidunduláció ismert képlete szerint a WGS84 ellipszoid feletti magasság automatikusan a geoidunduláció adott pontbeli értékét adja.

### 3.3 Állományok rajzi megjelenítése

A 'Történelmi', s ezen belül a 'Gauss-gömb', valamint a 'Saját Param' programrészekben lehetőség van az adatállományok rajzi megjelenítésére is. Az első két esetben mind észak-keleti, mind dél-nyugati, a 'Saját Param' programrészben csak észak-keleti tájékozású rendszerek jeleníthetők meg.

A rajzablakok a rajzot az állományok maximális és minimális koordinátái szerint méretezik. Ellipszoidi és gömbi felületi és ellipszoidi térbeli állományok is megjeleníthetők, előbbieknél a  $\lambda$  és  $\varphi$ , utóbbiak esetében az  $Y$  és  $Z$  síkbeli koordináták jelennek meg.

7. ábra. Történelmi programrész: manuális transzformáció

HungaPro v5.13 - Történelmi vetületek

Átszámítás

Adatbeadás:

Manuálisan  
 Állományból

Rendszerből:

S42(X, Y, Z)  
 S42(Fi, Lambda, h)  
 SGK(y, x, h)  
 HD72 (Fi,Lambda,H)  
 EOY (y, x, H)  
 Sztereogr. (y, x, H)  
 Henger (y, x, H)

HÉR  
HKR  
HDR

Rendszerbe:

S42(X, Y, Z)  
 S42(Fi, Lambda, h)  
 SGK(y, x, h)  
 HD72 (Fi,Lambda,H)  
 EOY (y, x, H)  
 Sztereogr. (y, x, H)  
 Henger (y, x, H)

FAGH > < S42

Gauss-gömb  
Rajz  
Megnéz  
Info  
Névjegy  
Vissza

Adatbeadás Számítás

Henger-y: 144960.575  
Henger-x: 54712.822  
H-tengerszint: 156.340  
Hengervetület: HKR

EOY redukciónak

Lineármódulus: 0.99996631  
Hosszredukción 1 km-re (m): -0.034  
Vetületi meridiánkonvergencia: -01-23-16.33273

> < Redukciók

Transzformációk vonatkozási rendszerek között: manuális adatbeadás...

8. ábra. Redukciók az Egységes Országos Vetületben a 7. ábrán látható pontban

Gauss-gömb

Átszámítás

Adatbeadás:

Manuálisan  
 Állományból

Rendszerből:

Gauss-gömb(Fi,Lambda,H)  
 Segéd (Fi,Lambda, H)  
 HD72 (X, Y, Z)  
 HD72 (Fi,Lambda,H)  
 EOY (y, x, H)  
 Sztereogr. (y, x, H)  
 Henger (y, x, H)

Rendszerbe:

Gauss-gömb(Fi,Lambda,H)  
 Segéd (Fi,Lambda,H)  
 HD72 (X, Y, Z)  
 HD72 (Fi,Lambda,H)  
 EOY (y, x, H)  
 Sztereogr. (y, x, H)  
 Henger (y, x, H)

Rajz  
Megnéz  
Info  
Névjegy  
Vissza

Adatbeadás Számítás **Eredmények**

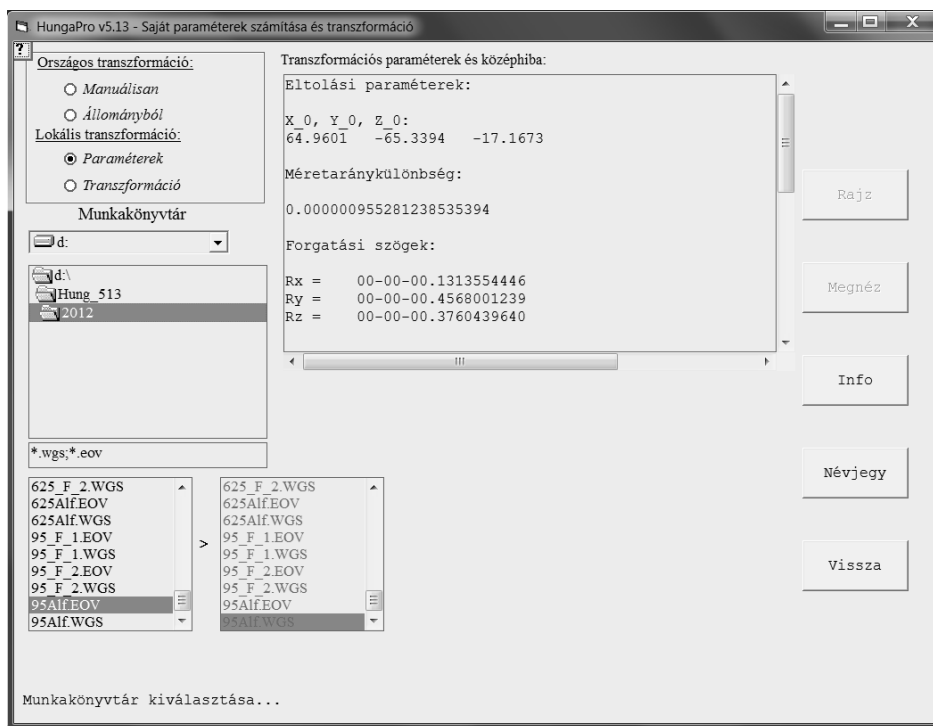
EOY-y: 556204.604  
EOY-x: 125012.782  
H-tengerszint: 230.120

Segédföldrajzi Fi: -00-40-24.54133  
Segédföldrajzi Lambda: -00-50-32.73087  
H-tengerszint: 230.120

> <

Manuális adatbeadás...

9. ábra. Történelmi programrész: számítás a Gauss-gömbön



10. ábra. Saját Param programrészt: Helmert-transzformációs paraméterek számítása

### 3.4 Maradék eltérések számítása

A maradék eltérések (hibák) számítását – a 'Helmert' és a 'Polinom' programrészekon kívül – a 'Maradék' nevű önálló programrészt végzi. A program az eredményeket \*.2ME, ill. \*.3ME kiterjesztéssel tárolja az aktuális munkakönyvtárban.

A paraméterszámítások, a transzformációk és a maradék eltérés számítások eredményei a programban rögzített kiterjesztésekkel automatikusan a kiválasztott munkakönyvtárba kerülnek, a program futása alatt – pl. Total Commanderben – megtekinthetők, s elvileg akár módosíthatók is. Ez utóbbit azonban nem javaslom, mert negatívan befolyásolhatja a program működését.

A program széleskörű hibakijelzést biztosít, az adatbevitelnél, a manuális és állományszámításoknál, a rajzi megjelenítésnél jelentkező hibák túlnyomó többségét kijelzi.

## 4 Kísérlet megbízhatósági vizsgálatra

Az 1. táblázat összeállításának céljából az OGPSH különböző területi kiterjedésű 558, 312, 172, 47, 23 és 7 pontjából a programmal számítottuk a Helmert-, valamint a különböző fokszámú polinomos transzformáció paramétereit, majd ezekkel a paraméterekkel az ugyanazon területeken elhelyezkedő hasonló pontszámú, de más pontokat tartalmazó állományokat átszámítottuk az egyik rendszerből a másikba. A kapott maximális eltérések és a külső középhibák a pontok területi elhelyezkedése és száma alapján lehetőséget adnak a Helmert- és a különböző fokszámú polinomos transzformációk összehasonlítására.

Mellőzve most a túlzott következtetéseket, biztonsággal állítható, hogy nagy területi kiterjedés esetén a polinomos transzformáció alkalmazása ajánlatos, mert megbízhatósága szinte független a terület nagyságától és a pontok számától, a Helmert-transzformáció használatát viszont – ha a térinformatikai célokat meghaladó megbízhatóságra törekszünk – kis területen célszerű lokális transzformáció esetére korlátozni.

**1. táblázat.** A térbeli Helmert és a térbeli polinomos transzformáció jellemző megbízhatósági mérőszámai maradék eltérések alapján (HD72 X,Y,Z – ETRS89 X,Y,Z)

Terület [km <sup>2</sup> ]	Pontok száma	Max. eltérések			Max. eltérések											
		Helmert külső középphibák [m]			Polinom külső középphibák [m]											
					Polinom fokszáma											
					1			2			3			5		
X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z		
93000	558	+0.84	-0.64	-0.72												
		0.24	0.21	0.29												
50000	312	+0.64	+0.34	+0.54										+0.96	+0.14	+0.44
		0.20	0.12	0.20											0.07	0.04
30000	172	+0.61	+0.22	+0.57												
		0.14	0.07	0.16												
7500	47	+0.10	+0.09	0.15	+0.08	+0.09	+0.10	-0.07	+0.07	-0.10	-0.19	+0.10	-0.20			
		0.05	0.04	0.05	0.04	0.04	0.04	0.03	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04			
3500	23	+0.07	+0.11	+0.11	-0.06	-0.06	-0.08	+0.06	+0.13	+0.13	+1.72	+1.24	-2.30			
		0.04	0.04	0.05	0.04	0.04	0.04	0.03	0.05	0.04	0.49	0.27	0.65	< ?		
750	7	+0.06	+0.02	+0.04	+0.08	-0.03	-0.05									
		0.04	0.01	0.04	0.04	0.02	0.03									

Nem hallgatható el azonban, hogy a polinomos transzformáció okozhat meglepetéseket, erre példa a táblázat vonalkázással megjelölt része.

A 2. táblázat a belső és külső középphibákat hasonlítja össze. Meglepő, hogy a kettő között csak – igaz, hogy a belső középphibák javára – de mégis elhanyagolható mértékű eltérések mutatkoznak. Kivétel itt is a vonalkázott rész, amelynek eddig még nem találtam magyarázatát.

**2. táblázat.** A belső és külső megbízhatósági mérőszámok összehasonlítása (HD72 X,Y,Z – ETRS89 X,Y,Z)

Terület [km <sup>2</sup> ]	Pontok száma	Helmert belső középphibák [m]			Polinom belső középphibák [m]												
		Helmert külső középphibák [m]			Polinom külső középphibák [m]												
					Polinom fokszáma												
					1			2			3			5			
X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z			
93000	558	0.24	0.21	0.29													
		0.24	0.21	0.29													
50000	312	0.20	0.12	0.21										0.04	0.03	0.03	
		0.20	0.12	0.20											0.07	0.04	0.05
30000	172	0.12	0.07	0.15													
		0.14	0.07	0.16													
7500	47	0.04	0.04	0.05	0.04	0.03	0.04	0.03	0.03	0.03	0.02	0.02	0.02				
		0.05	0.04	0.05	0.04	0.04	0.04	0.03	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04				
3500	23	0.04	0.03	0.04	0.04	0.03	0.04	0.02	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01			
		0.04	0.04	0.05	0.04	0.04	0.04	0.03	0.05	0.04	0.49	0.27	0.65	< ?			
750	7	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02										
		0.04	0.01	0.04	0.04	0.02	0.03										

## 5 Összefoglalás

A tanulmányban a HungaPro (Hungarian Projection. Magyarországi Vetületek) programcsomag 5.13 verzióját mutattuk be. A program hat, egymást részben átfedő, részben kiegészítő és hasonló funkciójú programrészből áll, és magában foglal minden, Magyarországon eddig ismert vetület, ill. vonatkoztatási rendszer közötti átszámítást.

A HungaPro 5.13 program az Internetről letölthető és telepíthető, szabadon felhasználható (<http://www.geo.info.hu/geodezia>, 2014-12-27, Tantárgyak), így az itt vázlatosan, kedvcsinálási szándékkal leírtak kipróbálhatók, ellenőrizhetők.

### Hivatkozások

- Bácsatyi L** (1993): Egyszerű összefüggések a budapesti sztereografikus rendszerről a Gauss-gömbre történő áttéréshez. *Geodézia és Kartográfia*, 45(3), 164-167.
- Bácsatyi L** (1994): Magyarországi vetületek. Tankönyv. Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó, Budapest. 196.
- Bácsatyi L** (2006): Magyarországi vetületek. Tankönyv. Szaktudás Kiadó Ház, Budapest. 175-208.
- Hazay I** (1954): Földi vetületek. Tankönyv. Akadémiai kiadó, Budapest. 419-481.
- Völgyesi L, Tóth Gy, Varga J** (1994): Magyarországi vetületi rendszerek közötti átszámítások. *Geodézia és Kartográfia*, 46(5-6), 265-269.
- Zakatov P Sz** (1964): Kursz vizszej geodezii. Izd. Nedra, Moszkva. 164-217.



# A GOCE MŰHOLD GRAVITÁCIÓS GRADIENS MÉRÉSEI- NEK SZŰRÉSE ÉS PONTOSSÁGI KÉRDÉSEI

Földváry Lóránt\*, Sujbert László\*\*, Polgár Zsuzsanna\*\*\*



**On the filtering of GOCE gravitational gradients and related accuracy aspects** – The 3-axes gradiometer of the GOCE provides the 6 independent gravitational gradients with 1s sampling by differential accelerometry. The measurements are performed in a gradiometer fixed reference frame, while usually some Earth-fixed reference frame is applied for geosciences. The GOCE gradiometer and the orbit configuration provide highly accurate gradients in the 5-100 mHz frequency band, which is considered to be the bandwidth of the useful gradiometric signal. The study delivers an optimal filter design for GOCE gravitational gradients, and an analysis of how the accuracy of the gradient tensor elements influenced by coordinate transformations.

**Keywords:** GOCE, gravitational gradients, coordinate transformation, filtering, error propagation

A GOCE műhold háromtengelyű gradiométere differenciális gyorsulásméréssel másodpercenként méri a gravitációs gradiens 6 független komponensét. Míg a mérések egy a gradiométer szerkezetéhez rendelt koordinátarendszerben történnek, földtudományi alkalmazások általában a gradienseket valamely Földhöz kötött koordinátarendszerben használják. A GOCE fedélzeti műszere a gravitációs gradienseket az 5-100 mHz frekvenciasávban szolgáltatja nagy pontossággal. Tanulmányunkban egyrészt kísérletet teszünk optimális sáváteresztő szűrő tervezésére, másrészt megvizsgáljuk, hogy a szűrt jel hogyan reagál az esetleges koordináta-transzformációkra.

**Kulcsszavak:** GOCE, gravitációs gradiens, koordináta transzformáció, szűrés, hibaterjedés

## 1 Bevezetés

A GOCE műhold nyers, ún. „Level-1” szintű észlelési adatait első lépésben zömmel visszafordítható, információvesztéssel nem járó feldolgozási lépéseknek vetik alá, amelyek eredményei az ún. „Level-2” adatok. Ezen adatszinten rendelkezésre állnak pontos pályaadatok és mért gravitációs gradiensek egyaránt. Mindkét adattípus előfeldolgozott, ami annyit tesz, hogy az adatok durvahibaszűrésen és egyéb ellenőrzéseken estek át, amelyek eredményei alapján az adatokat különböző minősítésekkel (minősítő jelölő zászlók formájában) látják el. Fontos megjegyezni, hogy az előfeldolgozási lépésekről egész pontos leírás és megfelelő dokumentáció áll a felhasználók rendelkezésére. Egy másik, gyakorlati aspektusból fontos tulajdonsága a „Level-2” adatoknak, hogy ezek már könnyen hozzáférhetők. Így ezeket tekinthetjük a felhasználók számára a hiteles mérési adatoknak.

A legtöbb magasabb szintű, földtudományi felhasználó számára a pályaadatok és a mért gravitációs gradiensek közvetlenül nem hasznosíthatók, sokkal inkább konkrét nehézségi erőter modell formájában tudja a GOCE méréseit felhasználni. Nehézségi erőter modelleket és egyéb kapcsolódó adatokat „Level-3” szintű adatként bocsátanak a szakma rendelkezésére. Ezekhez viszont már nem egyértelmű lépések vezetnek, amelyek során az információvesztés elkerülhetetlen, és az adatok statisztikai és spektrális tulajdonságai megváltoznak.

Cikkünkben a mért, „Level-2” típusú gravitációs gradienseknek azon tulajdonságait tekintjük át, amelyek alapvetően, elvi szinten is befolyásolják a geodéziai célú feldolgozás módját, elméleti korlátokat szabva a feldolgozási módszer kialakítására vonatkozóan. Megjegyezzük, hogy az általunk vizsgált jelenségek általános érvényűek, tehát minden megoldási módszert befolyásolnak, függetlenül attól, hogy a nehézségi erőter modell meghatározásának milyen elméleti háttere van.

\*BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.

E-mail: fl@sci.fgt.bme.hu

\*\*BME Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék, 1117 Budapest, Magyar tudósok körútja 2.

E-mail: sujbert@mit.bme.hu

\*\*\*BME Építőmérnöki Kar, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.

E-mail: zsu.polgar@gmail.com

A gradiens mérési eredmények sávkorlátos jellege az egyik ilyen tulajdonság. Műhold pálya mentén végzett mérésekről általánosságban elmondható, hogy pontos mérések csak egy adott frekvenciasávban végezhetőek. Ezt a frekvenciatartományt mérési sáv szélességnek nevezzük. A GOCE esetében is ismert egy frekvenciasáv, amelyen belül a mérések megbízhatóak, még akkor is, ha vizsgálatokkal kimutatható, hogy ezen adott frekvenciasávon kívül is tartalmaznak hasznos információt. Jelen tanulmány kizárólag a mérési sávban található információra korlátozódik.

A „Level 2” gravitációs gradiensek másik, a feldolgozást elvi szinten befolyásoló tulajdonsága a mérések koordináta-rendszerével kapcsolatos. A mérnöki gyakorlattal ellentétben, amely elsősorban helyi, független magassági és vízszintes koordinátákkal operáló vonatkoztatási rendszereket alkalmaz, a műholdas geodézia számára a természetes vonatkoztatási rendszert egy Föld tömegközéppontú, inerciális rendszer jelenti. Az egyik rendszerből a másikba az átjárhatóság matematikailag egyértelműen megoldott, rutinfeladatnak tekinthető. A GOCE esetében a koordináta-transzformáció azonban kihathat a feldolgozási módszerre, mint azt a későbbiekben látni fogjuk.

## 2 GOCE

A 2009. március 17-én pályára állított GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) az Európai Űrügynökség (ESA – European Space Agency) „Living Planet” nevet viselő programjának első műholdas küldetése (ESA 1999, Drinkwater et al. 2003). A GOCE a gravitációs gradiometria műholdas megvalósulása (Rummel et al. 2011), mely számos geodéziai, geofizikai és geodinamikai alkalmazás, felhasználás számára jelent alkalmas alapadatot (ESA 1999, Nagy et al. 2002, Papp 2001, Rummel 2002a és 2002b, Földvály 2004, Papp et al 2009), akár regionális méretekben is (Rummel et al. 2002, Benedek és Papp 2009). A GOCE feladata egy részletes felbontású és nagy pontosságú nehézségi erőter modell előállítás, bolygónk gravitációs terének minden korábbi műholdas megoldásnál részletesebb felbontású feltérképezése (ESA 1999).

A jó felbontás drasztikusan alacsony műholdpályával érhető el. A GOCE pálya minimális magassága csupán 254,9 km (Somodi és Földvály 2011). Ebben a magasságban a műhold mozgását jelentős mértékben befolyásolja a légkör felső rétegeinek fékező hatása, ami már a műholdtest rakétákra emlékeztetően áramvonalas kialakításában is meglátszik. A GOCE keringését az atmoszferikus fékezéssel kívül egyéb disszipatív erők is befolyásolják (Nap sugárnyomása, Földről származó sugárzás, stb.), amelyek következetesen csökkentik a műhold energiaszintjét, ezért figyelembevétel-ükről gondoskodni kell. Ezt egy új technikai megoldással végzik: a disszipatív erők integrált hatását a műhold folyamatosan méri, és valós időben ennek megfelelő mértékű és ellentétes irányú gyorsítással reagál, tehát a GOCE esetében kompenzációval veszik figyelembe a hatást. Ezzel a műhold látszólag a disszipatív erőhatásoktól mentesen kering, pályája egy vákuumban szabadon eső test pályagörbét mutatja.

A pálya alakja így a Föld és egyéb égitestek tömegvonzásának hatásait tükrözi, ezért önmagában is hasznos mérési mennyiség, amit értelemszerűen ki is használnak. A GOCE esetében a pálya meghatározása részben a GPS-műholdakra végzett magas-alacsony műhold-műhold követés (High-Low Satellite-to-Satellite Tracking; High-Low SST) eljárással történik. A műhold-műhold követés elrendezésben a magas pályájú műhold szerepét a kb. 20 ezer km magasságon keringő, a GOCE-nál lényegesen stabilabb pályájú GPS műholdak töltik be. Az alacsony pályájú műhold (Low Earth Orbiter, LEO) ebben az elrendezésben pedig maga a GOCE (Rummel et al. 2011, Földvály 2004).

A GOCE elsődleges mérési mennyisége a nehézségi erőter meghatározásának céljára a műholdra elhelyezett speciális műszer, a gradiométer mérési adatai. A műholdas gravitációs gradiometria (Satellite Gravity Gradiometry, SGG) segítségével érhető el 100 kilométer körüli félhullámhosszúságú térbeli felbontással 1 mGal pontosságú gradiens, illetőleg 1-2 cm pontosságú geoid (Rummel et al. 2011).

A GOCE fedélzeti gradiométere felépítését tekintve 3 pár egymásra merőlegesen elhelyezett háromtengelyű gyorsulásmérőből áll. Egy-egy irányban a karok 50 cm hosszúak, amelyek végein gyorsulást mérve, a gravitációs gradiens képezhető (pl. Rummel 2002a és 2002b, Rummel et al. 2002).



A gradiens értékek pontossága a gradiométer két tengelye mentén, a mérési sáv szélességén belül  $10\text{--}12 \text{ mE}/\sqrt{\text{Hz}}$ , míg a harmadik tengely kisebb érzékenységgű, mintegy  $20\text{--}25 \text{ mE}/\sqrt{\text{Hz}}$  (Bouman et al. 2011). Az Eötvös-tenzor főátlójában elhelyezkedő három gradiens ( $V_{xx}$ ,  $V_{yy}$ ,  $V_{zz}$ ), valamint a  $V_{xz}$  gradiens értéke nagy pontossággal meghatározott, míg  $V_{xy}$  és  $V_{yz}$  értékei kisebb pontosságúak. Ez nem a gradiométer kialakításának hiányossága, hanem a földfelszíni kalibrációs eljárások elkerülhetetlen elvi nehézségéből adódik. A kalibráció során ugyanis az egyik tengely nagyságrendekkel nagyobb gyorsulásnak van kitéve, mint az arra merőleges irányokban (Bouman et al. 2009).

A műszer technikai paraméterei, továbbá a pálya kialakítása következtében rendkívüli pontosságot csak a korábban már említett mérési sávban lehet elérni, amely a GOCE esetében  $5\text{--}100 \text{ mHz}$  mérési frekvenciatartományba esik.

A fentiekben a gravitációs gradiensek kapcsán használt  $x$ ,  $y$  és  $z$  tengelyek gradiométerhez kötött rendszerben értendők. Ezt, továbbá a feldolgozás során előforduló egyéb koordináta-rendszereket a következő részben tekintjük át (Gruber et al. 2010). Tekintve a téma nemzetközi jellegét, az ismert koordináta-rendszerek megnevezését nem fordítottuk le, elősegítve az érdeklődők tájékozódását a GOCE adatbázisokban.

### 3 Alkalmazott koordináta-rendszerek

GRF – Gradiometer Reference Frame: A GOCE gradiométeréhez kötött koordináta-rendszer, amelyben az Eötvös-tenzor elemeinek mérése valójában zajlik. Középpontja a gradiométer tömegközéppontja, tengelyei a gradiométer karjainak felelnek meg. A gradiométer  $x$  tengelyét a lehetőségek szerint a műhold sebességvektorának az irányában tartják, a  $z$  tengelye erre merőlegesen lefelé mutat, az  $y$  tengely pedig a másik két tengelyre merőleges úgy, hogy az irányvektorok jobbsodrású rendszert alkotnak.

LORF – Local Orbital Reference Frame: A műhold névleges tömegközéppontjához rendelt rendszer, amelyben az  $x$  tengely a pillanatnyi sebességvektor irányvektora, az  $y$  tengely párhuzamos a keringés impulzuszórájának vektorával, a  $z$  tengely pedig párhuzamos a két másik tengely által kifeszített sík normálisával és a Föld középpontjától kifelé mutat.

IRF – Inertial Reference Frame: Középpontja a Föld tömegközéppontja, az  $x$  tengely a Tavaszpont irányába mutat, a  $z$  tengely a Föld forgástengelyével párhuzamos, az  $y$  tengely helyzete jobbsodrású rendszerként meghatározható.

EFRF – Earth-Fixed Reference Frame: Középpontja a Föld tömegközéppontja,  $x$  tengelye az egyenlítői síkban a Greenwich-i meridiánhoz kötött,  $z$  tengelye a Föld forgástengelyével párhuzamos, az  $y$  tengely helyzete a jobbsodrású rendszerből következik. Az EFRF a Föld forgási ciklusával együtt mozgó rendszer.

LNOF – Local North Oriented Frame: Az LNOF egy topocentrikus koordináta-rendszer, amely az észak-nyugat-felfelé irányokat használja. Középpontja a műhold névleges tömegközéppontja,  $z$  tengelye a Föld középpontjától kifelé mutató helyi függőleges irány,  $y$  tengelye párhuzamos a műhold tömegközéppontján átmenő meridián síkjának normálvektorával és nyugatra mutat,  $x$  tengelye párhuzamos az  $y$  és a  $z$  tengely által definiált sík normálisával, és a jobbsodrásnak megfelelően északra mutat.

Az egyes mérések LNOF-ben, GRF-ben illetve EFRF-ben adottak, így az egyes rendszerek közötti transzformáció lehetőségét biztosítani kell. Valamennyi transzformációra megoldást nyújtanak a „Level-2” adatok.

A LORF pályamenti koordináta-rendszer jó közelítéssel azonosítható a GRF rendszerrel, mivel a GOCE gradiométer mozgását folyamatos, valós idejű pályakorrekciókkal a pálya irányítottágával megegyezően alakítják ki. A pályakorrekciók szükséges mértékét a fedélzeti indukciós mágneses tekercsek mérései alapján valós időben határozzák meg, amelyek segítségével a két rendszer egyezése  $\pm 3.5^\circ$ -ra biztosított.

A mért gradiensek GRF-ben adottak, hagyományosan, geodéziai célra LNOF-ben használjuk őket. A két rendszer közötti transzformáció az alábbi módon oldható meg: GRF $\rightarrow$ IRF, IRF $\rightarrow$ EFRF, végül EFRF $\rightarrow$ LNOF.

A GRF→IRF transzformáció a mért gravitációs gradiens adatokkal, az ún. EGG\_NOM\_2 adatbázisban kvaterniók formájában adott (Gruber et al. 2010). A kvaterniók időszora a gradiens adatokkal megegyező GPS-időpontokra vonatkozik.

Az IRF→EFRF transzformáció a pályaadatokkal együtt, tehát az SST\_PRM\_2 adatbázisban található, ugyancsak kvaterniók formájában (Gruber et al. 2010). A pályaadatok mintavételezése eltér a mérések mintavételezésétől, ezért a transzformáció céljára ez utóbbi kvaterniókat interpolálni kell a gradiens mérések GPS-időpontjára.

Végül az EFRF→LNOF transzformáció a jól ismert forgatási mátrix segítségével, rutinszerűen megoldható (ld. Gruber et al. 2010).

#### 4 Felhasznált adatok

A tanulmányban egyetlen teszt napra, 2009. november 2-re végzett vizsgálatokat mutatunk be. Kiinduló adatként „Level-2” szintű adatokat használtunk. A „Level-2” gradiensek nagyságrendileg néhány E (Eötvös) értékűek. A teszt napra vonatkozó gradiensek nagyságának becslését a 1. táblázat második oszlopa mutatja. A nagyság becslése a jel négyzetes középértékének (jelvarianciának) gyökével történt.

A gradiensekhez a becsült középhibákat (szórást, a hibavariancia gyökét) a harmadik oszlopban mutatjuk. A táblázatban szereplő mért gradiensek pontossága a 10 mE nagyságrendbe esik, két kivétellel, az  $xy$  és az  $yz$  gradiensek esetén a pontosság pár 100 mE értékű a korábban említett okok miatt. Látható ugyan, hogy valamennyi középhiba nagyságrendekkel kisebb a jel nagyságánál, ez azonban önmagában nem teljesen mérvadó. Mivel a mért jelből hasznosnak a korábbi ismereteinkhez képesti új információ tekinthető, a GOCE gradiensek középhibáit az eddigi legjobb modellhez, mint eddigi ismereteinkhez érdemes hasonlítani. Ezt az összehasonlítást a GOCE pálya mentén az EGM 2008 modellből (Pavlis et al. 2012, Szűcs 2012) számolt gradiensek levonásával képeztük

$$\text{reziduál} = V_{ij}^{GOCE} - V_{ij}^{EGM2008} . \quad (1)$$

A reziduál jel esetén látható (1. táblázat 4. oszlopa), hogy míg a legtöbb esetben nagyobb, mint a mérések középhibája, tehát a GOCE mérések ténylegesen érdemi információt szolgáltatnak, a két pontatlanabb gradiens esetén a pontosság a reziduál jel nagyságrendjébe esik. Ezért a gyakorlati feldolgozás során érdemes a két pontatlanabb gradienst függetlenül, külön kezelni a többi, nagyobb pontosságú gradienstől.

#### 5 Szűrőtervezés

A „Level-2” szintű mérési adatok a mért nyers feszültségingadozásokból immár gravitációs gradiensekké konvertált mennyiségek. A gyakorlati felhasználás számára mégis komoly nehézséget okoz a nehézségi erőterre vonatkozó, megfelelő pontosságú információ kinyerése, mivel a mérések a teljes frekvencia-spektrumon eltérő pontossággal bírnak.

1. táblázat. A mért gravitációs gradiensek statisztikai jellemzése 2009. november 2-án. Mértékegység: mE

	jel nagysága	középhiba	reziduál jel nagysága
$V_{xx}$	7639.02	±61.31	528.18
$V_{yy}$	7382.27	±37.74	166.13
$V_{zz}$	15572.06	±50.53	597.22
$V_{xy}$	1422.73	±319.81	426.12
$V_{xz}$	17809.46	±50.70	464.10
$V_{yz}$	23154.15	±471.30	874.69

A feladat egyrészt a feldolgozási módszer frekvenciafüggővé tétele, másrészt maguknak a kiinduló adatoknak az optimális szűrése. Bármilyen szűrési eljárást válasszon is a felhasználó, a szűrés következtében a mért gradiensek mindenképpen információveszteségen mennek keresztül. Jelen részben egy, a nehézségi erőterre vonatkozó információ kinyerése szempontjából optimális szűrő tervezését ismertetjük.

A szűrőre vonatkozó specifikációkat Schuh et al. (2010) tanulmánya alapján állítottuk fel, amelyet ésszerű megfontolások alapján további feltételekkel egészítettünk ki. A szűrőspecifikációk a 2. táblázatban láthatók.

Schuh et al. (2010) véges impulzusválaszú (Finite Impulse Response; FIR) szűrőt javasolt és használt, amellyel hasonló képességű további FIR szűrők előállíthatóknak bizonyultak, de annál látványosan jobb megoldást nem sikerült szolgáltatnunk, ezért végtelen impulzusválaszú (Infinite Impulse Response; IIR) szűrővel oldottuk meg a feladatot (Polgár et al. 2013). Az alábbiakban mindkét megoldást bemutatjuk.

Schuh et al. (2010) megoldása a klasszikus ablakozásos szűrőtervezés egy alkalmazása (Parks és Burrus 1987). A szűrő lineáris fázisú (szimmetrikus), 2001 együtthatót tartalmaz. A zárótartományban egyenletes az ingadozása, de az áteresztőtartományban nem, ez a határfrekvenciák közelében megfigyelhető Gibbs-oszcilláció miatt van. A szűrő további értékelését a saját tervezésű IIR-szűrővel összehasonlítva adjuk meg.

A FIR-szűrők előnye a lineáris fázisátmenet, ezáltal alakhű átvitel valósítható meg, hátránya azonban a szűrőparaméterek nagy száma. Az IIR szűrőkről elmondható, hogy kevés paraméterrel is összetett feladat megoldására képesek, a fázismenetük azonban nem lineáris. Az IIR szűrő kedvezőtlen, nemlineáris fázismenete azonban nem okoz gondot, ha a szűrendő mintasorozat offline rendelkezésre áll, mint a „Level-2” szintű mérési adatok esetén is (az adatok offline elérhetősége arra vonatkozik, hogy nem valós idejű szűrési feladatról van szó, hanem korábban rögzített mérések utólagos feldolgozásáról). Ez esetben az IIR szűrőt „oda-vissza” lehet alkalmazni, azaz a jelet meg kell szűrni a szokásos módon, majd a szűrés eredményeként kapott mintasorozatot „visszafelé”, az időben utolsó mintával kezdve is meg kell szűrni. A „visszafelé” szűrés amplitúdómenete megegyezik a normál szűrés amplitúdómenetével, fázismenete viszont a normál szűrés mínusz egyszerese. A teljes szűrési folyamat amplitúdómenete a megtervezett IIR szűrő amplitúdómenetének négyzete, fázistolása pedig zérus, amely alakhű átvitelt biztosít.

Az IIR szűrőt tehát fentieket figyelembe véve lehet tervezni (40 dB elnyomás, 0.025 dB ingadozás), amely segít az egyébként igen szigorú specifikáció teljesítésében. Ezen kívül az erősen aszimmetrikus sávszűrőt egy felül- és egy aluláteresztő szűrő soros kapcsolásával tervezzük, illetve valószínűsítjük meg. Az egyenletes ingadozás érdekében elliptikus közelítést alkalmaztunk. Ennek eredményeként a tervezett szűrő egy 5-ödrendű aluláteresztő és egy 9-edrendű felüláteresztő szűrő kaskádjaként áll elő. A tervezett IIR szűrő, valamint a Schuh-féle FIR szűrő amplitúdómenetét az 1. ábra szemlélteti (az IIR szűrő esetében valójában az oda-vissza szűrésből kapott amplitúdómenet négyzetét mutatjuk).

A függőleges, szaggatott vonalak a levágási frekvenciát jelölik (5 mHz, ill. 100 mHz). Az IIR szűrőt megvizsgálva látható, hogy az áteresztő tartományban  $\pm 0.02$  dB mértékű ingadozást mutat (Schuh-szűrő esetén ez mintegy  $\pm 0.07$  dB), míg a zárótartományokban az elnyomás mértéke 80 dB (a Schuh-féle szűrőhöz teljesen hasonlatosan). Szűrőnk ezzel teljesítette a specifikációban előírtakat (2. táblázat). A szűrők viselkedését vizsgálva az átmeneti tartományban azt tapasztaljuk, hogy az IIR szűrő jóval rövidebb átmenetet biztosít, mint a Schuh-féle FIR szűrő, továbbá az áteresztő tartomány szélein jóval kisebb a Gibbs-oszcilláció mértéke (az 1. ábrán ezek nem látszanak). Összességében az IIR szűrő viselkedése az átmeneti tartományban jóval kedvezőbbnek mondható.

2. táblázat. Szűrőspecifikáció

mintavételezési frekvencia	elnyomás a 0...5 mHz tartományban (zárótartomány)	elnyomás a 100...500 mHz tartományban (zárótartomány)	ingadozás az 5...100 mHz tartományban (áteresztőtartomány)
1 Hz	80 dB	80 dB	0.05 dB

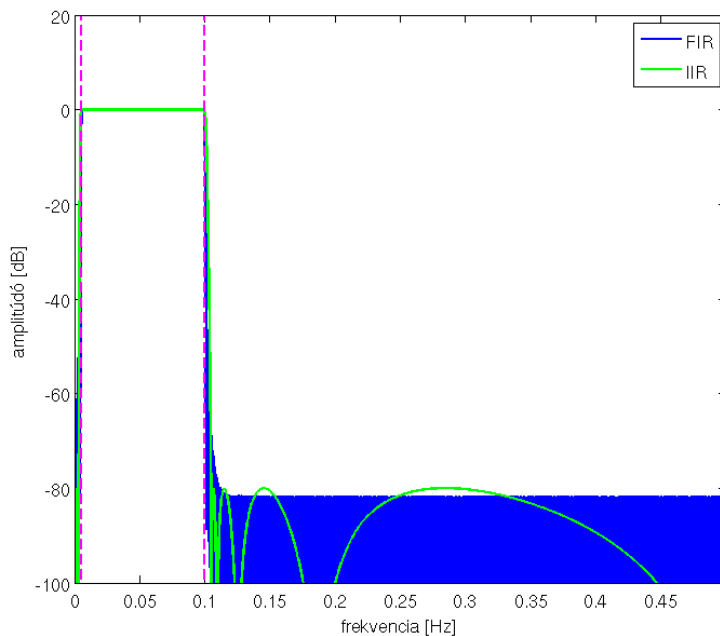
A továbbiakban alkalmazzuk is a szűrőt GOCE-mérésekre, amely célra a 2009. november 2-i méréseket használjuk. A szűrést a GRF-ben adott „Level-2” adatokon végezzük. A szűrések eredményét az időtartományban hasonlítjuk össze és jelenítjük meg a 2. ábrán. Mivel a teljes adatsort mutatta legfeljebb a kezdeti tranzienst eltérést lehet kivenni, a 3. ábrán ugyanezen idősoroknak egy véletlenszerűen kiválasztott részletébe nagyítottunk. A szűrt jeleket a 2. és a 3. ábrákon vizuálisan összehasonlítva nagyon hasonló képet tapasztalunk, különösen a fázisok terén nem látható eltérés.

Statistikailag megadjuk az egyes szűrt jelek, valamint azok különbségeinek a nagyságát a 3. táblázatban. A szűrt jelek nagyságát a jel négyzetes közepével jellemezzük. Látható, hogy a szűrt jelek nagyságához képest az egyes szűrőkkel kapott jelek mintegy egy nagyságrenddel kisebb eltéréseket eredményeznek.

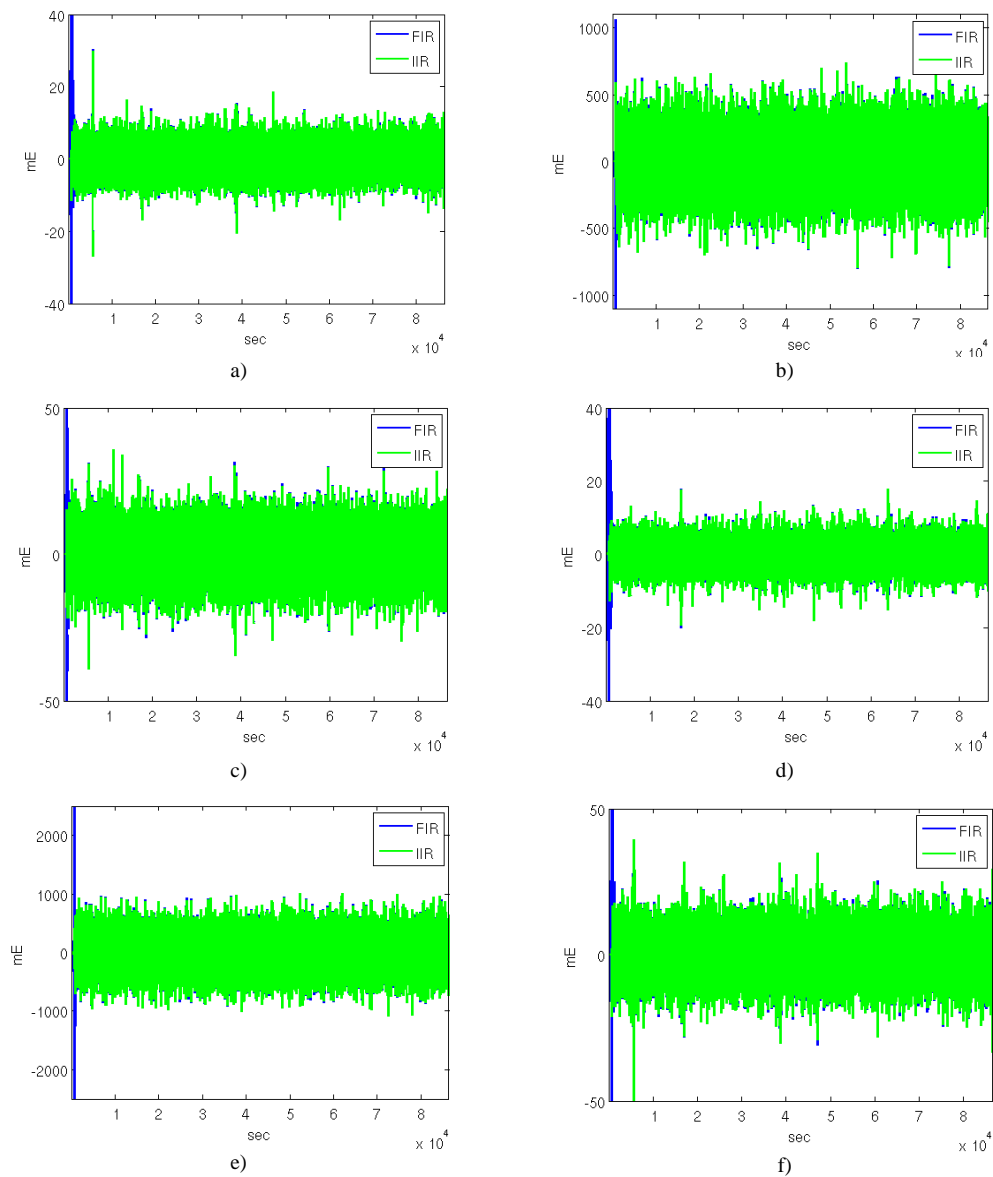
Látható, hogy két olyan szűrő áll rendelkezésünkre, amelyek megfelelnek a specifikációnak, és egymáshoz képest számottevő, mintegy 10%-kal eltérő eredményt produkálnak. Az amplitúdómenet tekintetében az IIR szűrő kedvezőbbnek tűnik. További összehasonlításként megemlítenénk az egyes szűrők együtthatóinak a számát, amely a szűrők számítási hatékonyságát, eleganciáját jellemzi. A FIR szűrő 2001 együtthatót, míg a két IIR szűrő kaszkádja összesen 30 együtthatót használ.

A következő részben az IIR szűrőt alkalmazzuk a 4. fejezetben bemutatott teszt nap, 2009. november 2-i idősoraira. Az 1. táblázat gravitációs gradiens értékeit a 3. táblázat szűrt gradiens értékeivel összehasonlítva látható, hogy a jel nagy részét, így a pályafrekvenciát is ki kell szűrni ahhoz, hogy a hasznos információtartalmat a mérési sávban előállítsuk. A 4. ábrán az egyes gradiens teljesítménysűrűség-spektrumát (PSD) mutatjuk. Az ábra alapján látható, hogy a mérési sávban a reziduál jel (ld. (1) egyenlet) közel azonos nagyságú.

Bouman et al. (2011) ismerteti az Eötvös-tenzor főátló elemeinek hibaspektrumát. Az egyes gradiens hibaspektruma egymáshoz nagyon hasonlatos (Bouman et al. 2011, 9. ábrája). A mérési sávban belül a hiba azonos nagyságúnak tekinthető, a  $V_{xx}$  és a  $V_{yy}$  gradiens esetén  $11 \text{ mE}/\sqrt{\text{Hz}}$  értékű, ami megfelel az elvárásoknak, a  $V_{zz}$  esetén azonban értéke nagyobb,  $20 \text{ mE}/\sqrt{\text{Hz}}$ . A mérési sáv alatt, a magas frekvenciákon a hiba  $1/f$  szerint csökken.

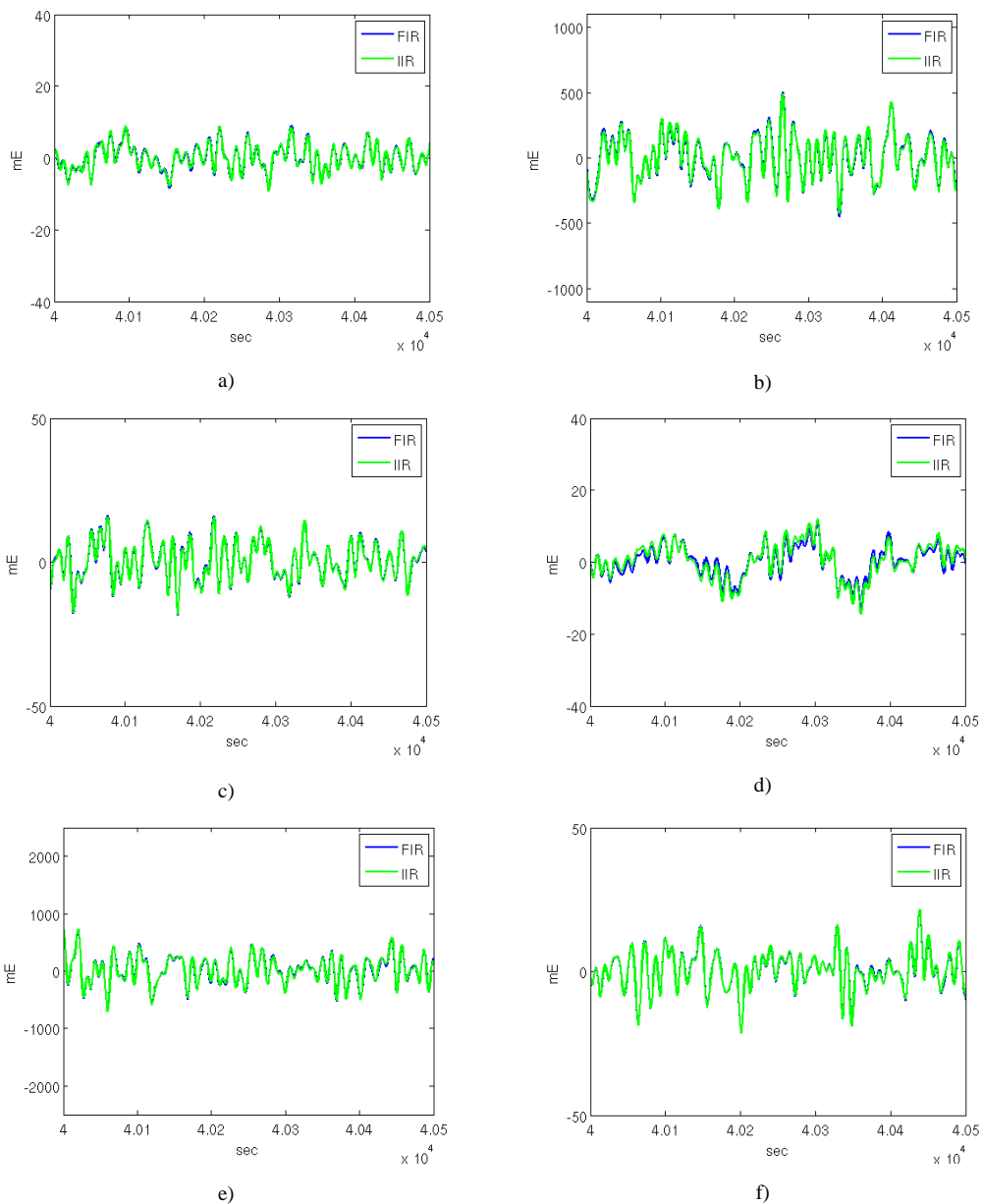


1. ábra. Az általunk tervezett IIR szűrő és a Schuh-féle FIR szűrő karakterisztikája



**2. ábra.** A szűrt, vagyis hasznos jelek összehasonlítása:  
 a)  $V_{xx}$ , b)  $V_{xy}$ , c)  $V_{xz}$ , d)  $V_{yy}$ , e)  $V_{yz}$ , f)  $V_{zz}$

Hibaterjedés szempontjából a szűrés hatásának megítélése alapvetően az alkalmazott szűrő kialakításától függ. Ha egy „tökéletes szűrőt” feltételezünk, akkor az elnyomási tartományban a jellel együtt a hibát is kiszűrtnek tekinthetjük. Ennek értelmében a szűrt gradiensek vonatkozásában a mérési sávban normális eloszlású hibát lehetne feltételezni. Megjegyezzük azonban, hogy valójában spektrális szivárgás alakulhat ki a szűrés során.

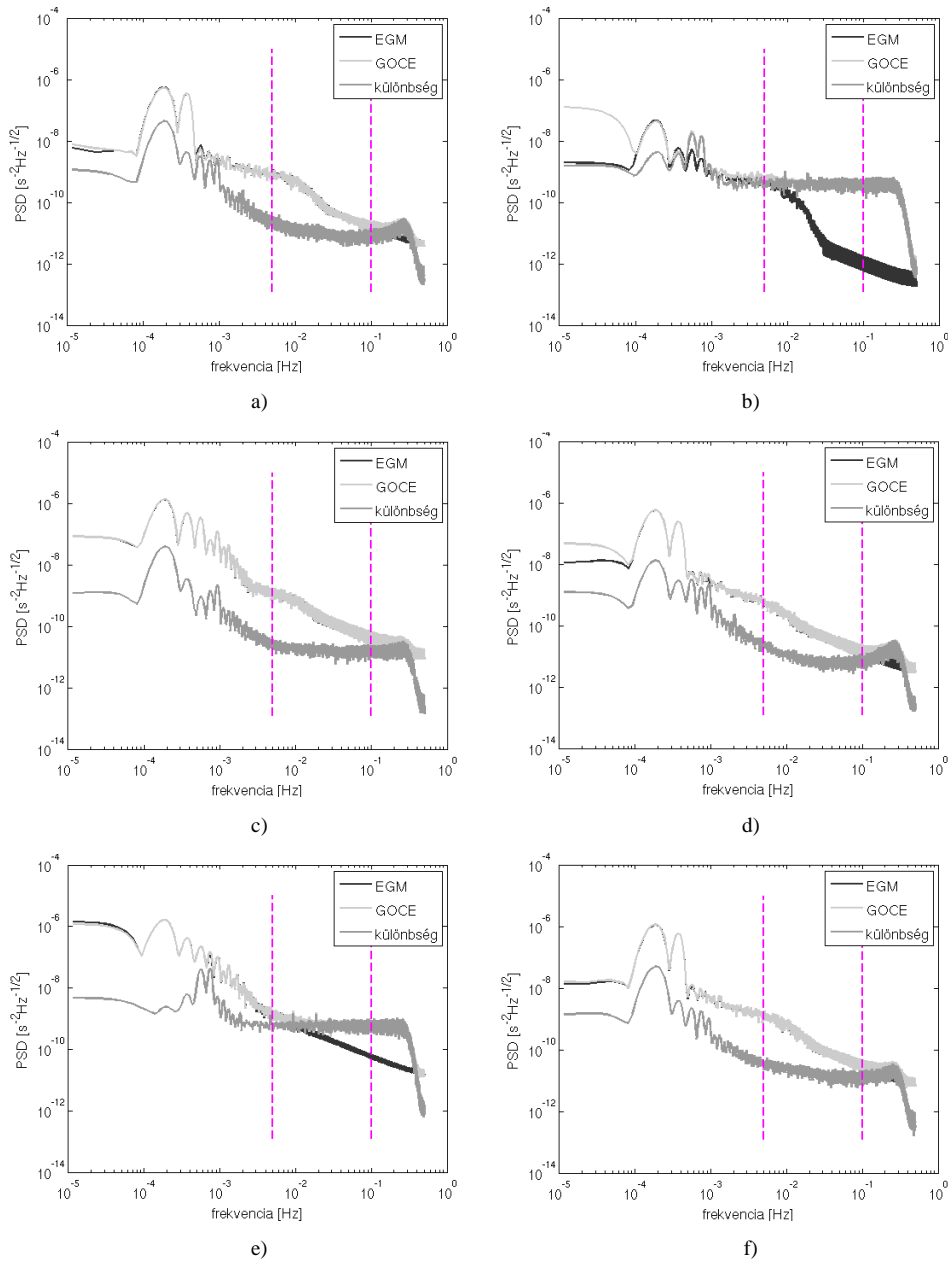


**3. ábra.** Véletlenszerűen kiválasztott időszakra vonatkozó szűrt adatok idősorainak összehasonlítása:

a)  $V_{xx}$ , b)  $V_{xy}$ , c)  $V_{xz}$ , d)  $V_{yy}$ , e)  $V_{yz}$ , f)  $V_{zz}$

**3. táblázat.** A szűrt jelek statisztikai összehasonlítása. Mértékegység: mE

	IIR szűrő	FIR szűrő	A két szűrt jel eltérése
$V_{xx}$	3.67	3.65	0.34
$V_{yy}$	3.40	3.32	0.52
$V_{zz}$	6.78	6.72	0.68
$V_{xy}$	177.52	176.89	14.18
$V_{xz}$	6.96	6.92	0.60
$V_{yz}$	263.79	262.54	22.87



**4. ábra.** A mért gravitációs gradiensek („GOCE”) és az EGM2008 modellből számolt gravitációs gradiensek („EGM08”), valamint a kettő különbsége, a reziduál jel, amely a GOCE mérések hasznos információtartalmának tekinthető. A függőleges, szaggatott vonalak a levágási frekvenciát jelölik (5 mHz, ill. 100 mHz)  
 a)  $V_{xx}$ , b)  $V_{xy}$ , c)  $V_{xz}$ , d)  $V_{yy}$ , e)  $V_{yz}$ , f)  $V_{zz}$

## 5 A koordináta-transzformáció hatása a gradiensek középhibáira

A következőekben figyelembe vesszünk a mérési és a felhasználói koordinátarendszerek eltéréseit. Ezek között a transzformáció a 3. fejezetben ismertetett módon biztosítható. A GFR mérési koordináta-rendszerből az LNOF felhasználói rendszerbe a transzformáció az alábbi forgatási mátrixszal írható le:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}^{GRF \rightarrow IRF} \cdot \mathbf{R}^{IRF \rightarrow EFRF} \cdot \mathbf{R}^{EFRF \rightarrow LNOF} . \quad (2)$$

Gradiensek forgatása a GRF rendszerből az LNOF rendszerbe a megfelelően felírt  $\mathbf{R}$  transzformációs mátrix segítségével az alábbi módon történik:

$$\mathbf{E}_{LNOF} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{E}_{GRF} \cdot \mathbf{R}^t . \quad (3)$$

Azt vizsgáljuk, hogy a GRF rendszerbeli középhibák (ld. 1. táblázat) hogyan terjednek a forgatási transzformáció során. E célból a középhiba törvénye alapján levezettük az Eötvös-tenzor elemeinek LNOF rendszerbeli középhibáját. A középhiba terjedésének összefüggése az alábbira adódott:

$$\sigma_{LNOF}^2 = (\mathbf{R} \circ \mathbf{R}) \cdot \sigma_{GRF}^2 \cdot (\mathbf{R}^t \circ \mathbf{R}^t) , \quad (4)$$

ahol a  $\sigma^2$  a középhiba tenzorokat jelenti, míg a  $\circ$  operátor a Hadamard-szorzatot, vagy elemenkénti szorzatot jelöli (Vasziljevics 2005). A (4) összefüggés felhasználásával a 1. táblázat középhiba értékeit áttranszformáltuk LNOF rendszerbe, amely transzformációt a teszt napra, 2009. november 2-ra alkalmaztuk. A forgatás eredményeképpen a középhibák LNOF rendszerben a 4. táblázatnak megfelelően alakultak.

A 4. táblázat értékei mutatják, hogy az eddigi hibaeloszlás (4 gradiens esetén néhány 10 mE pontosság, és csupán 2 gradiens esetén néhány 100 mE pontosság) a forgatás következtében jóval homogénebb; csak a vertikális gradiens maradt változatlan, a többi gradiens esetében a pontos és pontatlan tengelyek hatása összemosódik, valamennyi gradiens 100 mE nagyságrendű hibát generálva. Ez a teljes feldolgozhatóság egy nagyságrendnyi pontosságvesztését jelentené (vö. 1. és 4. táblázat értékeit).

Ezt a negatív hatást elkerülendő, hasznosabb lehet a felhasználók számára a feldolgozást a mérési, tehát a GRF koordináta-rendszerben végezni, és a feldolgozás alapelveinek megfelelő összefüggéseket a GRF koordináta-rendszerbe transzformálni. Ez ugyan valamelyest szokatlan összefüggéseket eredményez a nehézségi erőtér meghatározásában járatos felhasználók számára, de a pontatlan információ független kezelhetősége miatt mindenképpen előnyös eredményekre vezet.

**4. táblázat.** A gravitációs gradiensek statisztikai jellemzése LNOF-ben 2009. november 2-án. Mértékegység: mE

	jel nagysága	középhiba
$V_{xx}$	7912.01	$\pm 132.20$
$V_{yy}$	7241.21	$\pm 125.57$
$V_{zz}$	15099.81	$\pm 50.72$
$V_{xy}$	74.65	$\pm 297.08$
$V_{xz}$	5845.79	$\pm 177.01$
$V_{yz}$	170.42	$\pm 439.71$

## 6 Összefoglalás

Tanulmányunkban láthattuk, hogy mind a mérések sávkorlátos jellege, mind a felhasználók számára megfelelő koordináta-rendszer alkalmazásának igénye a korábbiaktól eltérő szemléletű feldolgozást kíván. A probléma megoldását a feldolgozás *összefüggéseinek* mérési koordináta-rendszerbe transzformálása és mérési sávra szűrése jelenti. Ezzel a feldolgozás alapelve eltávolodik a korábbi, fizikai szemlélettel értelmezhető, általában a klasszikus megmaradás-törvényeken alapuló megoldási sémáktól (Földváry és Wermuth 2005).

A szűrőtervezés során azt tapasztaltuk, hogy a szűrőspecifikációknak megfelelő szűrő előállításuk egymástól akár 10%-kal eltérő eredményeket is adhat. Ez azt bizonyítja, hogy továbbra is érdemi feladat kísérletet tenni egy megfelelő szűrő tervezésére, hiszen a hivatalos feldolgozás által elfogadott szűrő (Schuh et al. 2010) kizárólagos létjogosultsága nem bizonyított.



**Közzétnyilvánítás.** A tanulmány a K-106118 számú OTKA projekt támogatásával készült.

### Hivatkozások

- Benedek J, Papp G** (2009): Geophysical Inversion of On Board Satellite Gradiometer Data: A Feasibility Study in the ALPACA Region, Central Europe. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 44(2), 179-190.
- Bouman J, Rispens S, Gruber T, Koop R, Schrama E, Visser P, Tscherning C, Veicherts M** (2009): Preprocessing of gravity gradients at the GOCE high-level processing facility. *Journal of Geodesy*, 83, 659–678.
- Bouman, J, Fiorot, S, Fuchs, M, Gruber, Th, Schrama, E, Tscherning, Ch, Veicherts, M, Visser, P** (2011): GOCE gravitational gradients along the orbit. *Journal of Geodesy*, 85, 791–805.
- Drinkwater MR, Floberghagen R, Haagmans R, Muzi D, Popescu A** (2003): GOCE: ESA's first Earth Explorer Core mission. *Earth Gravity Field from Space – from Sensors to Earth Sciences* (szerk. Beutler GB, Drinkwater M, Rummel R, von Steiger R), *Space Sciences Series of ISSI*, 18, 419-432.
- ESA** (1999): Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Mission. ESA SP-1233(1), report for mission selection of the four candidate Earth Explorer missions, ESA Publications Division, Noordwijk, 217.
- Földváry L** (2004): A gravimetriai műholdak korszaka. *Magyar Geofizika*, 45(4), 118-124.
- Földváry L, Wermuth M** (2005): Gravity inversion techniques for High-Low SST applied to a simulated GOCE orbit. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 40(1), 1-13.
- Gruber T, Rummel R, Abrikosov O, van Hees R** (2010): GOCE Level 2 Product Data Handbook, Doc. Nr. GO-MA-HPF-GS-0110, Issue 4.3. 77.
- Nagy D, Papp G, Benedek J** (2002): The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy*, 76(8), 475.
- Parks T W, Burrus C S** (1987): Digital filter design. John Wiley & Sons, New York. ISBN: 0471828963, 368.
- Pavlis N K, Holmes S A, Kenyon S C, Factor J K** (2012): The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 117(B16), 4406, DOI:10.1029/2011JB008916
- Papp G** (2001): On some error sources of geoid determination. *Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik*, 26 (Special Issue), 167-179.
- Papp G, Szeghy E, Benedek J** (2009): The determination of potential difference by the joint application of measured and synthetic gravity data: a case study in Hungary. *Journal of Geodesy*, 83(6), 509–521.
- Polgár Zs, Sujbert L, Földváry L, Asbóth P, Ádám J** (2013): Filter design for GOCE gravity gradients. *Geocarto International*, in print, DOI:10.1080/10106049.2012.687401.
- Rummel R** (2002a): Gravity gradiometry: From Loránd Eötvös to modern space age. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 37(4), 435-444.
- Rummel R** (2002b): Gravitációs gradiometria: Eötvös Lorántól a modern űrkorszakig. *Magyar Geofizika*, 43(4), 145–150.
- Rummel R, Balmino G, Johannessen J, Visser P, Woodworth P** (2002): Dedicated gravity field missions – principles and aims. *Journal of Geodynamics*, 33(1–2), 3–20.
- Rummel R, Yi W, Stummer C** (2011): GOCE gravitational gradiometry. *Journal of Geodesy*, 85(11), 777–790.
- Schuh WD, Brockmann JM, Kargoll B, Krasbutter I, Pail R** (2010): Refinement of the stochastic model of GOCE scientific data and its effect on the in-situ gravity field solution. *Proceedings of the ESA living planet symposium* (szerk. Lacoste-Francis H), ESA Publications SP-686, 28. June–2. July 2010, Bergen, Norway, ISBN: 978-92-9221-250-6
- Somodi B, Földváry L** (2011): Application of numerical integration techniques for orbit determination of state-of-the-art LEO satellites. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 55(2), 99-106.
- Szűcs E** (2012): Validation of GOCE time-wise gravity field models using GPS-levelling, gravity, vertical deflections and gravity gradient measurements in Hungary. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 56(1), 3-11.
- Vasziljevics P V** (2005): Lineáris algebra, Elméleti matematika sorozat. Typotex Elektronikus Kiadó Kft, ISBN 978-963-9548-51-0. 248.



# EÖTVÖS-INGA MÉRÉSEK FELHASZNÁLÁSÁNAK LEHETŐSÉGEI A GRADIOMETRIAI PEREMÉRTÉK- FELADAT MEGOLDÁSAIBAN

Szűcs Eszter\*, Benedek Judit\*



**Possible applications of Eötvös torsion balance measurements in the practical evaluation of gradiometric boundary value problems** – Based on numerical evaluation of integral transforms of synthetic gravity field quantities with different kernel modification of gradiometric boundary value problems it was investigated that in which frequency band could gravity gradients measured by Eötvös torsion balance contribute to gravity field recovery and refinement of gravity field features. Special attention was paid to integral equations of transforming horizontal gravity gradients to vertical gravity gradient, gravity anomaly and potential. Closed-loop differences between gravity field quantities derived from horizontal gradients via integral transformations and their “true” value were analysed for various wavelength bands both in space and in frequency domain.

**Keywords:** gradiometric boundary value problem, synthetic data sets, spectrally modified integral kernels

A gradiometriai peremérték-feladatok numerikus megoldásai során a magfüggvény módosításain keresztül szintetikus adatok felhasználásával vizsgáltuk, hogy az Eötvös-ingával mérhető horizontális gradiensek mely frekvenciatartományokban használhatók fel a nehézségi erőter meghatározása, pontosítása során. A vizsgálatokat a horizontális gradienseket vertikális gradienssé, gravitációs anomáliává és potenciálzavarrá transzformáló felületi integrálokra végeztük el. A szintetikus adatok felhasználásával adekvát módon meghatározhatóak és értelmezhetőek a gradiensekből számított erőtermenységek és azok valódi értékei közötti eltérések, melyeket különböző hullámhosszakon mind tér- mind frekvenciatartományban megvizsgáltunk.

**Kulcsszavak:** gradiens peremérték-feladatok, szintetikus adatrendszerek, magfüggvény módosítás

## 1 Bevezetés

A geoidmodellezés gyakorlati célja, hogy kapcsolatot teremtsen az ellipszoid feletti magasságok és a mindennapokban használt tengerszint feletti magasságok között. A nehézségi erőter modellezésben, különösen a nagy pontosságú geoidszámításban a cél általában a cm-pontosságú geoidmodell előállítás. A geoidfelület leírásában jellemzően a nagy hullámhosszúságú összetevők dominálnak, azonban ha a geoidot a spektrális tartományban vizsgáljuk, akkor az erőter spektrumát globálisan leíró analitikus modellek alapján (pl. Tscherning és Rapp 1974) körülbelül  $l = 10000$  fokszámig kell elvégezni a sorfejtést, hogy a magas frekvenciás tagok elhanyagolásából származó hiba hatása 1 cm alatt maradjon. Az egyedülállóan nagy felbontású globális geopotenciál modell, az EGM2008 (Pavlis et al. 2012), is „csak”  $l = 2160$  fokszámig tartalmazza az erőter spektrumát leíró együtthatókat, így a gyakorlati megoldásoknál különböző típusú mért nehézségi erőter mennyiségek és a topográfiát leíró digitális domborzatmodellek felhasználásával állítják elő a geoid közepes és magas frekvenciás összetevőit.

Mivel a mért erőtermenységek nagy felbontásban csak korlátozott területre állnak rendelkezésre, így ezek a különböző geodéziai peremérték-feladatok integrál-transzformációs megoldásaiban használhatók fel az erőter meghatározásához. Vizsgálataink a geodéziai peremérték-feladatok megoldásait leíró, a nehézségi erőter különböző paramétereit közötti kapcsolatot megteremtő felületi integrálok, ezek közül is az Eötvös-ingával mért horizontális gradienseken alapuló megoldások gyakorlati számításainak kérdéseire koncentrálnak.

## 2 A gradiometriai peremérték-feladatok

A matematikában a peremérték-feladat egy adott tartományon értelmezett differenciálegyenletek és a tartomány határán előírt peremfeltételek együttese. A peremérték-feladat megoldása a differenciálegyenlet megoldásai közül az, amely a peremfelületen eleget tesz az előírt peremfeltételeknek. A geodéziai peremérték-feladatok a Föld tömegét tartalmazó zárt  $\Omega$  felületen kívül harmonikus  $W$  nehézségi erőter-potenciálra felírható másodrendű elliptikus differenciálegyenlet – a  $\Delta W = 0$  Laplace egyenlet – megoldásán keresztül a Föld alakjának és nehézségi erőterének meghatározására irányulnak a Föld felszínén vagy annak külső terében végzett mérések (peremértékek) alapján. A nehézségi erőterben meghatározható mennyiségek nemlineáris függvénykapcsolatban állnak a nehézségi erőter  $W$  potenciáljával. Mivel a nemlineáris peremérték-feladat megoldása nem ismert, ezért a megoldás linearizálással történik (Torge 2001, Denker 2013). A különböző  $f$  erőtermennyiségek az  $\mathbf{r}$  helyvektornak és a nehézségi erőter  $W$  potenciáljának függvényei  $f = F(\mathbf{r}, W)$ .

A peremértékek linearizálásához valamely alkalmasan választott  $\mathbf{r}_0$  közelítő felület és  $U$  referencia-potenciálfüggvény szükséges, azaz  $f = F(\mathbf{r}_0 + \Delta\mathbf{r}, U + T)$ . Ismert peremfelület esetén a referenciapotenciállal történő linearizálás *zavar* típusú peremértékeket eredményez, míg ismeretlen peremfelület esetén a helyvektor és a referenciapotenciál szerinti linearizálással *anomália* típusú peremértékekhez jutunk. A geodéziai peremérték-feladatok megoldása során a Föld alakját a telluroiddal (peremfelület: fizikai földfelszín) vagy az ellipszoiddal (peremfelület: geoid) közelítjük, nehézségi erőterét pedig a normál nehézségi erőterrel, vagy a különböző közelítési hibák hatásának csökkentése érdekében, valamely rendelkezésre álló geopotenciális modellből meghatározható erőterrel.

A peremérték-feladatok analitikus, zárt alakú megoldásait leggyakrabban a peremfelület egy  $R$  sugarú gömbbel való közelítésével határozzák meg. Ezek a megoldások alkotják a különböző, a gömb alaktól eltérő (ellipszoid, fizikai földfelszín) peremfelületekre vonatkozó iteratív megoldások domináns tagjait.

Gömb alakú peremfelület esetén peremérték-feladatok megoldása megadható gömbfüggvénysor és felületi integrál összefüggés alakjában. Az utóbbinak nagy előnye, hogy lokális számítások esetén előnyösen használható (Jekeli 2009), mivel a peremérték-feladatot megoldó Green-függvények (integrál-magfüggvények) a számítási pont és adatpont közötti távolsággal vagy annak hatványaival fordítottan arányosak, így a távoli adatpontok (peremértékek) kicsiny változása nem okoz jelentős változást a megoldásban.

A geodéziai peremérték-feladatok lehetővé teszik bármely erőter-paraméter meghatározását a peremfelületen és a vonzó tömegen kívüli térben a peremfelületen adott erőter mennyiségből. A következőkben az  $R$  sugarú gömbön értelmezett gradiometriai peremérték-feladatok megoldásai közül a horizontális gradienseken alapuló megoldásokat vizsgáljuk, azaz azokat az összefüggéseket, melyek az Eötvös-inga által mért horizontális gradienseket valamely más, a gyakorlat szempontjából könnyebben hasznosítható erőtermennyiségekké (potenciálzavar, gravitációs anomália, vertikális gravitációs gradiens) transzformálják.

### 2.1 A gradiometriai peremérték-feladatok jelentősége

A geodéziai peremérték-feladatok a Föld alakjának és nehézségi erőterének meghatározását teszik lehetővé a különböző erőterre végzett mérések (peremértékek) alapján. A hagyományos gravimetriai peremérték-feladat, a Stokes-integrál – a klasszikus harmadfajú peremérték feladat megoldása gömb alakú peremfelület esetén – mellett az új típusú mérési mennyiségek, különösen GOCE műhold által mért nehézségi erőter gradiensek új típusú peremérték-feladatok megoldásaihoz vezettek.

Magyarországon egyedülállóan nagy számban állnak rendelkezésre a nehézségi erőter második deriváltjaival kapcsolatos földfelszíni gradiens mérések. Az Eötvös-inga mérések, amelyeket elsősorban geofizikai nyersanyagkutatás, vagyis a lokális, maximum 2000 m - 3000 m mélységű sűrűség-rendellenességek térképezése céljából végeztek, elméletileg jól felhasználhatóak a nehézségi erőter, kifejezetten annak nagyfrekvenciás összetevőjének meghatározásában. A geoid finomszerkezete meghatározásának egyik módja a görbületi gradiensekből nem túl távoli pontok esetében vonal-

integrál alkalmazásával függővonal-elhajlás értékek számítása (Ultmann 2013), vagy hasonló eljárással a horizontális gradiensekből gravitációs anomáliák (Völgyesi et al. 2007) meghatározása. Azonban a mért gradiensértékek közvetlenül is felhasználhatók a regionális geoidmeghatározás gravimetriai (Bíró et al. 2013) – azaz az erőterménységek egymás közötti fizikai kapcsolatán alapuló – módszereiben, így a legkisebb négyzetes kollokáció (Tóth 2009) vagy a különböző geodéziai peremérték-feladatok eljárásaiban.

Van Gelderen és Rummel (2001, 2002) általános levezetést adtak a potenciálzavart megadó túlhatározott, különböző típusú nehézségi erőter-mennyisek kombinációján alapuló peremérték-feladatokra, mind ismert, mind ismeretlen peremfelület esetén. Az általuk meghatározott gradiometriai peremérték-feladatokat Martinec (2003) továbbfejlesztette és megadta a peremérték-feladatokat megoldó függvények zárt alakját  $r > R$  számítási pont esetére. Tóth (2002, 2003) levezette a potenciálzavar, valamint a nehézségi rendellenesség meghatározására szolgáló, kizárólag az Eötvös-inga által mérhető gradiens és görbületi értékeket felhasználó túlhatározott peremérték-feladat megoldását. Tóth et al. (2005) vizsgálták a GOCE műhold által mért vertikális gradiens validálási lehetőségét földfelszíni gradiens értékek alapján. Šprlák et al. (2014) a gradiometriai peremérték-feladatok Martinec-féle (2003) analitikus megoldásai alapján meghatározták az Eötvös-tenzor valamennyi elemét előállító integrál-összefüggéseket, ezzel lehetővé téve a GOCE műhold által mért valamennyi gradiens ellenőrzését földfelszíni, mért gradiens adatok alapján. Munkájukkal a műhold pályamagasságából a földfelszínre számítható gradiensekkel (mért gradiensek lefele folytatása) a különböző geofizikai, a Föld belső sűrűségeloszlásának pontosítására irányuló kutatásokhoz is hozzájárultak.

## 2.2 A horizontális gradienseken alapuló gradiometriai peremérték-feladatok megoldása

Jelen tanulmány kizárólag a horizontális gradienseket más, a gyakorlatban könnyebben hasznosítható mennyiségekké átranzformáló (egyértelműen meghatározott) peremérték-feladatok gyakorlati számításainak kérdéseit vizsgálja. A számítások az  $r = R$  esetre korlátozódnak, az integrál-összefüggések meghatározásánál a peremfelületet ismertnek tételezzük fel. A túlhatározott gradiometriai peremérték-feladatok megoldásai megtalálhatók Rummel és Teunissen (1989), van Gelderen és Rummel (2001, 2002) valamint Tóth (2002, 2003) és Tóth et al. (2002) munkáiban, melyekből speciális eseként levezethető a kizárólag horizontális gradienseken alapuló megoldás, amely alapvető összefüggéseit itt közöljük.

A gömb geometriájának következtében valamely, a  $\sigma$  egységgömb felületén értelmezett négyzetesen integrálható függvény kétváltozós Fourier-spektrumának meghatározásához speciális ortonormális bázisfüggvény-rendszer szükséges.

A potenciálzavar gömbfüggvénytör alakban  $P(\lambda, \varphi, r)$  pontban

$$T(P) = k \sum_{lm} T_{lm} Y_{lm}(P), \tag{1}$$

ahol  $T_{lm} = \frac{\bar{C}_{lm}}{\bar{S}_{lm}}$  a potenciálzavar együtthatói,

$$Y_{lm}(\lambda, \varphi, r) = \left(\frac{R}{r}\right)^{l+1} \begin{cases} \bar{P}_{lm}(\sin \varphi) \cos m\lambda, & m \geq 0 \\ \bar{P}_{lm}(\sin \varphi) \sin |m|\lambda, & m < 0 \end{cases} \quad \text{a skalár értékű térbeli gömb-}$$

függvényeket (bázisfüggvények) jelöli,

$l$  és  $m$  a fok- és rendszámnak nevezett hullámszámok,

$\bar{P}_{lm}(\sin \varphi)$  a normalizált Legendre-függvények,

$k$  egy, a skálázást biztosító konstans (a továbbiakban eltekintünk tőle),

$R$  a referencia sugár.

A  $T_{lm}$  együtthatók a felületi gömbfüggvények ortogonalitása alapján határozhatók meg

$$T_{lm} = \iint_{\sigma} T(P) Y_{lm}(P) d\sigma. \quad (2)$$

A tömegvonzási erőter különböző paraméterei funkcionál-kapcsolatban állnak a potenciálzavarral: valamely  $f$  erőtermenység a potenciálzavarból a gravitációs paramétert definiáló  $\mathcal{L}$  differenciáloperátor alkalmazásával nyerhető. A tértartományban alkalmazott operátor  $\lambda_l$  spektrumbeli sajátértéke pedig a potenciálzavar és a gravitációs erőterhez kapcsolódó mennyiség spektrumbeli együtthatósora között teremt kapcsolatot ( $\lambda_l \neq 0$ )

$$\begin{array}{ccc} \text{tértartomány} & & \text{spektrális tartomány} \\ f = \mathcal{L}(T) & \leftrightarrow & f_{lm} = \lambda_l T_{lm} \\ \updownarrow & & \updownarrow \\ T = \mathcal{L}^{-1}(f) & \leftrightarrow & T_{lm} = \frac{1}{\lambda_l} f_{lm}. \end{array} \quad (3)$$

Az (1)-hez hasonlóan valamely erőtermenység felírható

$$f(P) = \sum_{lm} f_{lm} \mathbf{X}_{lm}(P) \quad (4)$$

alakban, ahol  $\mathbf{X}_{lm}$  szintén egy olyan ortonormális bázis, amely az  $f$  mennyiséget definiáló lineáris differenciáloperátor skalár értékű gömbfüggvényre alkalmazásával állítható elő

$$\mathbf{X}_{lm}(P) = \frac{1}{\lambda_l} \mathcal{L}(Y_{lm}(P)). \quad (5)$$

$\mathbf{X}_{lm}$  az alkalmazott  $\mathcal{L}$  differenciáloperátortól függően skalár, vektor (potenciálzavar elsőrendű horizontális deriváltjai esetén) vagy tenzor (potenciálzavar másodrendű horizontális deriváltjai esetén) értékű gömbfüggvényt jelent (van Gelderen és Rummel 1992). Az  $f$  mennyiség együtthatósora (2)-höz hasonlóan az ortogonalitás alapján

$$f_{lm} = \iint_{\sigma} f(P) \mathbf{X}_{lm}(P) d\sigma = \iint_{\sigma} f(P) \frac{1}{\lambda_l} \mathcal{L}(Y_{lm}(P)) d\sigma. \quad (6)$$

Az (1)-be (3)-at és (6)-ot behelyettesítve, az összegzést az integrálással felcserélve a potenciálzavarra vonatkozót peremérték-feladat általános alakja (van Gelderen és Rummel 2001)

$$T(P) = \sum_{lm} T_{lm} Y_{lm}(P) = \sum_{lm} \frac{1}{\lambda_l} f_{lm} Y_{lm}(P) = \iint_{\sigma} f(Q) \sum_{lm} \frac{1}{\lambda_l^2} \mathcal{L}(Y_{lm}(Q)) Y_{lm}(P) d\sigma. \quad (7)$$

A (7)-beli integrál a fizikai geodéziában szokásos konvolúciós integrál alakra egyszerűsíthető, ha a

$$K(P, Q) = \sum_{lm} \frac{1}{\lambda_l^2} \mathcal{L}(Y_{lm}(Q)) Y_{lm}(P) \quad (8)$$

peremérték-feladatot megoldó Green-függvény (magfüggvény) és az  $f(Q)$  mennyiség  $\sigma$  egység-gömbre vett szorzatintegráljának meghatározásánál felhasználjuk a potenciálzavar és a különböző erőter paraméterek együtthatói közötti kapcsolatot megadó  $\lambda_l$  sajátértékeket, valamint a skalár és tenzor értékű gömbfüggvények összegezési tételeit (van Gelderen és Rummel 2001).

A vizsgált peremérték-feladatok esetében a peremfelületen adott  $f(Q)$  mennyiségek a horizontális gradiens, melyek a megfelelő magfüggvényrel potenciálzavarrá, gravitációs anomáliává és vertikális gradienssé transzformálhatók. Ha a cél gravitációs anomália vagy vertikális gradiens

meghatározása a  $P$  számítási pontban, akkor a magfüggvény (8) alakjában a gravitációs anomáliát, vertikális gradienst definiáló  $\mathcal{L}$  differenciál operátort kell alkalmazni a  $P$  pontban értelmezett skalár értékű gömbfüggvényre.

A potenciálzavar tisztán  $z$ -irányú deriváltjai esetén egyszerű a spektrumbeli kapcsolat meghatározása, az (1)-ben adott összefüggésre alkalmazzuk a peremértékek linearizálására kapott összefüggéseket, a gravitációs anomália esetén gömbi közelítést alkalmazva

a tértartományban

$$\Delta g = \mathcal{L}_{\Delta g}(T) = -\partial_z T - \frac{2}{r} T = -\partial_r T - \frac{2}{r} T = \sum_l \left(\frac{R}{r}\right)^{l+2} \frac{(l-1)}{R} \sum_m T_{lm} Y_{lm}, \quad (9)$$

a spektrumban

$$\Delta g_{lm} = \frac{(l-1)}{R} T_{lm}, \quad \lambda_l(\Delta g) = l-1.$$

A vertikális gradienst a  $\partial_{zz}$  operátor definiálja, (1)-ből  $z$ -szerinti kétszeri deriválás után a tértartományban

$$T_{zz} = \mathcal{L}_{T_{zz}}(T) = -\partial_{zz} T = -\partial_{rr} T = \sum_l \left(\frac{R}{r}\right)^{l+3} \frac{(l+1)(l+2)}{R^2} \sum_m T_{lm} Y_{lm}, \quad (10)$$

a spektrumban

$$(T_{zz})_{lm} = \frac{(l+1)(l+2)}{R^2} T_{lm}, \quad \lambda_l(T_{zz}) = (l+1)(l+2).$$

A (7)-beli integrál egyszerűbb alakra hozásához felhasználjuk, hogy  $z$ -irányú deriváltak esetén  $\mathcal{L}(Y_{lm}) = \lambda_l Y_{lm}$ , valamint a skalár értékű gömbfüggvények összegezési tételét

$$\sum_{lm} Y_{lm}(P) Y_{lm}(Q) = \sum_l (2l+1) P_l(\cos \psi). \quad (11)$$

A potenciálzavar  $T_{lm}$  együtthatói és az Eötvös-tenzor horizontális deriváltakat tartalmazó elemei együtthatósora közötti kapcsolatot megadó  $\lambda_l$  spektrumbeli sajátérték meghatározása korántsem ilyen egyszerű. A (7)-beli integrál a potenciálzavar  $\mathcal{L} = \{\partial_{xz}, \partial_{yz}\}$  horizontális irányú deriváltjai esetén a gömbfelületen értelmezett  $f$  mennyiség és a  $K$  magfüggvény helyi koordináta-rendszerben vett horizontális deriváltjaiból képzett vektor értékű kombináció felületi integrálját eredményezi. Az Eötvös-inga által mért horizontális gradiensek esetén pont ezek a  $\{T_{xz}, T_{yz}\}$  mérés-kombinációk állnak rendelkezésre a magfüggvény deriváltjai pedig gömbháromszögtani összefüggések alapján átirthatóak az  $\alpha$  azimut és a  $\psi$  a gömbi szögtávolság függvényeként. Van Gelderen és Rummel (1992) cikkükben meghatározták a potenciálzavar és az Eötvös-tenzor bizonyos elemkombinációi, így a  $\{T_{xz}, T_{yz}\}$  mennyiség közötti kapcsolatot megadó spektrumbeli sajátértékeket,  $\lambda_1(\{T_{zx}, T_{zy}\}) = \sqrt{l(l+1)(l+2)}$ . Így

$$T(P) = k \iint_{\sigma} E^T(\psi) (T_{xz}(Q) \cos \alpha_Q + T_{yz}(Q) \sin \alpha_Q) d\sigma, \quad (12)$$

ahol a potenciálzavarra vonatkozó Eötvös-magfüggvény a (8), (11) és  $\lambda_1(\{T_{zx}, T_{zy}\})$  alapján

$$E^T(\psi) = -\frac{\partial}{\partial\psi} \sum_l \frac{(2l+1)}{l(l+1)(l+2)} P_l(\cos\psi) = \sum_l \frac{(2l+1)}{l(l+1)(l+2)} P_{l1}(\cos\psi), \quad (13a)$$

$\alpha_Q$  a  $Q$  integrálási pontból a  $P$  számítási pontban mért azimut, és  $P_{l1}(\cos\psi)$  az  $l$ -ed fokú 1-rendű Legendre függvényeket jelöli.

A (12)-hez hasonló összefüggések vezethetők le a gradiensekből a gravitációs anomália illetve a vertikális gradiens transzformációjára. A magfüggvények meghatározásánál (13a)-ban figyelembe vesszük a gravitációs anomália valamint a vertikális gradiens és a potenciálzavar között meghatározott (9) és (10) szerinti spektrumbeli összefüggést, mely a következő Eötvös-magfüggvényeket adja spektrális alakban

$$E^{\Delta g}(\psi) = -\frac{\partial}{\partial\psi} \sum_l \frac{(2l+1)(l-1)}{l(l+1)(l+2)} P_l(\cos\psi) = \sum_l \frac{(2l+1)(l-1)}{l(l+1)(l+2)} P_{l1}(\cos\psi), \quad (14a)$$

valamint

$$E^{T_{zz}}(\psi) = -\frac{\partial}{\partial\psi} \sum_l \frac{(2l+1)(l+1)(l+2)}{l(l+1)(l+2)} P_l(\cos\psi) = \sum_l \frac{(2l+1)}{l} P_{l1}(\cos\psi). \quad (15a)$$

A Legendre-polinomok összegzési tételeit felhasználva gradiens peremérték-feladatot megoldó (13a)-(15a) magfüggvények a tértartományban felírhatók zárt alakban (van Gelderen és Rummel 2001)

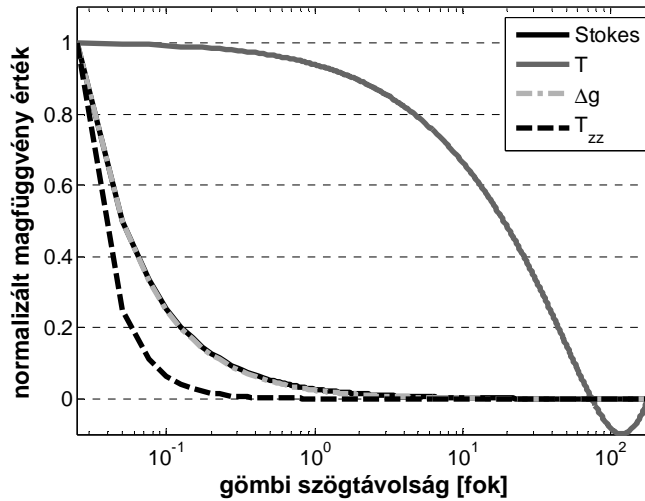
$$E^T(\psi) = \frac{\sin(\psi)}{2} - \frac{3 \cos(\frac{\psi}{2})}{2} - \frac{3 \cos(\frac{\psi}{2})}{2(\sin^2 \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\psi}{2})} + \frac{3 \ln\left(\frac{\sin \frac{\psi}{2} + 1}{\sin \frac{\psi}{2}}\right) \sin\psi}{2} - \frac{\cos \frac{\psi}{2}}{2(\sin \frac{\psi}{2} + 1)} + \frac{3 \cos^3 \frac{\psi}{2}}{2(\sin^2 \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\psi}{2})}, \quad (13b)$$

$$E^{\Delta g}(\psi) = \cos \frac{\psi}{2} \left( 10 \sin \frac{\psi}{2} - 18 \sin^2 \frac{\psi}{2} \ln\left(\frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} + 1\right) - 18 \sin^3 \frac{\psi}{2} \ln\left(\frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} + 1\right) - 9 \cos^2 \frac{\psi}{2} + 9 \sin^2 \frac{\psi}{2} + 7 \right) / \left( 2 \sin \frac{\psi}{2} \left( \sin \frac{\psi}{2} + 1 \right) \right), \quad (14b)$$

$$E^{T_{zz}}(\psi) = \frac{\cos \frac{\psi}{2} \left( -12 \sin^4 \frac{\psi}{2} - 12 \sin^3 \frac{\psi}{2} + 2 \sin^2 \frac{\psi}{2} + 2 \sin \frac{\psi}{2} + 1 \right)}{2 \sin^2 \frac{\psi}{2} \left( \sin \frac{\psi}{2} + 1 \right)}. \quad (15b)$$

A felületi integrálok megoldásaiban szereplő magfüggvények a távolság valamely hatványával fordítottan arányosak. A gradiens peremérték-feladatokat megoldó Green-függvények alakja jól mutatja a gradiensek nehézségi erőter számításban való alkalmazhatóságát. A potenciálzavar meghatározására szolgáló  $E^T(\psi)$  függvény korlátos  $\psi = 0$  esetén a távoli adatpontok hatása nem hanyagolható el (Tóth 2003, Martinec 2003), az integrálási sugár korlátozásából eredő csonkítási hiba jelentős (1. ábra).





**1. ábra.** A gradiens peremérték-feladatot megoldó normalizált magfüggvények a potenciálzavar, a nehézségi rendellenesség és a vertikális gradiens esetében. Összehasonlításként a Stokes magfüggvény is látható

Az  $E^{\Delta g}(\psi)$  függvény hasonló a Stokes-féle magfüggvényhez,  $\psi = 0$  esetén szinguláris, és a gömbi szögtávolság növekedésével gyorsan lecsökken. Az  $E^{T_{zz}}(\psi)$  függvény szintén szinguláris zérus szögtávolság esetén, a függvény csökkenése még gyorsabb, mint az  $E^{\Delta g}(\psi)$  függvényé, így jelentősen kisebb területről szükségesek gradiens adatok  $T_{zz}$  meghatározására.

### 3. Numerikus vizsgálatok

#### 3.1 Felhasznált adatok

A fizikai geodéziai feladatok megoldásai, a megoldások numerikus módszerei, valamint a különböző paraméterek (adatsűrűség, mérési zaj,...) változtatásának megoldásra gyakorolt hatásai jól ellenőrizhetők az egymással konzisztens, szintetikus adatrendszerek alapján. A szintetikus adatrendszerek (Vaniček et al. 2013, Hirt et al. 2013) előállíthatók gömbfüggvény sorfejtéssel a rendelkezésre álló globális geopotenciális modellek (GGM) felhasználásával, ez az ún. *effect modeling*, illetve valamely diszkrétizált sűrűségmodellből a newtoni tömegvonzási integrál alkalmazásával, mely a *source modeling* módszere. A két eljárás kombinálásával olyan szintetikus adatrendszer állítható elő, mely jól közelíti a valódi földi nehézségi erőteret, mivel annak hosszú és közepes hullámhosszú összetevője GGM-eken alapul, másrészt felbontása és információ tartalma összemérhető a gyakorlatban végzett különböző gravitációs mérésekével, hiszen tartalmazza a nagy felbontásban rendelkezésre álló DTM-ekből meghatározható topográfiai tömegek hatását, mely a nehézségi erőter magas frekvenciájú összetevőjének forrása. A source modeling számításigényessége miatt - viszonylag nagy adatterületre, nagy sűrűségben szükségesek gradiens adatok - vizsgálataink az EGM2008 GGM felhasználására korlátozódnak, amely egyedülállóan nagy felbontása - kb. 9 km a szélességi foktól függően - lehetővé teszi a vizsgálatok elvégzését. Másrészt a newtoni integrál numerikus számítása során a leggyakrabban alkalmazott térfogatelem, a derékszögű prizma esetében, ha a számítási pont kellően közel esik a ható éleihez, akkor a potenciál második deriváltjai esetében ezek az élek mesterséges (fizikai tartalom nélküli) hatásokat eredményeznek. Ahogy Benedek (2009) megállapította a második deriváltak esetén a felszínhez közeli számítási pontokban a poliéder térfogatelem alkalmazása célszerűbb, azonban ennek számításigényessége átlagosan 1.5-szer nagyobb, mint a derékszögű hasáb térfogatelemnek.

A számításokhoz a horizontális gradienseket valamint a vertikális gradienst, a gravitációs anomáliát és a geoidundulációt az EGM2008 modell felbontásának megfelelően egy 5' x 5' felbontású

rácsra határoztuk meg a modellből (Smith 1998), a gradiensek számításához Petrovskaya és Vershkov (2006) összefüggéseit használtuk fel, melyekkel elkerülhető a Legendre függvények deriváltjainak számítása. Az adatterület kiterjedése  $10^\circ < \lambda < 30^\circ$  és  $40^\circ < \varphi < 55^\circ$ , a számítási területé  $15^\circ < \lambda < 25^\circ$  és  $45^\circ < \varphi < 50^\circ$ , ennek megfelelően a csonkítási hiba számításával nem foglalkoztunk. A számítások  $h = 0$  ellipszoid feletti magasságra vonatkoznak. A választott adatterületen a gradiensek széles skálán [-300E, +300E] mozognak, szórásuk  $\pm 25$ E körüli, így a vizsgálat szempontjából a választott terület reprezentatívnak tekinthető (1. táblázat).

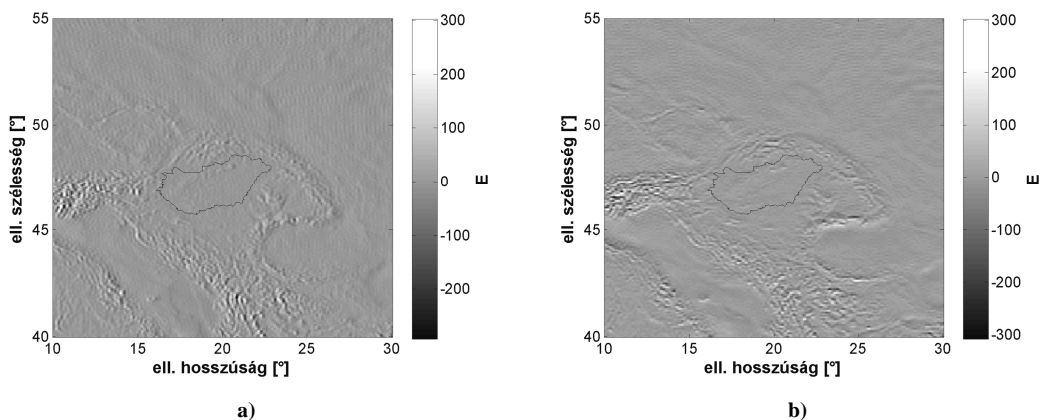
### 3.2 Alkalmazott számítási eljárás

Szintetikus gravitációs erőter mennyiségek alapján bármely erőter-paraméterből bármely más erőter-paraméterre történő akár geometriai, akár fizikai összefüggéseken alapuló transzformáció numerikus megvalósítása kvantitatívan vizsgálható, hiszen az egymással konzisztens erőter mennyiségek adekvát ellenőrzési lehetőséget nyújtanak, az alkalmazott fizikai geodéziai összefüggések pedig egy-egy leképezést biztosítanak. A kiinduló adatok diszkrét voltából így az analitikus összefüggések numerikus számításából fakadó elhanyagolások, közelítések szintetikus erőteradatok alapján meghatározhatók. Az integrál transzformációk gyakorlati számításában az adatok diszkrétizációjával a teljes egységgömbön értelmezett folytonos adat és a magfüggvény konvolúciója helyett az eredmény a véges kiterjedésű adatterületen az adatrács felbontásának megfelelő, véges  $\Delta\varphi \Delta\lambda \cos\varphi$  kiterjedésű adatcella értéke és a konvolúció magfüggvényének az adatcella középpontjára vonatkozó súlyozott összegeként írható fel.

A felületi integrálok esetében szintetikus adatrendszerek felhasználásával gyakran vizsgált paraméter a szükséges adatsűrűség elemzése, azaz, annak meghatározása, hogy mekkora az a minimális adatpont távolság amely mellett a konvolúciós integrálból a kívánt erőter paraméter megadott hibakorlát alatt meghatározható (Benedek 2000).

**1. táblázat.** Horizontális gradiensek statisztikai jellemzői a  $10^\circ < \lambda < 30^\circ$  és  $40^\circ < \varphi < 55^\circ$  adatterületen, spektrális tartomány: 2-2160 foks szám, [E]

	$T_{zx}$	$T_{zy}$
átlag	-0.2	-0.1
szórás	26.6	25.3
min.	-308.6	-292.7
max.	300.0	303.1



**2. ábra.** a)  $T_{zx}$  (meridián irányú) és b)  $T_{zy}$  (első vertikális sík irányú) gradiens a számítási területen, spektrális tartomány: 2-2160 foks szám

Egy másik gyakran vizsgált paraméter a csonkítási sugár nagysága és a magfüggvény különböző módosítási eljárásainak vizsgálata (Featherstone (2013) és az abban szereplő hivatkozások). A különböző magfüggvény-módosítási eljárásokról a Hotine-integrál (gravitációs zavart potenciálzavarrá transzformáló összefüggés) kapcsán Featherstone (2013) ad részletes összefoglalást. A felületi integrálok magfüggvényeinek spektrumbeli módosítása spektrális szűrőként is felfogható és ezen keresztül szabályozható, hogy az egyes adatrendszerekből mely frekvenciatartományokból kerüljenek adatok a megoldásba.

Az EGM2008 modell maximális felbontását használva a tanulmányban azt vizsgáljuk, hogy a horizontális gradienseken alapuló integrál-transzformációk numerikus megoldásaiban a gradiensek mely frekvenciatartományokon használhatók legjobban a vertikális gradiens, gravitációs anomália és geoidmagasság meghatározásában, melyhez a magfüggvények (13a, 14a, 15a) sorfejtéses alakjait használjuk fel.

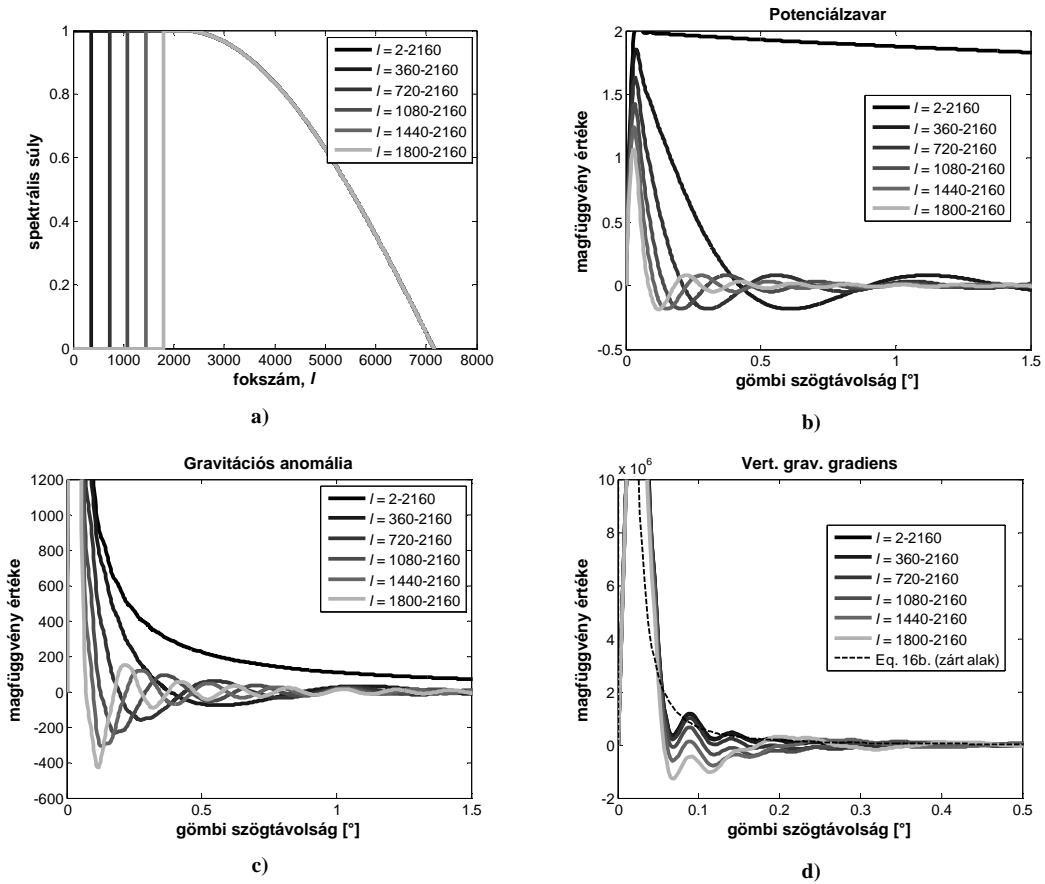
A magfüggvényeket Legendre-sor alakjában egy egyszerű téglalap ablakkal határoztuk meg, hogy a számítás során mely frekvencia tartományokat engedje át a magfüggvény, és melyeket nyomja el. A kezdő hullámszámok rendre a következők voltak:  $l_1 = 2, 360, 720, 1080, 1440, 1800$  a végső hullámszám pedig minden esetben  $l_2 = 2160$  (3.a ábra). Az  $l_2 = 2160$  foknál levő éles levágás miatt a tértartományban számított magfüggvényben oszcillációk jelennek meg, aminek elkerülésére  $l = 2160-7160$  fokszám között egy koszinusz-függvény szerinti levágást alkalmaztunk. Az így megválasztott spektrális súlyok közel állnak a gyakorlatban is alkalmazott módszerekhez, amikor is az erőter hosszú hullámhosszú összetevőit teljes egészében vagy részben a műholdas adatok mérésin alapuló GGM-ekből határozzák meg, és a mért különböző erőtermennyiségekből csak a közepes és magas frekvenciájú tagjait határozzák meg a megoldásnak.

A magfüggvények egyszerű módosítási eljárásainak következtében a fent említett módszer helyett egyszerűen alkalmazható lett volna az ún. remove-restore eljárás is a magfüggvények (13b, 14b, 15b)-beli zárt alakját felhasználva, azonban célunk az volt, hogy a számítási módszert a későbbiekben mért gradiensekre és tetszőleges magfüggvény módosítási eljárásokkal alkalmazzuk. A tértartományban a módosított magfüggvényeket a 3. ábra mutatja. A potenciálzavar és a gravitációs anomália esetében a „teljes” ( $l = 2-2160$ ) spektrális tartományú magfüggvény alig tér el a zárt alakban megadott változattól (3.b. és c. az ábrán nem is tüntettük fel), azonban a vertikális gradiens esetén a  $\psi = 0$  gömbi szögtávolság körül gyorsan csökkenő magfüggvényt annak maximális fokszámig korlátozott Legendre-sora nem képes teljes mértékben visszaállítani. A módosított magfüggvények viszonylag rövid gömbi szögtávolságon jelentősen lecsökkennek, majd zérus érték körül ingadoznak, csökkentve ezzel az adatterület korlátosságából fakadó csonkítási hiba mértékét.

### 3.3 Módosított magfüggvényekkel és harmonikus szintézissel meghatározott $T_{zz}$ , $\Delta g$ és $N$ összehasonlítása

A konvolúciós integrál (12) diszkrét alakjának számítását a megfelelő, módosított magfüggvényekkel 1D-s, szabatos gömbi FFT-vel (Haagmans et al. 1993) végeztük, az így nyert mennyiségeket a továbbiakban  $T_{zz\_FFT}$ ,  $\Delta g\_FFT$  és  $N\_FFT$ -vel jelöljük. Az EGM2008 modell együtthatóit szintén a megfelelő spektrális súlyokkal módosítva gömbi harmonikus szintézissel (SHS – spherical harmonic synthesis) meghatároztuk a referencia mennyiségeket ( $T_{zz\_SHS}$ ,  $\Delta g\_SHS$  és  $N\_SHS$ ), a továbbiakban ezek eltéréseit vizsgáltuk meg a választott frekvenciatartományok függvényében.

A vertikális gradiensekre kapott számítás eredményeit foglalja össze a 2. táblázat. A jól ismert tény, hogy a gradiens értékek az erőter kis léptékű, magas frekvenciás összetevőiről adnak információt, jelenergiájuk az erőter rövid hullámhosszú tagjaira koncentrálódik, látszik az SHS-sel meghatározott vertikális gradiens különböző frekvenciatartománybeli szórásán. A vizsgált legrövidebb hullámhossz tartomány esetén a gradiensek szórása kb. a fele, mint a teljes spektrális tartományon. Az FFT-vel számított gradiensek inkább csak jellegükben (hosszú és közepes hullámhosszú tagok) adják vissza a tényleges gradiens értékeket, ahogy az a minimum és maximum értékek intervallumaiból és a szórásból is látszik.



**3. ábra.** a) Spektrális súlyok és módosított magfüggvények rendre b) potenciálzavar, c) gravitációs anomália és d) vertikális gravitációs gradiens számításához. A sorfejtés maximalizálása következtében a módosított magfüggvények nem szingulárisak a számítási pontban ( $\psi = 0$  -ban)

A 2. táblázat utolsó oszlopa a két módon számított vertikális gradiens korrelációját mutatja, melyből megfigyelhető, hogy kizárólag a magas fokszámú ( $l > 1080$ ) tagokra koncentrálva a horizontális gradiensekből számított vertikális gradiens nincs összhangban a gömbfüggvény sorfejtésből számított értékekkel. Ennek egyik oka valószínűleg a felületi integrál esetén a kiindulási adatok, a horizontális gradiensek viszonylag kis felbontása. Másrészt a viszonylag nagyméretű adatcellán ( $\sim 9 \text{ km} \times 6 \text{ km}$ ) a módosított magfüggvények gyorsan változnak, így célszerűbb a számítási pont környezetében a magfüggvényt annak az adatcellára vonatkozó integrál átlagával közelíteni (Hirt et al. 2011).

**2. táblázat.** Integrál-transzformációval és gömbfüggvény sorfejtéssel meghatározott vertikális gradiens statisztikai jellemzői a  $15^\circ < \lambda < 25^\circ$  és  $45^\circ < \varphi < 50^\circ$  számítási területen [E]

$l$ spektrális tartomány	min./max.		szórás		corr ( $T_{zz\_FFT}, T_{zz\_SHS}$ )
	$T_{zz\_FFT}$	$T_{zz\_SHS}$	$T_{zz\_FFT}$	$T_{zz\_SHS}$	
2-2160	-67.2/149.8	-177.3/256.0	18.5	32.3	0.92
360-2160	-74.7/128.0	-202.0/235.2	16.8	31.1	0.92
720-2160	-90.4/ 94.5	-231.0/205.5	14.1	29.1	0.92
1080-2180	-71.0/ 68.1	-216.7/197.9	12.0	26.2	0.86
1440-2160	-75.8/ 67.6	-161.2/158.6	11.4	22.3	0.64
1800-2160	-87.4/ 81.2	-90.9/ 76.1	13.1	17.2	0.34

A gravitációs anomália – mely a potenciálzavar elsőrendű deriváltjával kapcsolatos mennyiség – jeltartalma az erőtér hosszú és közepes hullámhosszúságú részeire koncentrálódik. A horizontális gradienseket gravitációs anomáliává transzformálva látható, hogy a gradiens-gravitációs anomália magfüggvény szintén aluláteresztő szűrőként működve a hosszú és közepes hullámhosszokon ad jó eredményt (3. táblázat). Azonban összehasonlítva a gradiens-vertikális gradiens transzformációval, megfigyelhető, hogy a módosított magfüggvénnyel gravitációs anomáliákra még az  $l = 1080$  fokszámig is jó eredményt kapunk ( $\text{corr} = 0.89$ ) a statisztikai számítások alapján.

A geoidmagasság esetén, ahogy Tóth (2002) is megállapította és a 4. táblázatból is látszik a teljes,  $l = 2-2160$  spektrumú magfüggvénnyel történő számítás esetén a csonkítási hiba nem elhanyagolható mértékű. A geoidmagasság jeltartalma az alacsony fokszámokra koncentrálódik, és megfigyelhető, hogy a közepes hullámhosszon ( $l = 360 - 1080$ ) módosított gradiens-potenciálzavar magfüggvények igen jó egyezést adnak az SHS-sel számított értékekkel (4. táblázat). Kizárólag a magas frekvenciákra korlátozva a magfüggvényt az egyezés az integrál-transzformációval és a gömbi sorfejtéssel számított mennyiségek között még kielégítő, azonban ezeken a frekvenciatartományokon a geoidmagasságok már véletlenszerű mintázatot mutatnak a Kárpát-medencében és csupán a Kárpátok és az Alpok keleti nyúlványai területén tartalmaz realiztikus jelet, amit valószínűleg a magas korrelációt okoz.

A tértartománybeli vizsgálat mellett a SHS-sel és a gradiensekből FFT-vel nyert különböző erőterménységek információtartalmát a következőkben a frekvenciatartományban hasonlítottuk össze. A vizsgálatokhoz a választott spektrális súlyokkal módosított magfüggvényekkel számított erőterparaméterek és az ezeknek megfelelő gömbi harmonikus szintézissel előállított mennyiségek kereszt-és autospektrumán alapuló átviteli függvényét határoztuk meg az adatok felbontásának megfelelő frekvencia tartományon.

**3. táblázat.** Horizontális gradiensekből módosított magfüggvényekkel és gömbfüggvény sorfejtéssel számolt gravitációs anomália statisztikai jellemzői a  $15^\circ < \lambda < 25^\circ$  és  $45^\circ < \varphi < 50^\circ$  számítási területen [mGal]

$l$ spektrális tartomány	min./max.		szórás		corr
					$(\Delta g_{\_FFT}, \Delta g_{\_SHS})$
	$\Delta g_{\_FFT}$	$\Delta g_{\_SHS}$	$\Delta g_{\_FFT}$	$\Delta g_{\_SHS}$	
2-2160	-104.7/198.9	-93.7/238.4	30.23	31.77	0.99
360-2160	-74.9/130.7	-79.2/160.1	17.43	19.58	0.98
720-2160	-66.0/ 76.1	-95.7/ 91.8	11.19	13.90	0.98
1080-2180	-53.6/ 50.4	-86.8/ 75.5	7.87	10.65	0.96
1440-2160	-38.7/ 31.9	-58.5/ 56.5	5.46	7.98	0.89
1800-2160	-25.5/ 23.2	-29.1/ 24.3	4.07	5.54	0.66

**4. táblázat.** Integrál transzformációval és gömbfüggvény sorfejtéssel meghatározott geoidmagasság statisztikai jellemzői a  $15^\circ < \lambda < 25^\circ$  és  $45^\circ < \varphi < 50^\circ$  számítási területen, [m]

$l$ spektrális tartomány	min./max.		szórás		corr
					$(N_{\_FFT}, N_{\_SHS})$
	$N_{\_FFT}$	$N_{\_SHS}$	$N_{\_FFT}$	$N_{\_SHS}$	
2-2160	-2.160/10.593	30.131/48.588	2.276	3.700	0.90
360-2160	-0.921/ 1.331	-0.923/ 1.441	0.203	0.207	0.99
720-2160	-0.425/ 0.468	-0.445/ 0.539	0.076	0.082	0.98
1080-2180	-0.282/ 0.260	-0.282/ 0.260	0.042	0.048	0.97
1440-2160	-0.172/ 0.151	-0.218/ 0.210	0.024	0.030	0.93
1800-2160	-0.087/ 0.065	-0.095/ 0.082	0.014	0.018	0.79

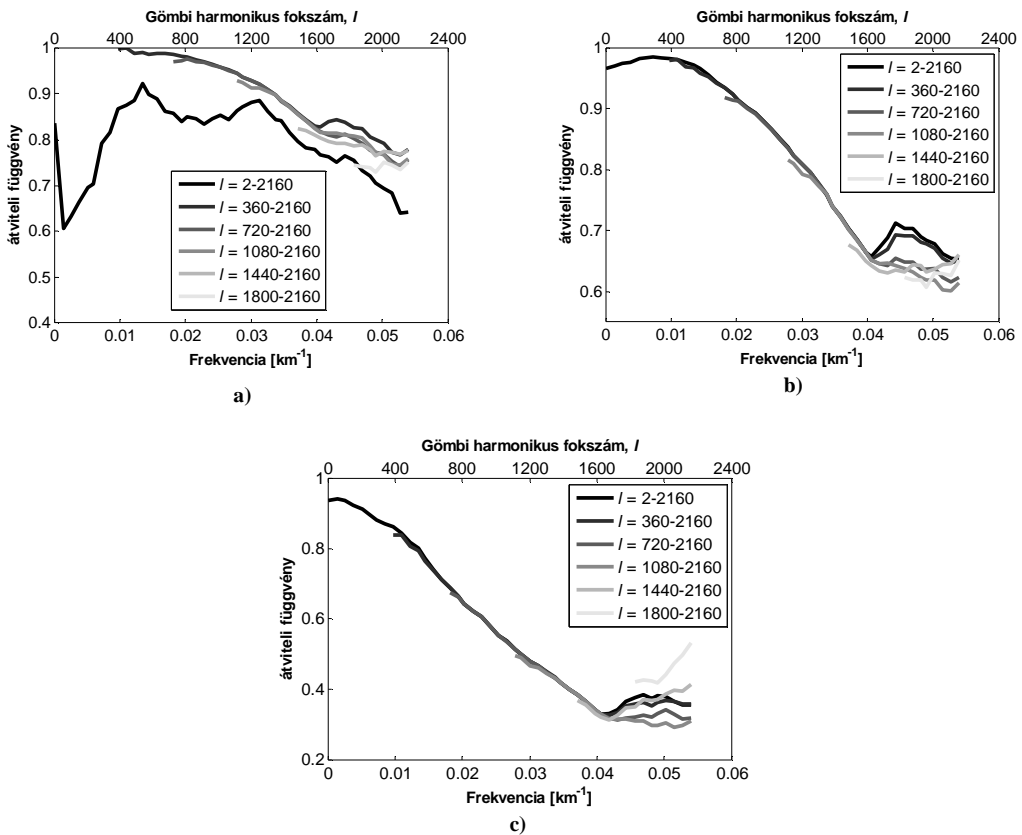
Az átviteli függvény

$$tf = \frac{CPD(x, y)}{PSD(x)} \quad (17)$$

az  $x$  bemeneti jel és a tőle lineárisan függő  $y$  kimeneti jel keresztspektrumának és a bemenő jel spektrumának hányadosa. A különböző erőtermenységek spektrumait 2D-s FFT-vel számítottuk, a spektrum varianciájának csökkentésére DPSS (Slepian-féle) ablakolást alkalmaztunk. Feltételezve a meghatározott 2D-s átviteli függvény izotrópiáját, azimut szerinti átlagolással 1D-s függvény állítható elő. Ha a rendszer két változója között valóban lineáris kapcsolat áll fent, akkor az átviteli függvény értéke a teljes frekvenciatartományon 1.

A potenciálzavarra, gravitációs anomáliára és vertikális gradiensre számított átviteli függvényeket a 4. ábra mutatja. Mindhárom esetben megfigyelhető, hogy a peremérték-feladatot megoldó magfüggvények kizárólag az erőter alacsony frekvenciájú tagjait képesek előállítani maradéktalanul a felhasznált horizontális gradiens adatokból.

A potenciálzavar esetében a hosszú hullámhosszakat  $l = 360$  és  $l = 720$  fokig kiszűrő módosított magfüggvények egészen az  $l = 1200$  közepes hullámhosszakig ( $tf > 0.9$ ) elfogadható eredményt adnak, ami megközelítőleg 30 km-es hullámhosszúságú geoidformáknak felel meg. Ahogy azt az átviteli függvény is jól demonstrálja, a teljes spektrumú magfüggvény jelentős csonkítási hibát okoz a geoid nagy hullámhosszú tagjaiban. Tekintettel arra, hogy a geoid jeltartalma a spektrum alacsony frekvenciás tagjaira korlátozódik, a magfüggvényből a nagyon hosszú hullámhosszú tagokat kiszűrve a gradiensekből a geoid hosszú- és közepes hullámhosszú tagjai meghatározhatók.



4. ábra. Különböző frekvenciatartományokban gradiensekből FFT-vel és gömbi harmonikus szintézissel számított erőtermenységek átviteli függvénye: (a) potenciálzavar, (b) gravitációs anomália, (c) vertikális gradiens.

A jelmagyarazát az átengedett hullámhossztartományt mutatja

A gravitációs anomália esetében az átviteli függvények alapján megközelítőleg  $l = 800$  fokszámig – amely megközelítőleg 50 km hullámhosszúságú nehézségi erőter formákat jelent – adnak adekvát eredményt a horizontális gradiensek. Így az alkalmazott szintetikus adatrendszer esetén a magfüggvény egyre magasabb fokszámokon való módosításával, a megoldásból az alacsony és közepes fokszámú tagok kiszűrésével nem kapható jó becslés a gravitációs anomália magas frekvenciás összetevőire az alkalmazott numerikus integrálási eljárás mellett.

A vertikális gradiens esetében figyelhető meg legjobban, hogy a magfüggvény kizárólag az erőter nagy léptékű formáit képes előállítani a horizontális gradiensekből. Az erőter magas frekvenciás tagjai esetén ( $l > 400$ ) gyenge az egyezés az FFT-vel és a SHS-sel számított mennyiségek között.

#### 4. Összefoglalás és kitekintés

A geodéziai peremérték-feladatokat megoldó integrálegyenletek a különböző erőtermennyiségek közötti egy az egyben leképezést megvalósítják az erőter teljes spektrumán. Azonban a gyakorlati megoldások esetén diszkrét adatrendszereken numerikus módszerekkel történik a számítás, mely elkerülhetetlenül hibát visz a megoldásba.

Globális geopotenciális modell együttható sorából származtatott szintetikus adatokon vizsgáltuk, hogy az Eötvös-ingával mérhető horizontális gradiensek a különböző geodéziai peremérték-feladatok numerikus megoldásaiban hogyan használhatók fel, hozzájárulva ezzel a minél pontosabb nehézségi erőter modellezéshez. A gradiensek, ha a pontsűrűségüknek megfelelő és frekvenciatartományban kedvező jel-zaj viszonytal jellemezhetők, az erőter kis léptékű lokális formáiról adnak információt, így a vizsgált mennyiségek hasonló skálájú összetevőinek meghatározásához, pontosításához járulhatnak hozzá. Máskülönb a lokális hatások csak a zajt növelik, hiszen a pontok közötti távolság növekedésével a mérési adatok között egyre csökken a korreláció, ami a mintavételezési törvényt is figyelembe véve a nagyobb távolságokra számított adatokat, vagyis az erőter nagyobb léptékű szerkezeti formáit is torzítja (aliasing).

Ehhez a szintetikus horizontális gradiensekből három, a potenciálzavar különböző fokszámú deriváltjával kapcsolatban álló mennyiség, a geoidmagasság, gravitációs anomália és a vertikális gravitációs gradiens számítására szolgáló integrál transzformáció magfüggvényeinek különböző frekvenciatartománybeli módosításait vizsgáltuk meg. Az alkalmazott geopotenciális modell maximális felbontását kihasználva végeztük a számításokat, azonban a számítási pont közelében gyorsan változó magfüggvények esetében az adatcella középpontjára számított függvényértékek egyfajta simító hatást eredményeztek, ami jelentkezett a számított mennyiségekben is. Másrészt az adott adatcellaméret mellett a gradiensekből képzett vektorkombináció két, az azimutól függő tagot is tartalmaz, amely a magfüggvénnyel szorozva gyorsan változó irányfüggő elemet visz a megoldásba. A gravitációs anomália és a geoidmagasság esetén a gradiensekből a módosított magfüggvényekkel számított értékek még a közepes és a magas frekvenciákon is jó eredményt adtak. A módosított magfüggvényeken keresztül a gradiensek közvetlenül geoidmagassággá transzformálhatók.

Azonban ha a cél a geoid finomszerkezetének, a 30 km-nél rövidebb hullámhosszú tagjainak a meghatározása, akkor az integrálok numerikus számításából eredő közelítések miatt a jelen vizsgálatban rendelkezésre álló szintetikus gradiens értékek felbontásánál jóval nagyobb felbontású adatok szükségesek. A tanulmányban a szintetikus, elvileg hibamentes, egymással konzisztens gradiens, gravitációs anomália és geoid adatokon végzett számítással azt próbáltuk indirekt módon megbecsülni, hogy a tényleges, mért gradiens értékek, az Eötvös-inga mérések a regionális erőter modellezés során mekkora, és milyen frekvenciatartalmú hozzájárulást adhatnak a geoidmodellhez. Természetesen a mért adatok inhomogén ponteloszlása, a méréseket terhelő hibák, a mérési hely bizonytalansága további figyelembe veendő tényezők a gradiensek geoidmodellezésben való felhasználhatósága során.

**Köszönetnyilvánítás.** Ez a tanulmány a TÁMOP 4.2.2.C-11/1/KONV/2012-0015 projekt támogatásával készült.

## Hivatkozások

- Benedek J** (2009): A nehézségi erőter szintetikus modellezése. PhD disszertáció, 139.
- Benedek J** (2000): A gravimetriai adatok sűrűségének hatása a Stokes-FFT módszerrel számított geoidundulációk pontosságára. *Geomatikai Közlemények*, 3, 157-164.
- Bíró P, Ádám J, Völgyesi L, Tóth Gy** (2013): A felsőgeodézia elmélete és gyakorlata. HM Zrínyi Térképészeti és Kommunikációs Szolgáltató Nonprofit Kft. Kiadó, Budapest. Egyetemi tankönyv és kézikönyv, ISBN 978-963-257-248-2.
- Denker H** (2013): Regional gravity field modeling: theory and practical results. In G. Xu (ed.), *Sciences of Geodesy – II*, doi: 10.1007/978-3-642-28000-9\_5, 185-291
- Featherstone WE** (2013): Deterministic, stochastic, hybrid and band-limited modifications of Hotine's integral. *Journal of Geodesy*, 87(5), 487–500, doi: 10.1007/s00190-013-0612-9
- Haagmans RR, de Min E, van Gelderen M** (1993): Fast evaluation of convolution integrals on the sphere using 1D-FFT, and a comparison with existing methods for Stokes's integral. *Manuscripta Geodaetica*, 18(5), 227-241.
- Hirt C, WE Featherstone, SJ Claessens** (2011): On the accurate numerical evaluation of geodetic convolution integrals. *Journal of Geodesy*, 85(8), 519-538.
- Hirt C, SJ Claessens, T Fecher, R Kuhn, R Pail, M Rexer** (2013): New ultra high resolution picture of Earth's gravity field. *Geophysical Research Letters*, 40(16), 4279–4283.
- Jekeli C** (2009): Potential theory and static gravity field of the Earth. In: Herring T (vol ed) *Treatise on geophysics*, 3, Geodesy. Elsevier, Amsterdam, 11-42.
- Martínez Z** (2003): Green's function solution to spherical gradiometric boundary-value problems. *Journal of Geodesy*, 77, 41-49.
- Pavlis NK, Holmes SA, Kenyon SC, Factor JK** (2012): The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 117(B4).
- Petrovskaya MS, Vershkov AN** (2006): Non-singular expressions for the gravity gradients in the local north-oriented and orbital reference frames. *Journal of Geodesy*, 80, 117–127.
- Rummel R, Teunissen PJG** (1989): Horizontal type boundary value problem, least-squares collocation and astronomical leveling. In *Festschrift to Dr. Torben Krarup*, Meddelelse (eds. Kejlsø E, Poder K; Tscherning CC) , Geodätisches Institut, Kopenhagen, 285-297.
- Smith DA** (1998): There is no such thing as "The" EGM96 geoid: Subtle points on the use of a global geopotential model. *IGeS Bulletin*, 8, 17-28.
- Šprlák M, Sebera J, Val'ko M, Novák P** (2014): Spherical integral formulas for upward/downward continuation of gravitational gradients onto gravitational gradients. *Journal of Geodesy*, 88, 179-197.
- Torge W** (2001): *Geodesy*. de Gruyter, 3rd edition, 416.
- Tóth Gy** (2002): Az Eötvös geodéziai peremérték-feladat. *Geomatikai Közlemények*, 5, 163-174.
- Tóth Gy** (2003): The Eötvös spherical horizontal gradiometric boundary value problem – gravity anomalies from gravity gradients of the torsion balance. In: Tziavos IN (ed) *Gravity and Geoid 2002*, 3rd Meeting of the IGGC, Ziti Editions, 102–107.
- Tóth Gy, Rózsa Sz, Ádám J, Tziavos IN** (2002) Gravity field modeling by torsion balance data – a case study in Hungary. In: Ádám J, Schwarz KP (eds) *Vistas for Geodesy in the New Millennium*, IAG Symposia, 125. Springer, Berlin, 193–198.
- Tóth Gy, Ádám J, Földváry L, Tziavos IN, Denker H** (2005) Calibration/validation of GOCE data by terrestrial torsion balance observations. In: Sansó F (ed) *A Window on the Future Geodesy*, IAG Symposia, 128. Springer, Berlin, 214–219.
- Tóth Gy** (2009): A HGTUB2007 új magyarországi kombinált kvázigeoid megoldás. *Geomatikai Közlemények*, 12, 131-140.
- Tscherning CC, Rapp RH** (1974): Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations, and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance models. *OSU Report*, No. 208
- Ullmann Z** (2013): Eötvös-inga mérések és geodéziai hasznosításuk. PhD disszertáció, 109.
- van Gelderen M, Rummel R** (2001): The solution of the general geodetic boundary value problem by least squares. *Journal of Geodesy*, 75(1), 1-11.
- van Gelderen M, Rummel R** (2002): Corrections to "The solution of the general geodetic boundary value problem by least squares". *Journal of Geodesy*, 76, 121–122.
- van Gelderen M, Rummel R** (1992): Spectral analysis of the full gravity tensor. *Geophy. J. Int.*, 111, 159-169.
- Vaníček P, Kingdon R, Kuhn M, Ellmann A, Featherstone WE, Santos MC, Martínez Z, Hirt C, Avalos-Naranjo D** (2013): Testing Stokes-Helmert geoid model computation on a synthetic gravity field: experiences and shortcomings. *Stud. Geophys. Geod.*, 57, 369-400.
- Völgyesi L, Tóth Gy, Csapó G** (2007): Determination of gravity field from horizontal gradients of gravity. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, 42(1), 107-117.



# AZ INSAR TECHNOLÓGIA ALAPJAI ÉS A REFLEKTÁLÓ FELÜLETEK JELLEMZŐI

Bányai László\*, Szűcs Eszter\*, Kalmár János\*, Eperné Pápai Ildikó\*, Bán Dóra\*



**The basics of InSAR technology and the characteristics of scattering surfaces** – This paper summarises the most important characteristics of the satellite radar interferometry, which is based on the parameters of ERS-1/2 and ENVISAT satellites of ESA. The most important geometric equations and the basic steps of data processing are summarised. Using the error propagation the precision of geometric corrections is estimated. The characteristics of scattering surfaces are presented in four main categories. The future plans of our institute are outlined, which is based on Sentinel-1A satellite of ESA and artificial reflectors.

**Keywords:** SAR, InSAR, D-InSAR, PSI, scattering surfaces

Ebben a cikkben röviden összefoglaljuk a műholdas radarinterferometria fontosabb jellemzőit, amit az ESA ERS-1/2 és ENVISAT műholdjainak fontosabb paraméterei alapján mutattunk be. Összegezzük a radar interferometria fontosabb geometriai összefüggéseit és az adatfeldolgozás fontosabb lépéseit. A hibaterjedés alkalmazásával levezetjük a geometriai korrekciók pontosságát. A reflektáló felületek tulajdonságait négy jellegzetes kategóriában tárgyaljuk. Felvázoljuk intézetünk jövőbeli terveit, ami az ESA Sentinel-1A műhold SAR adatain és mesterséges reflektorok alkalmazásán alapszik.

**Kulcsszavak:** SAR, InSAR, D-InSAR, PSI, reflektáló felületek

## 1 Bevezetés

A magyar köznyelvben is általánosan használt radar elnevezés az angol „Radio Detection And Ranging – RADAR” betűszóból származik, amely magyarul rádióérzékelést és távmérést jelent. A technológia a mozgó objektumok katonai érzékelésétől, a radar képek (felvételek) készítésén át, a földfelszín geometriai változásainak interferometrikus módszerrel történő megfigyeléséig jelentős és folyamatos fejlődésen ment keresztül, ami még napjainkban is tart.

A radar felvételek pl. a mezőgazdasági távérzékelésben (Davidson et al. 2000, Martinez et al. 2000), a topográfiai modellek elkészítésében (Farr et al. 2007), a földfelszín geomorfológiai és tektonikai változásainak, továbbá a mesterséges objektumok mozgásának megfigyelésében is jelentős szerepet játszanak (Hooper et al. 2004, Petrik 2007, Grenerczy és Wegmüller 2011, Hooper et al. 2012, Cuenca et al. 2013, Grenerczy és Wegmüller 2013).

Röviden ismertetjük a műholdakon elhelyezett szintetikus apertúrájú (rés) radar (Synthetic Aperture Radar – SAR) technológia jellemzőit, és bemutatjuk az interferometrikus alkalmazás (InSAR) alapösszefüggéseit, különös tekintettel a szórópontok (reflektáló felületek) szerepére (Ferretti et al. 2007; Sandwell et al. 2011). A cikk végén az intézetünkben tervezett alkalmazásokat is összefoglaljuk.

## 2 A műholdas SAR technológia fontosabb jellemzői

A technológiát az ESA (Európai Űrügynökség) ERS-1, ERS-2 és ENVISAT műholdjainak jellemző paraméterei alapján mutatjuk be. Jelenleg ezek a műholdak már nem üzemelnek, de archív adataik nagy értéket képviselnek. A 2014. április 3-án pályára állított Sentinel-1A SAR műhold ([http://www.esa.int/Our\\_Activities/Observing\\_the\\_Earth/Copernicus/Security\\_services,2014-12-27](http://www.esa.int/Our_Activities/Observing_the_Earth/Copernicus/Security_services,2014-12-27)) hasonló paraméterekkel rendelkezik.

A műholdak egy 10 m x 1 m nagyságú antennát hordoznak, amelyek a haladás irányához viszonyítva keletre néznek, és a nadírhoz viszonyítva 20-23 fok alatt (ferdén) világítják meg a földfel-

színt. A holdak közel poláris, napszinkron pályán keringenek, a pályák inklinációja 98 fok körüli, azaz az Egyenlítőn a felszálló ágban lévő műhold antennája 44 fok, majd a leszálló ágban 316 fok azimutban (ellenkező oldalról) világítja meg a földfelszínt. Ezek az értékek a földrajzi szélességgel változnak. A műholdak földfelszín feletti magassága 800 km körüli érték (a Sentinel-1A esetében 693 km). Egy nagyobb terület interferometrikus feldolgozására alkalmas felvételek visszatérési ideje 35 nap. A vizsgálatoknál le- és felszálló irányú felvételek is felhasználhatók. (A Sentinel-1A esetében a tervezett visszatérési idő 12 nap, a vizsgált területre vonatkozó fel- és leszálló megfigyelések között 6 nap telik el.)

Az antenna által egy adott pillanatban megvilágított közel ellipszis alakú terület 100 km és 5 km nagy- és kistengellyel jellemezhető (1. ábra). Az egyszeri megvilágítás azonban gyenge visszaverődést eredményez. Ha azonban a műhold mozgása során a visszaverődő jeleket folyamatosan integrálják (Fraunhofer diffrakció), a 10 m hosszú antenna gyakorlatilag többszörözhető, ezért nevezik szintetikus apertúrájú radarnak, ami jelentősen megnöveli a visszavert jel intenzitását (2. ábra). Ez az eljárás teszi lehetővé a visszavert, szétszóródott jelek szintézise alapján a felvétel fókuszálását, ami azimut irányban 5 m-es felbontást eredményez.

A visszavert jelek azimutra merőleges (távolság irányú) felbontását a vivő frekvenciákra ültetett lineáris felfutású frekvencia modulációk, a „chirp” (ciripelő) jelek teszik lehetővé, amelyek futási idejük alatt szintén 5 km-es távolságot fednek le (100 km során 20 ilyen jelsorozatot kell generálni). A jelek futási idejének és doppler frekvenciájának meghatározásával a műhold haladási irányára merőleges ferde távolságokban közel 10 m-es felbontás érhető el, amit tömörítésnek neveznek.

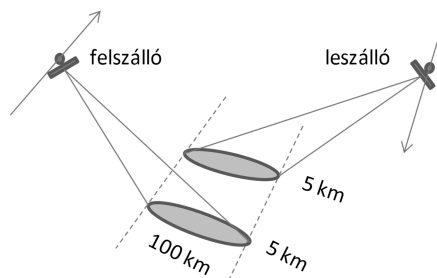
A visszavert jelek térbeli (és egyúttal időbeli) felbontása részben már a műhold számítógépén megtörténik. A fókuszálás és tömörítés eredménye egy ferde síkban értelmezhető szabályos sorokból és oszlopokból álló pixel (vagy felbontási cella) hálózat. Minden egyes pixel egy komplex számot tartalmaz:

$$z = y e^{i\phi} = y \cos \phi + i (y \sin \phi), \quad (1)$$

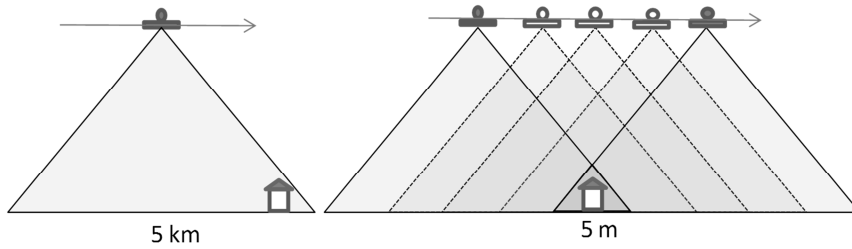
ahol  $y$  a megvilágított felületdarabról visszavert (szuperponálódott) jel amplitúdója ( $y^2$  az intenzitása) és  $\phi$  a fázisszög. A fázisszög az oda-vissza megtett kétszeres út egy hullámhossznál kisebb maradékának felel meg. A radar képek esetében az intenzitás, az interferometrikus feldolgozásnál a fázisszög a felhasználandó mennyiség. Az így előállított 100 km  $\times$  100 km négyzetes felvételt egyszerű komplex képnek („Single Look Complex” – SLC) nevezik. (A Sentinel-1A esetében 250 km  $\times$  250 km az interferometrikus alkalmazás képmérete, de a felbontása csak 5 m  $\times$  20 m.) Az InSAR szoftverek általában a nyers adatok előfeldolgozásával állítják elő az SLC képeket, de ezek közvetlenül a szolgáltatóktól is beszerezhetők.

Az adatok további feldolgozása a műholdpályák pontos ismeretét is megkívánja ( $3\sigma \cong 1$  m). Annak ellenére, hogy a ferde síkban értelmezhető felbontási cellák műholdhoz viszonyított távolságait csak néhány méter pontosan ismerjük, megfelelő erősségű jelek esetében a mért fázisszög pontossága a hullámhossz  $10^{-4}$ -szerese is lehet, amit azonban számos hibaforrás is befolyásolhat.

A SLC képek geometriai értelmezését a 3. ábrán mutatjuk be. Az ERS holdaknál a pixelek ferde távolságú mérete 8 m és az azimut irányú 4 m, ami a földgörcsület és a topográfia következtében az ellipszoid felületén szabálytalanul változhat.



1. ábra. A felszálló és leszálló irányú műhold átvonulás egy időpillanatban besugárzott területe a megfigyelési sávban

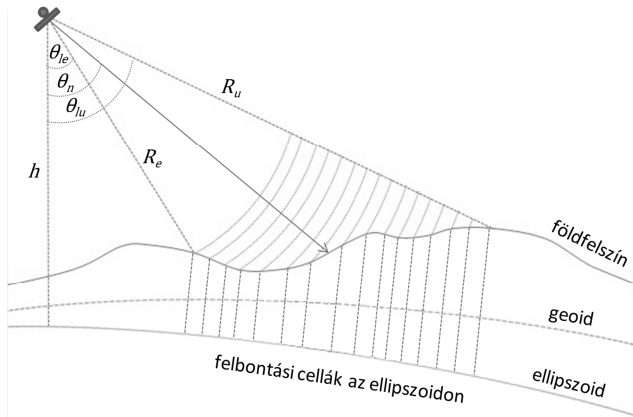


2. ábra. A szintetikus apertúra radar elve: a haladás mentén folyamatosan integrált jel megnöveli a felbontást

Egyszerű sík alapfelületet feltételezve a földfelszíni felbontás megközelítőleg  $4\text{ m} \times 20\text{ m}$ , ami a beesési szöggel kismértékben folyamatosan változik. A radar koordináta-rendszerben értelmezett pixelek ellipszoidi, majd vetületi elhelyezését georeferálásnak nevezik.

A beérkezett jelek intenzitása, közvetve a fázisa is, számos tényezőtől függ. Ilyen a megvilágított felület anyaga, érdessége és dielektromos állandója, amit a felület nedvessége és növényzeti borítottsága is jelentősen befolyásol. Geometriai értelemben (hasonlóan a fényképekhez) előfordulhatnak radar árnyékban, takarásban lévő területek. Meredek lejtőkről nagy mennyiségű jelek szuperponálódhatnak a ferde cellákba, amit elő-rövidülésnek (foreshortening) neveznek. Hegyvidéki és nagyvárosi körülmények között előfordulhat, hogy a műholdhoz viszonyítva azonos távolságú, de egymástól távoli felületekről összegződnek a jelek, amit takarásnak (lay-over) neveznek. Az utóbb két eset nagyon kedvezőtlennek számít, annak ellenére, hogy a pixel intenzitása ugyan nagyon-nagyon lesz, de a pixel geometriai felbontása nagyon bizonytalaná válik.

Az intenzitás a vivő jel frekvenciájától is függ, néhány műhold jellemzőit az 1. táblázatban foglaltuk össze. Minél nagyobb a vivő frekvencia, annál nagyobb a visszaverődés intenzitása és a fázis felbontása is, de a növényzet különböző felületeiről történő többes visszaverődés is nagyobb lehet. Ezért például az erdős területeken a fatérfogat becslésére az X, a topográfia meghatározására a nagyobb behatolású, de pontatlanabb L tartomány lehet a kedvező választás.



3. ábra. A SAR felvételek geometriája: a ferde irányú szabályos pixeleket az antenna nadír iránya mentén értelmezhetjük. Az azimut irány a képsíkra merőleges.  $\theta_{le}$  és  $R_e$  az első, a  $\theta_{lu}$  és  $R_u$  az utolsó visszaverődésre vonatkozó látószögek és távolságok,  $\theta_n$  az antenna nadír iránya és  $h$  a műhold ellipszoid feletti magassága

1. táblázat. Néhány SAR műholdfrekvencia jellemzői

Műhold	sáv-tartomány	frekvencia [GHz]	hullámhossz [cm]
ALOS	L	1.2	23.6
ERS 1/2, ENVISAT (Sentinel-1A)	C	5.3	5.66
TerraSAR-X	X	10	3.11

### 3 Az interferometrikus feldolgozás alapösszefüggései

Ellentétben az amplitúdó értékekkel, amelyeket szürke árnyalatos SAR képként is felhasználhatunk, a fázisértékek látszólag véletlenszerű változásokot mutatnak. Ha egy területet azonos irányból kétszer egymás után megvilágítunk, a műholdpályák néhány száz méteres eltérést is mutathatnak, ezért a pixel sorozatok teljes mértékben nem esnek egybe. Ha az egyik megvilágítást „mester”, a másikat „szolga” felvételnek tekintjük, az utóbbit úgy kell átalakítani, hogy az a mester felvétel pixeleinek feleljen meg. Ezt az eljárást megfeleltetésnek („co-registration”) nevezik, amit általában affin transzformáció segítségével hajtanak végre. A pixelek transzformációja miatt a fázis értékeket is korrigálni kell, amit újra-mintavételezésnek („resampling”) neveznek.

Ha a mester és szolga felvételek közötti korreláció, tulajdonképpen a koherencia, a szükséges mértékben megmarad, ami a terepi adottságoktól is nagymértékben függ, ún. interferogramokat állíthatunk elő, amelynek a pixel értékeit úgy kapjuk meg, hogy a mester pixelek komplex számait megszorozzuk az azonos szolga pixelek komplex konjugáltjával:

$$\begin{aligned} z_m &= y_m e^{i\phi_m}, \\ z_s^* &= y_s e^{-i\phi_s}, \\ z &= y_m y_s e^{i(\phi_m - \phi_s)}, \end{aligned} \quad (2)$$

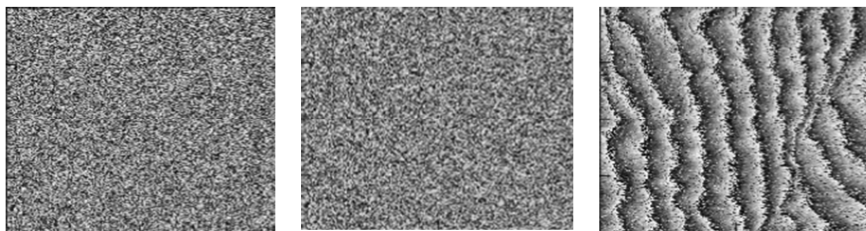
ahol az  $m$  index a mester, az  $s$  index a szolga felvételt és  $*$  a konjugáltat jelöli. Az interferogram már értelmezhető információt, a két felvétel közötti fáziskülönbséget, a diffrakciós csíkokat mutatja (4. ábra). Ha a két felvétel időpontja között a külső körülményekben semmilyen változás nem történt volna, a diffrakciós csíkok csak a műhold két helyzete közötti különbséget mutatnák, ahol az egész hullámhosszak számáról továbbra sem rendelkezünk információkkal.

Ha azonban két szomszédos interferometrikus cella közötti fáziskülönbséget is kiszámítjuk, ez már nagy valószínűséggel feltevésmentesen tükrözi a két felbontási cella közötti geometriai eltéréseket. Ha a különbségképzést az egész cellasorozatra elvégezzük, az egész hullámhosszak átlépésekor fázisugrást tapasztalhatunk (ezért ismétlődnek a csíkok az 4. ábra jobboldalán), aminek a meghatározását fáziskicsomagolásnak (phase unwrapping) nevezik. (A GPS technikánál ez a fázis-többértelműség feloldása, a SAR esetében ezt a sorok és oszlopok között síkban célszerű elvégezni.)

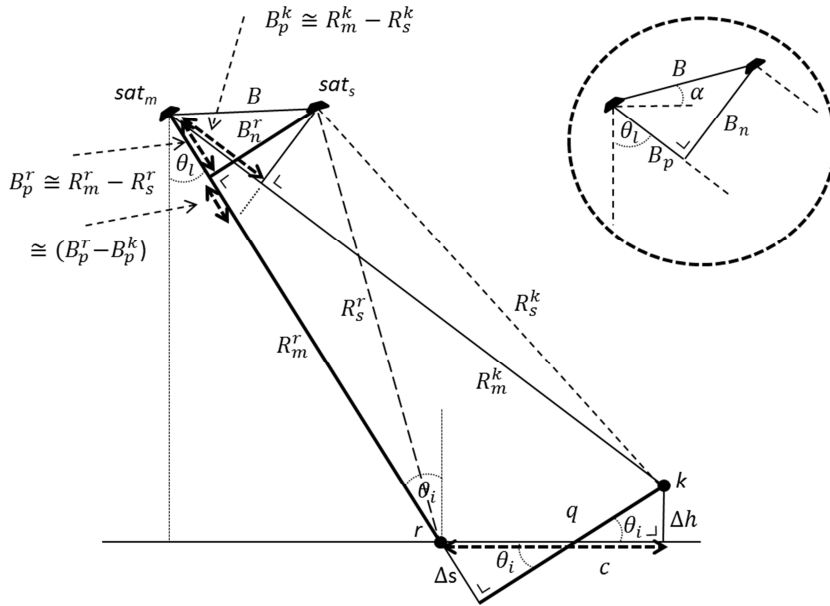
Az interferometrikus összefüggéseket vízszintes referencia sík és pixelek helyett pontokat feltételezve, az 5. ábrán mutatjuk be. A mérhető fázisszögek radiánban a

$$\begin{aligned} \phi_m^r &= 2\pi \left\{ \frac{2R_m^r}{\lambda} \right\}, & \phi_s^r &= 2\pi \left\{ \frac{2R_s^r}{\lambda} \right\}, & \phi^r &= \phi_m^r - \phi_s^r, \\ \phi_m^k &= 2\pi \left\{ \frac{2R_m^k}{\lambda} \right\}, & \phi_s^k &= 2\pi \left\{ \frac{2R_s^k}{\lambda} \right\}, & \phi^k &= \phi_m^k - \phi_s^k, \\ \Delta\phi^{rk} &= \phi^r - \phi^k \end{aligned} \quad (3)$$

összefüggésekkel írható fel, ahol az  $r$  és  $k$  felső index a referencia és a következő szórópontot jelöli,  $\lambda$  a hullámhossz,  $R$  a távolság és  $\{.\}$  a maradékképzés függvénye. (A GPS technika esetében fázismérésen az egész és tört hullámhosszak számát értették, ezért nem szorozták  $2\pi$  értékkel).



4. ábra. Balra a mester, középen a szolga és jobbra az interferogram fázis képe látható. (A kivágat Sandwell et al. 2011 alapján készült.)



**5. ábra.** Az interferometrikus alapegyenlet geometriai értelmezése.  $R$  a műhold szórópont távolságokat,  $B$  a bázisvonalat jelöli,  $n$  és  $p$  alsó index a merőleges és párhuzamos bázisvonal komponenseket, az  $m$  és  $s$  alsó index a mester és szolgál felvételeket,  $r$  és  $k$  felső index a referencia és következő szórópontot jelöli.  $\theta_l$  és  $\theta_i$  a látó- és beesési szög (ebben az esetben azonos),  $\alpha$  a bázisvonal vízszintes síkkal bezárt szöge,  $q$  az  $r$  és  $k$  szórópontok merőleges bázisirányú,  $\Delta s$  a párhuzamos bázisirányú távolsága,  $\Delta h$  a magasság különbség és  $c$  a szórópontok közötti vízszintes távolság (felbontási cella).

Az  $R$  távolságokat csak néhány méter pontossággal ismerjük. Ha azonban feltételezzük, hogy a műholdról a közeli pixelekre vonatkozó irányok párhuzamosnak tekinthetők, amit megtehetünk, mivel a ferde távolságok megközelítőleg 850 km; az  $m$  és  $s$  műholdak közötti távolságok (a bázisvonalak) csak néhány száz méter hosszúak ( $3\sigma \cong 1$  m), akkor a különbségek az 5. ábra bekarikázott része alapján a műholdak bázis komponenseiből pontosabban meghatározhatók

$$\begin{aligned} B_n &= B \cos(\theta_l - \alpha), \\ B_p &= B \sin(\theta_l - \alpha), \end{aligned} \quad (4)$$

ahol  $B$  a két műhold közötti bázisvonal a műholdpályára merőleges síkban,  $B_n$  a merőleges és  $B_p$  a párhuzamos bázisvonal,  $\theta_l$  a látó szög és  $\alpha$  a bázisvonal vízszintes síkkal bezárt szöge. A párhuzamossági feltétel alapján a  $\Delta R$  távolságok gyakorlatilag azonosnak tekinthetők a párhuzamos bázisvonalakkal:

$$\begin{aligned} B_p^r &\cong \Delta R_{ms}^r \\ B_p^k &\cong \Delta R_{ms}^k \end{aligned} \quad (5)$$

továbbá az 5. ábra alapján felírhatjuk a

$$\frac{B_p^r - B_p^k}{B_n^r} \cong -\frac{q}{R_m^r} \quad (6)$$

hasonlóságot, ahol  $B_n^r$  a referencia szórópontra vonatkozó merőleges,  $B_p^r$  a párhuzamos bázisvonal és  $q$  a két szórópont  $R_m^r$  távolságára merőleges irányú eltérése. A mért értékeket behelyettesítve az interferometrikus alapegyenlethez jutunk (Ferretti et al. 2007):

$$\Delta\phi^{rk} \cong -\frac{4\pi B_n^r q}{\lambda R_m^r}, \quad (7)$$

amely a

$$\Delta\phi^{rk} \cong -\frac{4\pi B_n^r \Delta h}{\lambda R_m^r \sin \theta_i} - \frac{4\pi B_n^r \Delta s}{\lambda R_m^r \tan \theta_i} \quad (8)$$

alakban felírva tartalmazza a  $\Delta s$  párhuzamos bázisirányú eltérést és a  $\Delta h$  magasságkülönbséget is. Az 5. ábrán a  $\theta_l$  és a  $\theta_i$  beesési szögek a vízszintes modell miatt azonosak, az utóbbi érték az ellipsoid felületén közel 3 fokkal nagyobb.

Ha a  $\Delta s$  komponensből származó interferometrikus taggal korrigáljuk a méréseket a két pixel magasság különbségét tudjuk meghatározni, amit a topográfiai modellek létrehozása során alkalmaznak. A  $\Delta s$  komponens és a földgörcsületből származó korrekciók figyelembe vételét simításnak (flattening) nevezik.

Ha a mester és szolga felvételek időpontjai között a két pixel relatív helyzete is megváltozott a (8) összefüggés tovább bővíthető

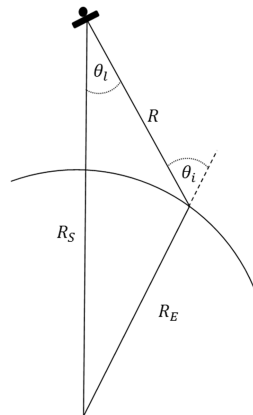
$$\Delta\phi^{rk} \cong -\frac{4\pi B_n^r \Delta h}{\lambda R_m^r \sin \theta_i} - \frac{4\pi B_n^r \Delta s}{\lambda R_m^r \tan \theta_i} + \frac{4\pi D^{rk}}{\lambda} + \Delta A^{rk} + n^{rk}, \quad (9)$$

ahol  $D$  a műhold látóirányú (LOS – line of sight) elmozdulás (vagy deformáció),  $A$  az atmoszférikus hatás és  $n$  a mérési zaj. Deformáció-vizsgálati célnál mind a két geometriai tagot korrekcióba kell venni, és az atmoszférikus hatást és a mérési zajt szűrővel próbálják csökkenteni. GPS szóhasználatnál élve a (3) képlet első két sora a műholdak közötti egyszeres, a harmadik sora a kettős különbségnek felel meg, ezért gyakran a differenciális InSAR (D-InSAR) elnevezést is használják. (Abban a nagyon ritka esetben, amikor  $B$  nagyon kis érték, közvetlenül egy pixel mozgását lehetne meghatározni.) A szokásos konvenció szerint negatív a  $D$  értéke akkor, ha a szórópont távolodott, és pozitív, ha közeledett a műholdhoz.

A (4) és (8) összefüggésekben az  $\alpha$ ,  $\theta_l$  és  $\theta_i$  szögek is hibával terhelt mennyiségek. A 5. és 6. ábrának megfelelően ezek a mennyiségek a következő összefüggésekkel számíthatók (Sandwell et al. 2011)

$$\begin{aligned} \alpha &= \tan^{-1}\left(\frac{B_v}{B_h}\right), \\ \theta_l &= \cos^{-1}\left(\frac{R^2 + R_s^2 - R_E^2}{2 R R_s}\right), \\ \theta_i &= \pi - \cos^{-1}\left(\frac{R^2 + R_E^2 - R_s^2}{2 R R_E}\right), \end{aligned} \quad (10)$$

ahol  $B_v$  a bázisvonal vízszintes,  $B_h$  a magassági komponense,  $R_s$  a műhold geocentrális távolsága,  $R$  a műhold szórópont távolság és  $R_E$  a szórópont geocentrális távolsága. A 2. táblázat jellemző adatai alapján a hibaterjedés törvényének megfelelően megbecsültük néhány levezetett paraméter értékét és középhibáit.



6. ábra. A  $\theta_l$  és  $\theta_i$  látó- és beesési szög meghatározásának geometriája gömbi megközelítésben

**2. táblázat.** Néhány közelítő és levezetett érték középhiba becslése.  
 $\phi(\Delta s)$  és  $\phi(\Delta h)$  a (8) képlet első és második összetevője

Paraméter	közéltítő érték [m]	középhiba [m]	levezetett paraméter	levezetett érték	középhiba
$B_v$	100	0.3	$B_n$	206 m	0.297 m
$B_h$	50	0.3	$B_p$	16 m	0.042 m
$R_s$	7178000	0.3	$\alpha$	27°	9"
$R$	850000	3.0	$\theta_l$	19°	3"
$R_E$	6378000	3.0	$\theta_i$	21°	3"
$\Delta s$	8	0.3	$\phi(\Delta s)$	-0.010 m	0.000 m
$\Delta h$	30	3.0	$\phi(\Delta h)$	-0.040 m	0.002 m

Mivel

$$\Delta s \cong \Delta R \cos \Delta \theta_l, \quad (11)$$

ahol  $\Delta \theta_l$  az  $r$  és  $k$  szórópontok közötti kis látószög különbség és  $\Delta R$  a ferde irányú távolságok ismert különbsége, a  $\Delta s$  középhibáját jóval nagyobb (a műhold pozíció) középhibával vettük figyelembe. A táblázatból is jól látszik, hogy a kevésbé pontos műhold paramétereiből ( $3\sigma \cong 0.9$  m) és a terepmodellből ( $3\sigma \cong 9$  m) becsült értékek sem befolyásolják lényegesen a mért fázisértékek korrekcióját, ami a  $B_n/R$  hányados kis értékének a következménye. A táblázat adatai alapján a (8) első tagjából egy hullámhosszra vonatkozóan  $\Delta h = 740$  m adódik, amit a többértelműség magasságának neveznek (azaz 740 m magassági változás okozna egy hullámhossznyi fáziskülönbség változást).

#### 4 A reflektáló felületek jellemzői és a feldolgozás módszerei

Az előző részben a jelentősebb hibaforrásokat úgy mutattuk be, hogy a felbontási cellákat egy szóróponttal helyettesítettük. A gyakorlatban azonban a földfelszínen egy közelítőleg  $20 \text{ m} \times 4 \text{ m}$  felbontási cellából származó szuperponálódott jelet vizsgálunk, ahol a reflektivitás a felszínborítás fizikai tulajdonságaitól is lényegesen függ (érdesség, anyag minőség és dielektromos állandó).

A szóró felületeket lényegében négy nagy kategóriába lehet besorolni (7. ábra). Az egyedi szórópontok az adott felbontási cellában dominánsak, a koherenciájuk időben is nagyon sokáig megmarad, a környezetük hatása nagyrészt elhanyagolható. Ilyenek pl. bizonyos mesterséges tárgyak, vagy erre a célra tervezett mesterséges reflektorok, amelyeknek a pontos helyét is ismerjük.

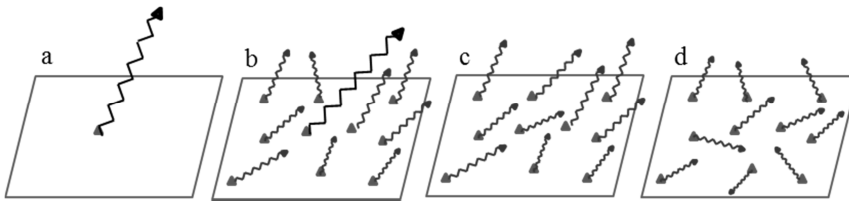
A második kategóriába tartozó cellákban domináns (permanens) szórópontok is találhatóak, a szuperponálódott jelek részben kioltják egymást, részben a domináns pontok kisebb bizonytalanságát is okozhatják.

Az elosztott (distributed) felületeknél a szuperponálódott jelek részben kioltják egymást, de egy zajosabb, viszonylag konzisztens átlag értékkel is rendelkezhetnek, amelyek akár nagyobb pixel tartományokban (szegmensekben) is jellemzőek lehetnek.

Az utolsó inkohérens kategóriában a jelek részben kioltják egymást és az átlagértékük is időpontként és területi szegmensekben is véletlen jellegű változást mutatnak. Ezek általában a növényzettel borított, széljárta területek, amelynek az amplitúdói is foltos képet szolgáltatnak. Deformáció vizsgálati célra ezek a területek nem alkalmasak.

Az InSAR technológia szempontjából a legkedvezőbbek az első két kategóriába tartozó sivatagi, vagy növényzetborítás nélküli (pl. vulkáni) területek, ahol a nagyobb földrengések vagy egyéb elmozdulások során jelentkező deformációkat egyértelműen kirajzolják az interferometrikus feldolgozás diffrakciós csíkjai.

A vizsgálatokra kevésbé alkalmas (pl. mezőgazdasági) területeken speciális módszereket dolgoztak ki. A rövid bázis vonalú (SBAS) módszernél a nagy koherencia érdekében időben közeli és rövid bázisvonallal jellemezhető képpárok feldolgozását hajtják végre, ahol az első két kategóriához hasonlóan több koherens pixel is nagy valószínűséggel azonosítható lehet (Lanari et al. 2007).



7. ábra. A szóró felületek fontosabb kategóriái. a) egyedi szóró pont, b) domináns szóró pont, c) elosztott szóró felület, d) inkonzisztens szóró felület

Egy másik megoldásnál megkeresik a vizsgált felvételesorozatokon egyértelműen azonosítható első és második kategóriába tartozó szórópontokat, és ezeknek a feldolgozását hajtják végre (Hooper et al 2004). A módszernek több elnevezése is ismert (PS-InSAR, PSI) ahol a PS a szórópontok állandóságára utal (Permanent vagy Persistent Scatterers).

A feldolgozást a harmadik kategóriába tartozó cellákra is kiterjesztették, amit a megfelelő szűrési technikák kidolgozása tett lehetővé. Az irodalomban a DS-InSAR elnevezéssel is találkozunk, ahol DS most az elosztott szórópontok (Distributed Scatterers) kifejezésre utal (Ferretti et al. 2011). Az SBAS és PSI módszerek együttes alkalmazására Hooper (2008) dolgozott ki egy eljárást.

A bemutatott módszereknél a geometriai korrekciók, az atmoszférikus hatások és a mérési zaj szűrését követően soronkénti, de általában síkbeli, vagy idősorok esetében háromdimenziós fáziskicsomagolást hajtanak végre, és a feldolgozás eredményeként az azonosított pontok műholdirányú változásainak idősorát is előállítják.

A feldolgozások lényeges része az előforduló hibahatások felismerése és szűrése, továbbá az elmozdulások más pl. geodéziai mérésekkel, geodinamikai vagy geomorfológiai modellekkel történő azonosítása is.

## 5 Összefoglalás

Ebben a tanulmányban röviden összefoglaltuk az interferometrikus műholdas SAR technológia fontosabb jellemzőit és geometriai alapösszefüggéseit. A hibaterjedés segítségével bemutattuk, hogy megfelelő műhold koordináták, ferde távolságok és terepmodell segítségével a korrigált fázismérések alkalmasak nagy pontosságú műholdirányú elmozdulások meghatározására. A szóró felületek jellemzőit négy kategóriában mutattuk be.

Összefoglaltuk az interferometrikus adatfeldolgozás fontosabb lépéseit (fókuszálás, tömörítés, megfeleltetés, újra-mintavételezés, interferogram készítés, simítás, szűrés, deformációs diffrakciós csíkok előállítás, fáziskicsomagolás, PS idősorok előállítás és georeferálás).

Intézetünk megújulási programjának keretében a hagyományos geodinamikai vizsgálatainkat az InSAR technológiával kívánjuk kiegészíteni. A nagy időállandójú geodinamikai folyamatok megfigyeléséhez leszálló és felszálló irányú megfigyelésekre is alkalmas geodéziai alappontok tervezését, telepítését és az ingyenes Sentinel-1A adatok alkalmazhatóságát kívánjuk megvizsgálni.

A tervezett alappontoknál a le- és felszálló műhold irányú elmozdulások is ugyanarra a pontra vonatkoztathatók, és az elmozdulások két komponense is meghatározhatóvá válik.

Első lépésben megismertedtünk a StaMPS (Hooper 2008) programrendszer használatával, amit a szoftver készítője soproni látogatása során mutatott be a Geodinamikai Kutatócsoport tagjainak.

**Köszönetnyilvánítás.** Köszönettel tartozunk Prof. Andy Hooper és Dr. Karsten Spaans kollegáknak a StaMPS programcsomag használatának elsajátításában nyújtott segítségéért, továbbá az MTA CSFK vezetésének az új kutatási program infrastrukturális támogatásáért.



## Hivatkozások

- Cuenca MC, Hooper A J, Hanssen RF** (2013): Surface deformation induced by water influx in the abandoned coal mines in Limburg, the Netherlands observed by satellite radar interferometry. *J. Applied Geophys.*, 88, 1-11.
- Davidson M, T Le Toan, Mattia F, Satalino G, Satalin T, Borgeaud M** (2000): On the characterisation of Agricultural soil roughness for Radar Remote sensing studies. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38, 630-640.
- Farr TG, Rosen PA, Caro E, Crippen R, Duren R, Hensley S, Kobrick M, Paller M, Rodriguez E, Roth L, Seal D, Shaffer S, Shimada J, Umland J, Werner M, Oskin M, Burbank D, Alsdorf D**, (2007): The Shuttle Radar Topography Mission. *Reviews of Geophysics*, 45(2).
- Ferretti A, Monti-Guarnieri A, Prati C, Rocca F, Massonnet D** (2007): InSAR principles: Guidelines for SAR Interferometry Processing and Interpretation. ESA publications, ESTEC, The Netherlands.
- Ferretti A, Fumagalli A, Novali F, Prati C, Rocca F, Rucci A** (2011): A New Algorithm for Processing Interferometric Data-Stacks: SqueeSAR. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 49, 3460-3470.
- Grenerczy Gy, Wegmüller U** (2011): Persistent scatterer interferometry analysis of the embankment failure of a red mud reservoir using ENVISAT ASAR data. *Natural Hazards*, 59(2), 1047-1053.
- Grenerczy Gy, Wegmüller U** (2013): Deformation analysis of a burst red mud reservoir using combined descending and ascending pass ENVISAT ASAR data. *Natural Hazards*, 65(3), 2205-2214.
- Hooper A, Zebker H, Segall P, Kampes B** (2004): A new method for measuring deformation on volcanoes and other natural terrains using InSAR persistent scatterers. *Geophysical Research Letters*, 31, 1-5.
- Hooper A** (2008): A combined multi-temporal InSAR method incorporating persistent scatterer and small baseline approaches, European Space Agency, Special Publication.
- Hooper A, Bekaert D, Spaans K, Arıkan M** (2012): Recent advances in SAR interferometry time series analysis for measuring crustal deformation. *Tectonophysics*, 514-517, 1-13.
- Lanari R, Casu F, Manzo M, Lundgren P** (2007): Application of SBAS DInSAR technique to fault creep: A case study of the Hayward Fault, California. *Remote Sensing of Environment*, 109(1), 20-28.
- Martinez J M, Floury N, T Le Toan, Beaudoin A, Hallikainen M T, Makynen M** (2000): Measurements and modelling of vertical backscatter distribution in forest canopy. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38, 710-719.
- Sandwell D, Mellors R, Tong X, Wei M, Wessel P** (2011): GMSTAR: An InSAR Processing Systems Based on Generic Mapping Tools. Scripps Institution of Oceanography, Technical Report.
- Petrik O** (2007): Műholdas radar-interferometria hazai alkalmazása: felszín-süllyedés-vizsgálat Debrecen környékén. *Geodézia és Kartográfia*, 3, 19-25.



# AZ INSAR TECHNOLÓGIA ALAPJAI ÉS A REFLEKTÁLÓ FELÜLETEK JELLEMZŐI

Bányai László\*, Szűcs Eszter\*, Kalmár János\*, Eperné Pápai Ildikó\*, Bán Dóra\*



**The basics of InSAR technology and the characteristics of scattering surfaces** – This paper summarises the most important characteristics of the satellite radar interferometry, which is based on the parameters of ERS-1/2 and ENVISAT satellites of ESA. The most important geometric equations and the basic steps of data processing are summarised. Using the error propagation the precision of geometric corrections is estimated. The characteristics of scattering surfaces are presented in four main categories. The future plans of our institute are outlined, which is based on Sentinel-1A satellite of ESA and artificial reflectors.

**Keywords:** SAR, InSAR, D-InSAR, PSI, scattering surfaces

Ebben a cikkben röviden összefoglaljuk a műholdas radarinterferometria fontosabb jellemzőit, amit az ESA ERS-1/2 és ENVISAT műholdjainak fontosabb paramétereinek alapján mutattunk be. Összegezzük a radar interferometria fontosabb geometriai összefüggéseit és az adatfeldolgozás fontosabb lépéseit. A hibaterjedés alkalmazásával levezetjük a geometriai korrekciók pontosságát. A reflektáló felületek tulajdonságait négy jellegzetes kategóriában tárgyaljuk. Felvázoljuk intézetünk jövőbeli terveit, ami az ESA Sentinel-1A műhold SAR adatainak és mesterséges reflektorok alkalmazásán alapul.

**Kulcsszavak:** SAR, InSAR, D-InSAR, PSI, reflektáló felületek

## 1 Bevezetés

A magyar köznyelvben is általánosan használt radar elnevezés az angol „Radio Detection And Ranging – RADAR” betűszóból származik, amely magyarul rádióérzékelést és távmérést jelent. A technológia a mozgó objektumok katonai érzékelésétől, a radar képek (felvételek) készítésén át, a földfelszín geometriai változásainak interferometrikus módszerrel történő megfigyeléséig jelentős és folyamatos fejlődésen ment keresztül, ami még napjainkban is tart.

A radar felvételek pl. a mezőgazdasági távérzékelésben (Davidson et al. 2000, Martinez et al. 2000), a topográfiai modellek elkészítésében (Farr et al. 2007), a földfelszín geomorfológiai és tektonikai változásainak, továbbá a mesterséges objektumok mozgásának megfigyelésében is jelentős szerepet játszanak (Hooper et al. 2004, Petrik 2007, Grenerczy és Wegmüller 2011, Hooper et al. 2012, Cuenca et al. 2013, Grenerczy és Wegmüller 2013).

Röviden ismertetjük a műholdakon elhelyezett szintetikus apertúrájú (rés) radar (Synthetic Aperture Radar – SAR) technológia jellemzőit, és bemutatjuk az interferometrikus alkalmazás (InSAR) alapösszefüggéseit, különös tekintettel a szórópontok (reflektáló felületek) szerepére (Ferretti et al. 2007; Sandwell et al. 2011). A cikk végén az intézetünkben tervezett alkalmazásokat is összefoglaljuk.

## 2 A műholdas SAR technológia fontosabb jellemzői

A technológiát az ESA (Európai Űrügynökség) ERS-1, ERS-2 és ENVISAT műholdjainak jellemző paramétereinek alapján mutatjuk be. Jelenleg ezek a műholdak már nem üzemelnek, de archív adataik nagy értéket képviselnek. A 2014. április 3-án pályára állított Sentinel-1A SAR műhold ([http://www.esa.int/Our\\_Activities/Observing\\_the\\_Earth/Copernicus/Security\\_services,2014-12-27](http://www.esa.int/Our_Activities/Observing_the_Earth/Copernicus/Security_services,2014-12-27)) hasonló paraméterekkel rendelkezik.

A műholdak egy 10 m x 1 m nagyságú antennát hordoznak, amelyek a haladás irányához viszonyítva keletre néznek, és a nadírhoz viszonyítva 20-23 fok alatt (ferdén) világítják meg a földfel-

színt. A holdak közel poláris, napszinkron pályán keringenek, a pályák inklinációja 98 fok körüli, azaz az Egyenlítőn a felszálló ágban lévő műhold antennája 44 fok, majd a leszálló ágban 316 fok azimutban (ellenkező oldalról) világítja meg a földfelszínt. Ezek az értékek a földrajzi szélességgel változnak. A műholdak földfelszín feletti magassága 800 km körüli érték (a Sentinel-1A esetében 693 km). Egy nagyobb terület interferometrikus feldolgozására alkalmas felvételek visszatérési ideje 35 nap. A vizsgálatoknál le- és felszálló irányú felvételek is felhasználhatók. (A Sentinel-1A esetében a tervezett visszatérési idő 12 nap, a vizsgált területre vonatkozó fel- és leszálló megfigyelések között 6 nap telik el.)

Az antenna által egy adott pillanatban megvilágított közel ellipszis alakú terület 100 km és 5 km nagy- és kistengellyel jellemezhető (1. ábra). Az egyszeri megvilágítás azonban gyenge visszaverődést eredményez. Ha azonban a műhold mozgása során a visszaverődő jeleket folyamatosan integrálják (Fraunhofer diffrakció), a 10 m hosszú antenna gyakorlatilag többszörözhető, ezért nevezik szintetikus apertúrájú radarnak, ami jelentősen megnöveli a visszavert jel intenzitását (2. ábra). Ez az eljárás teszi lehetővé a visszavert, szétszóródott jelek szintézise alapján a felvétel fókuszálását, ami azimut irányban 5 m-es felbontást eredményez.

A visszavert jelek azimutra merőleges (távolság irányú) felbontását a vivő frekvenciákra ültetett lineáris felfutású frekvencia modulációk, a „chirp” (ciripelő) jelek teszik lehetővé, amelyek futási idejük alatt szintén 5 km-es távolságot fednek le (100 km során 20 ilyen jelsorozatot kell generálni). A jelek futási idejének és doppler frekvenciájának meghatározásával a műhold haladási irányára merőleges ferde távolságokban közel 10 m-es felbontás érhető el, amit tömörítésnek neveznek.

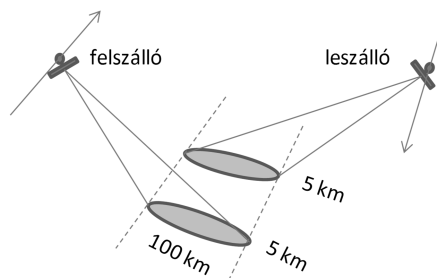
A visszavert jelek térbeli (és egyúttal időbeli) felbontása részben már a műhold számítógépén megtörténik. A fókuszálás és tömörítés eredménye egy ferde síkban értelmezhető szabályos sorokból és oszlopokból álló pixel (vagy felbontási cella) hálózat. Minden egyes pixel egy komplex számot tartalmaz:

$$z = y e^{i\phi} = y \cos \phi + i (y \sin \phi), \quad (1)$$

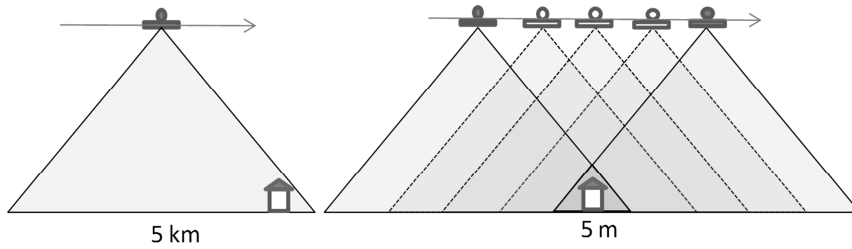
ahol  $y$  a megvilágított felületdarabról visszavert (szuperponálódott) jel amplitúdója ( $y^2$  az intenzitása) és  $\phi$  a fázisszög. A fázisszög az oda-vissza megtett kétszeres út egy hullámhossznál kisebb maradékának felel meg. A radar képek esetében az intenzitás, az interferometrikus feldolgozásnál a fázisszög a felhasználandó mennyiség. Az így előállított 100 km  $\times$  100 km négyzetes felvételt egyszerű komplex képnek („Single Look Complex” – SLC) nevezik. (A Sentinel-1A esetében 250 km  $\times$  250 km az interferometrikus alkalmazás képmérete, de a felbontása csak 5 m  $\times$  20 m.) Az InSAR szoftverek általában a nyers adatok előfeldolgozásával állítják elő az SLC képeket, de ezek közvetlenül a szolgáltatóktól is beszerezhetők.

Az adatok további feldolgozása a műholdpályák pontos ismeretét is megkívánja ( $3\sigma \cong 1$  m). Annak ellenére, hogy a ferde síkban értelmezhető felbontási cellák műholdhoz viszonyított távolságait csak néhány méter pontosan ismerjük, megfelelő erősségű jelek esetében a mért fázisszög pontossága a hullámhossz  $10^{-4}$ -szerese is lehet, amit azonban számos hibaforrás is befolyásolhat.

A SLC képek geometriai értelmezését a 3. ábrán mutatjuk be. Az ERS holdaknál a pixelek ferde távolságú mérete 8 m és az azimut irányú 4 m, ami a földgömbület és a topográfia következtében az ellipszoid felületén szabálytalanul változhat.



1. ábra. A felszálló és leszálló irányú műhold átvonulás egy időpillanatban besugárzott területe a megfigyelési sávban

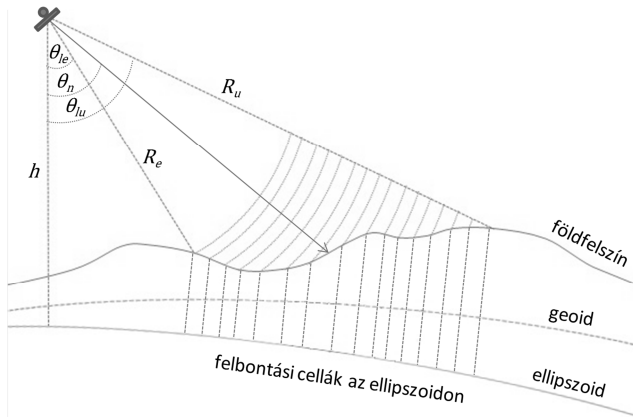


2. ábra. A szintetikus apertúra radar elve: a haladás mentén folyamatosan integrált jel megnöveli a felbontást

Egyszerű sík alapfelületet feltételezve a földfelszíni felbontás megközelítőleg  $4\text{ m} \times 20\text{ m}$ , ami a beesési szöggel kismértékben folyamatosan változik. A radar koordináta-rendszerben értelmezett pixelek ellipszoidi, majd vetületi elhelyezését georeferálásnak nevezik.

A beérkezett jelek intenzitása, közvetve a fázisa is, számos tényezőtől függ. Ilyen a megvilágított felület anyaga, érdessége és dielektromos állandója, amit a felület nedvessége és növényzeti borítottsága is jelentősen befolyásol. Geometriai értelemben (hasonlóan a fényképekhez) előfordulhatnak radar árnyékban, takarásban lévő területek. Meredek lejtőkről nagy mennyiségű jelek szuperponálódhatnak a ferde cellákba, amit elő-rövidülésnek (foreshortening) neveznek. Hegyvidéki és nagyvárosi körülmények között előfordulhat, hogy a műholdhoz viszonyítva azonos távolságú, de egymástól távoli felületekről összegződnek a jelek, amit takarásnak (lay-over) neveznek. Az utóbb két eset nagyon kedvezőtlennek számít, annak ellenére, hogy a pixel intenzitása ugyan nagyon-nagyon lesz, de a pixel geometriai felbontása nagyon bizonytalaná válik.

Az intenzitás a vivő jel frekvenciájától is függ, néhány műhold jellemzőit az 1. táblázatban foglaltuk össze. Minél nagyobb a vivő frekvencia, annál nagyobb a visszaverődés intenzitása és a fázis felbontása is, de a növényzet különböző felületeiről történő többes visszaverődés is nagyobb lehet. Ezért például az erdős területeken a fatérfogat becslésére az X, a topográfia meghatározására a nagyobb behatolású, de pontatlanabb L tartomány lehet a kedvező választás.



3. ábra. A SAR felvételek geometriája: a ferde irányú szabályos pixeleket az antenna nadír iránya mentén értelmezhetjük. Az azimut irány a képsíkra merőleges.  $\theta_{le}$  és  $R_e$  az első, a  $\theta_{lu}$  és  $R_u$  az utolsó visszaverődésre vonatkozó látószögek és távolságok,  $\theta_n$  az antenna nadír iránya és  $h$  a műhold ellipszoid feletti magassága

1. táblázat. Néhány SAR műholdfrekvencia jellemzői

Műhold	sáv-tartomány	frekvencia [GHz]	hullámhossz [cm]
ALOS	L	1.2	23.6
ERS 1/2, ENVISAT (Sentinel-1A)	C	5.3	5.66
TerraSAR-X	X	10	3.11

### 3 Az interferometrikus feldolgozás alapösszefüggései

Ellentétben az amplitúdó értékekkel, amelyeket szürke árnyalatos SAR képként is felhasználhatunk, a fázisértékek látszólag véletlenszerű változásokot mutatnak. Ha egy területet azonos irányból kétszer egymás után megvilágítunk, a műholdpályák néhány száz méteres eltérést is mutathatnak, ezért a pixel sorozatok teljes mértékben nem esnek egybe. Ha az egyik megvilágítást „mester”, a másikat „szolga” felvételnek tekintjük, az utóbbit úgy kell átalakítani, hogy az a mester felvétel pixeleinek feleljen meg. Ezt az eljárást megfeleltetésnek („co-registration”) nevezik, amit általában affin transzformáció segítségével hajtanak végre. A pixelek transzformációja miatt a fázis értékeket is korrigálni kell, amit újra-mintavételezésnek („resampling”) neveznek.

Ha a mester és szolga felvételek közötti korreláció, tulajdonképpen a koherencia, a szükséges mértékben megmarad, ami a terepi adottságoktól is nagymértékben függ, ún. interferogramokat állíthatunk elő, amelynek a pixel értékeit úgy kapjuk meg, hogy a mester pixelek komplex számait megszorozzuk az azonos szolga pixelek komplex konjugáltjával:

$$\begin{aligned} z_m &= y_m e^{i\phi_m}, \\ z_s^* &= y_s e^{-i\phi_s}, \\ z &= y_m y_s e^{i(\phi_m - \phi_s)}, \end{aligned} \quad (2)$$

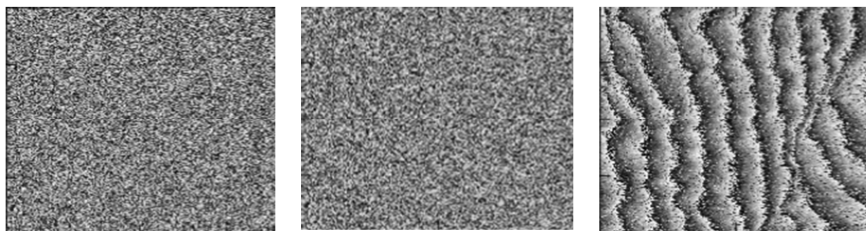
ahol az  $m$  index a mester, az  $s$  index a szolga felvételt és  $*$  a konjugáltat jelöli. Az interferogram már értelmezhető információt, a két felvétel közötti fáziskülönbséget, a diffrakciós csíkokat mutatja (4. ábra). Ha a két felvétel időpontja között a külső körülményekben semmilyen változás nem történt volna, a diffrakciós csíkok csak a műhold két helyzete közötti különbséget mutatnák, ahol az egész hullámhosszak számáról továbbra sem rendelkezünk információkkal.

Ha azonban két szomszédos interferometrikus cella közötti fáziskülönbséget is kiszámítjuk, ez már nagy valószínűséggel feltevésmentesen tükrözi a két felbontási cella közötti geometriai eltéréseket. Ha a különbségképzést az egész cellasorozatra elvégezzük, az egész hullámhosszak átlépésekor fázisugrást tapasztalhatunk (ezért ismétlődnek a csíkok az 4. ábra jobboldalán), aminek a meghatározását fáziskicsomagolásnak (phase unwrapping) nevezik. (A GPS technikánál ez a fázis-többértelműség feloldása, a SAR esetében ezt a sorok és oszlopok között síkban célszerű elvégezni.)

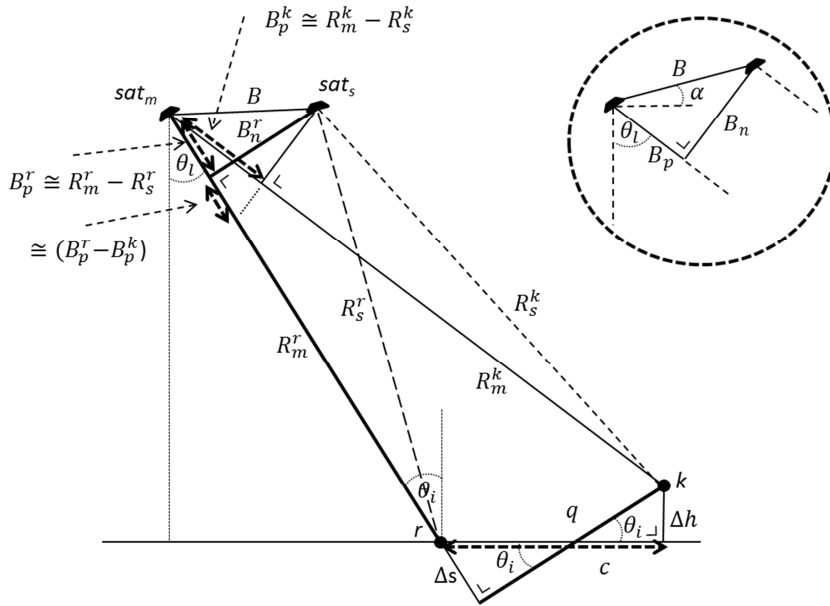
Az interferometrikus összefüggéseket vízszintes referencia sík és pixelek helyett pontokat feltételezve, az 5. ábrán mutatjuk be. A mérhető fázisszögek radiánban a

$$\begin{aligned} \phi_m^r &= 2\pi \left\{ \frac{2R_m^r}{\lambda} \right\}, & \phi_s^r &= 2\pi \left\{ \frac{2R_s^r}{\lambda} \right\}, & \phi^r &= \phi_m^r - \phi_s^r, \\ \phi_m^k &= 2\pi \left\{ \frac{2R_m^k}{\lambda} \right\}, & \phi_s^k &= 2\pi \left\{ \frac{2R_s^k}{\lambda} \right\}, & \phi^k &= \phi_m^k - \phi_s^k, \\ \Delta\phi^{rk} &= \phi^r - \phi^k \end{aligned} \quad (3)$$

összefüggésekkel írhatók fel, ahol az  $r$  és  $k$  felső index a referencia és a következő szórópontot jelöli,  $\lambda$  a hullámhossz,  $R$  a távolság és  $\{.\}$  a maradékképzés függvénye. (A GPS technika esetében fázismérésen az egész és tört hullámhosszak számát értették, ezért nem szorozták  $2\pi$  értékkel).



4. ábra. Balra a mester, középen a szolga és jobbra az interferogram fázis képe látható. (A kivágat Sandwell et al. 2011 alapján készült.)



**5. ábra.** Az interferometrikus alapegyenlet geometriai értelmezése.  $R$  a műhold szórópont távolságokat,  $B$  a bázisvonalat jelöli,  $n$  és  $p$  alsó index a merőleges és párhuzamos bázisvonal komponenseket, az  $m$  és  $s$  alsó index a mester és szolga felvételeket,  $r$  és  $k$  felső index a referencia és következő szórópontot jelöli.  $\theta_l$  és  $\theta_i$  a látó- és beesési szög (ebben az esetben azonos),  $\alpha$  a bázisvonal vízszintes síkkal bezárt szöge,  $q$  az  $r$  és  $k$  szórópontok merőleges bázisirányú,  $\Delta s$  a párhuzamos bázisirányú távolsága,  $\Delta h$  a magasság különbség és  $c$  a szórópontok közötti vízszintes távolság (felbontási cella).

Az  $R$  távolságokat csak néhány méter pontossággal ismerjük. Ha azonban feltételezzük, hogy a műholdról a közeli pixelekre vonatkozó irányok párhuzamosnak tekinthetők, amit megtehetünk, mivel a ferde távolságok megközelítőleg 850 km; az  $m$  és  $s$  műholdak közötti távolságok (a bázisvonalak) csak néhány száz méter hosszúak ( $3\sigma \cong 1$  m), akkor a különbségek az 5. ábra bekarikázott része alapján a műholdak bázis komponenseiből pontosabban meghatározhatók

$$\begin{aligned} B_n &= B \cos(\theta_l - \alpha), \\ B_p &= B \sin(\theta_l - \alpha), \end{aligned} \quad (4)$$

ahol  $B$  a két műhold közötti bázisvonal a műholdpályára merőleges síkban,  $B_n$  a merőleges és  $B_p$  a párhuzamos bázisvonal,  $\theta_l$  a látó szög és  $\alpha$  a bázisvonal vízszintes síkkal bezárt szöge. A párhuzamossági feltétel alapján a  $\Delta R$  távolságok gyakorlatilag azonosnak tekinthetők a párhuzamos bázisvonalakkal:

$$\begin{aligned} B_p^r &\cong \Delta R_{ms}^r \\ B_p^k &\cong \Delta R_{ms}^k \end{aligned} \quad (5)$$

továbbá az 5. ábra alapján felírhatjuk a

$$\frac{B_p^r - B_p^k}{B_n^r} \cong -\frac{q}{R_m^r} \quad (6)$$

hasonlóságot, ahol  $B_n^r$  a referencia szórópontra vonatkozó merőleges,  $B_p^r$  a párhuzamos bázisvonal és  $q$  a két szórópont  $R_m^r$  távolságára merőleges irányú eltérése. A mért értékeket behelyettesítve az interferometrikus alapegyenlethez jutunk (Ferretti et al. 2007):

$$\Delta\phi^{rk} \cong -\frac{4\pi B_n^r q}{\lambda R_m^r}, \quad (7)$$

amely a

$$\Delta\phi^{rk} \cong -\frac{4\pi B_n^r \Delta h}{\lambda R_m^r \sin \theta_i} - \frac{4\pi B_n^r \Delta s}{\lambda R_m^r \tan \theta_i} \quad (8)$$

alakban felírva tartalmazza a  $\Delta s$  párhuzamos bázisirányú eltérést és a  $\Delta h$  magasságkülönbséget is. Az 5. ábrán a  $\theta_l$  és a  $\theta_i$  beesési szögek a vízszintes modell miatt azonosak, az utóbbi érték az ellipsoid felületén közel 3 fokkal nagyobb.

Ha a  $\Delta s$  komponensből származó interferometrikus taggal korrigáljuk a méréseket a két pixel magasság különbségét tudjuk meghatározni, amit a topográfiai modellek létrehozása során alkalmaznak. A  $\Delta s$  komponens és a földgörcsületből származó korrekciók figyelembe vételét simításnak (flattening) nevezik.

Ha a mester és szolga felvételek időpontjai között a két pixel relatív helyzete is megváltozott a (8) összefüggés tovább bővíthető

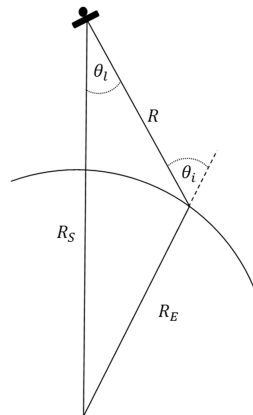
$$\Delta\phi^{rk} \cong -\frac{4\pi B_n^r \Delta h}{\lambda R_m^r \sin \theta_i} - \frac{4\pi B_n^r \Delta s}{\lambda R_m^r \tan \theta_i} + \frac{4\pi D^{rk}}{\lambda} + \Delta A^{rk} + n^{rk}, \quad (9)$$

ahol  $D$  a műhold látóirányú (LOS – line of sight) elmozdulás (vagy deformáció),  $A$  az atmoszférikus hatás és  $n$  a mérési zaj. Deformáció-vizsgálati célnál mind a két geometriai tagot korrekcióba kell venni, és az atmoszférikus hatást és a mérési zajt szűrővel próbálják csökkenteni. GPS szóhasználatnál élve a (3) képlet első két sora a műholdak közötti egyszeres, a harmadik sora a kettős különbségnek felel meg, ezért gyakran a differenciális InSAR (D-InSAR) elnevezést is használják. (Abban a nagyon ritka esetben, amikor  $B$  nagyon kis érték, közvetlenül egy pixel mozgását lehetne meghatározni.) A szokásos konvenció szerint negatív a  $D$  értéke akkor, ha a szórópont távolodott, és pozitív, ha közeledett a műholdhoz.

A (4) és (8) összefüggésekben az  $\alpha$ ,  $\theta_l$  és  $\theta_i$  szögek is hibával terhelt mennyiségek. A 5. és 6. ábrának megfelelően ezek a mennyiségek a következő összefüggésekkel számíthatók (Sandwell et al. 2011)

$$\begin{aligned} \alpha &= \tan^{-1}\left(\frac{B_v}{B_h}\right), \\ \theta_l &= \cos^{-1}\left(\frac{R^2 + R_s^2 - R_E^2}{2 R R_s}\right), \\ \theta_i &= \pi - \cos^{-1}\left(\frac{R^2 + R_E^2 - R_s^2}{2 R R_E}\right), \end{aligned} \quad (10)$$

ahol  $B_v$  a bázisvonal vízszintes,  $B_h$  a magassági komponense,  $R_s$  a műhold geocentrikus távolsága,  $R$  a műhold szórópont távolság és  $R_E$  a szórópont geocentrikus távolsága. A 2. táblázat jellemző adatai alapján a hibaterjedés törvényének megfelelően megbecsültük néhány levezetett paraméter értékét és középhibáit.



6. ábra. A  $\theta_l$  és  $\theta_i$  látó- és beesési szög meghatározásának geometriája gömbi megközelítésben



**2. táblázat.** Néhány közelítő és levezetett érték középhiba becslése.  
 $\phi(\Delta s)$  és  $\phi(\Delta h)$  a (8) képlet első és második összetevője

Paraméter	közélfítő érték [m]	középhiba [m]	levezetett paraméter	levezetett érték	középhiba
$B_v$	100	0.3	$B_n$	206 m	0.297 m
$B_h$	50	0.3	$B_p$	16 m	0.042 m
$R_s$	7178000	0.3	$\alpha$	27°	9"
$R$	850000	3.0	$\theta_l$	19°	3"
$R_E$	6378000	3.0	$\theta_i$	21°	3"
$\Delta s$	8	0.3	$\phi(\Delta s)$	-0.010 m	0.000 m
$\Delta h$	30	3.0	$\phi(\Delta h)$	-0.040 m	0.002 m

Mivel

$$\Delta s \cong \Delta R \cos \Delta \theta_l, \quad (11)$$

ahol  $\Delta \theta_l$  az  $r$  és  $k$  szórópontok közötti kis látószög különbség és  $\Delta R$  a ferde irányú távolságok ismert különbsége, a  $\Delta s$  középhibáját jóval nagyobb (a műhold pozíció) középhibával vettük figyelembe. A táblázatból is jól látszik, hogy a kevésbé pontos műhold paramétereiből ( $3\sigma \cong 0.9$  m) és a terepmodellből ( $3\sigma \cong 9$  m) becsült értékek sem befolyásolják lényegesen a mért fázisértékek korrekcióját, ami a  $B_n/R$  hányados kis értékének a következménye. A táblázat adatai alapján a (8) első tagjából egy hullámhosszra vonatkozóan  $\Delta h = 740$  m adódik, amit a többértelműség magasságának neveznek (azaz 740 m magassági változás okozna egy hullámhossznyi fáziskülönbség változást).

#### 4 A reflektáló felületek jellemzői és a feldolgozás módszerei

Az előző részben a jelentősebb hibaforrásokat úgy mutattuk be, hogy a felbontási cellákat egy szóróponttal helyettesítettük. A gyakorlatban azonban a földfelszínen egy közélfítőleg  $20 \text{ m} \times 4 \text{ m}$  felbontási cellából származó szuperponálódott jelet vizsgálunk, ahol a reflektivitás a felszínborítás fizikai tulajdonságaitól is lényegesen függ (érdesség, anyag minőség és dielektromos állandó).

A szóró felületeket lényegében négy nagy kategóriába lehet besorolni (7. ábra). Az egyedi szórópontok az adott felbontási cellában dominánsak, a koherenciájuk időben is nagyon sokáig megmarad, a környezetük hatása nagyrészt elhanyagolható. Ilyenek pl. bizonyos mesterséges tárgyak, vagy erre a célra tervezett mesterséges reflektorok, amelyeknek a pontos helyét is ismerjük.

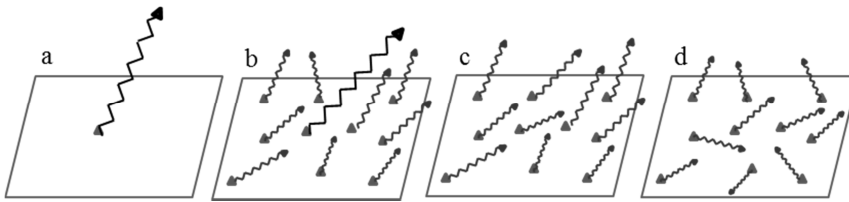
A második kategóriába tartozó cellákban domináns (permanens) szórópontok is találhatóak, a szuperponálódott jelek részben kioltják egymást, részben a domináns pontok kisebb bizonytalanságát is okozhatják.

Az elosztott (distributed) felületeknél a szuperponálódott jelek részben kioltják egymást, de egy zajosabb, viszonylag konzisztens átlag értékkel is rendelkezhetnek, amelyek akár nagyobb pixel tartományokban (szegmensekben) is jellemzőek lehetnek.

Az utolsó inkohereus kategóriában a jelek részben kioltják egymást és az átlagértékük is időpontként és területi szegmensekben is véletlen jellegű változást mutatnak. Ezek általában a növényzettel borított, széljárta területek, amelynek az amplitúdói is foltos képet szolgáltatnak. Deformáció vizsgálati célra ezek a területek nem alkalmasak.

Az InSAR technológia szempontjából a legkedvezőbbek az első két kategóriába tartozó sivatagi, vagy növényzetborítás nélküli (pl. vulkáni) területek, ahol a nagyobb földrengések vagy egyéb elmozdulások során jelentkező deformációkat egyértelműen kirajzolják az interferometrikus feldolgozás diffrakciós csíkjai.

A vizsgálatokra kevésbé alkalmas (pl. mezőgazdasági) területeken speciális módszereket dolgoztak ki. A rövid bázis vonalú (SBAS) módszernél a nagy koherencia érdekében időben közeli és rövid bázisvonallal jellemezhető képpárok feldolgozását hajtják végre, ahol az első két kategóriához hasonlóan több koherens pixel is nagy valószínűséggel azonosítható lehet (Lanari et al. 2007).



7. ábra. A szóró felületek fontosabb kategóriái. a) egyedi szóró pont, b) domináns szóró pont, c) elosztott szóró felület, d) inkonzisztens szóró felület

Egy másik megoldásnál megkeresik a vizsgált felvételesorozatokon egyértelműen azonosítható első és második kategóriába tartozó szórópontokat, és ezeknek a feldolgozását hajtják végre (Hooper et al 2004). A módszernek több elnevezése is ismert (PS-InSAR, PSI) ahol a PS a szórópontok állandóságára utal (Permanent vagy Persistent Scatterers).

A feldolgozást a harmadik kategóriába tartozó cellákra is kiterjesztették, amit a megfelelő szűrési technikák kidolgozása tett lehetővé. Az irodalomban a DS-InSAR elnevezéssel is találkozunk, ahol DS most az elosztott szórópontok (Distributed Scatterers) kifejezésre utal (Ferretti et al. 2011). Az SBAS és PSI módszerek együttes alkalmazására Hooper (2008) dolgozott ki egy eljárást.

A bemutatott módszereknél a geometriai korrekciók, az atmoszférikus hatások és a mérési zaj szűrését követően soronkénti, de általában síkbeli, vagy idősorok esetében háromdimenziós fáziskicsomagolást hajtanak végre, és a feldolgozás eredményeként az azonosított pontok műholdirányú változásainak idősorát is előállítják.

A feldolgozások lényeges része az előforduló hibahatások felismerése és szűrése, továbbá az elmozdulások más pl. geodéziai mérésekkel, geodinamikai vagy geomorfológiai modellekkel történő azonosítása is.

## 5 Összefoglalás

Ebben a tanulmányban röviden összefoglaltuk az interferometrikus műholdas SAR technológia fontosabb jellemzőit és geometriai alapösszefüggéseit. A hibaterjedés segítségével bemutattuk, hogy megfelelő műhold koordináták, ferde távolságok és terepmodell segítségével a korrigált fázismérések alkalmasak nagy pontosságú műholdirányú elmozdulások meghatározására. A szóró felületek jellemzőit négy kategóriában mutattuk be.

Összefoglaltuk az interferometrikus adatfeldolgozás fontosabb lépéseit (fókuszálás, tömörítés, megfeleltetés, újra-mintavételezés, interferogram készítés, simítás, szűrés, deformációs diffrakciós csíkok előállítás, fáziskicsomagolás, PS idősorok előállítás és georeferálás).

Intézetünk megújulási programjának keretében a hagyományos geodinamikai vizsgálatainkat az InSAR technológiával kívánjuk kiegészíteni. A nagy időállandójú geodinamikai folyamatok megfigyeléséhez leszálló és felszálló irányú megfigyelésekre is alkalmas geodéziai alappontok tervezését, telepítését és az ingyenes Sentinel-1A adatok alkalmazhatóságát kívánjuk megvizsgálni.

A tervezett alappontoknál a le- és felszálló műhold irányú elmozdulások is ugyanarra a pontra vonatkoztathatók, és az elmozdulások két komponense is meghatározhatóvá válik.

Első lépésben megismertedtünk a StaMPS (Hooper 2008) programrendszer használatával, amit a szoftver készítője soproni látogatása során mutatott be a Geodinamikai Kutatócsoport tagjainak.

**Köszönetnyilvánítás.** Köszönettel tartozunk Prof. Andy Hooper és Dr. Karsten Spaans kollegáknak a StaMPS programcsomag használatának elsajátításában nyújtott segítségéért, továbbá az MTA CSFK vezetésének az új kutatási program infrastrukturális támogatásáért.

## Hivatkozások

- Cuenca MC, Hooper A J, Hanssen RF** (2013): Surface deformation induced by water influx in the abandoned coal mines in Limburg, the Netherlands observed by satellite radar interferometry. *J. Applied Geophys.*, 88, 1-11.
- Davidson M, T Le Toan, Mattia F, Satalino G, Satalin T, Borgeaud M** (2000): On the characterisation of Agricultural soil roughness for Radar Remote sensing studies. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38, 630-640.
- Farr TG, Rosen PA, Caro E, Crippen R, Duren R, Hensley S, Kobrick M, Paller M, Rodriguez E, Roth L, Seal D, Shaffer S, Shimada J, Umland J, Werner M, Oskin M, Burbank D, Alsdorf D,** (2007): The Shuttle Radar Topography Mission. *Reviews of Geophysics*, 45(2).
- Ferretti A, Monti-Guarnieri A, Prati C, Rocca F, Massonnet D** (2007): InSAR principles: Guidelines for SAR Interferometry Processing and Interpretation. ESA publications, ESTEC, The Netherlands.
- Ferretti A, Fumagalli A, Novali F, Prati C, Rocca F, Rucci A** (2011): A New Algorithm for Processing Interferometric Data-Stacks: SqueeSAR. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 49, 3460-3470.
- Grenerczy Gy, Wegmüller U** (2011): Persistent scatterer interferometry analysis of the embankment failure of a red mud reservoir using ENVISAT ASAR data. *Natural Hazards*, 59(2), 1047-1053.
- Grenerczy Gy, Wegmüller U** (2013): Deformation analysis of a burst red mud reservoir using combined descending and ascending pass ENVISAT ASAR data. *Natural Hazards*, 65(3), 2205-2214.
- Hooper A, Zebker H, Segall P, Kampes B** (2004): A new method for measuring deformation on volcanoes and other natural terrains using InSAR persistent scatterers. *Geophysical Research Letters*, 31, 1-5.
- Hooper A** (2008): A combined multi-temporal InSAR method incorporating persistent scatterer and small baseline approaches, European Space Agency, Special Publication.
- Hooper A, Bekaert D, Spaans K, Arıkan M** (2012): Recent advances in SAR interferometry time series analysis for measuring crustal deformation. *Tectonophysics*, 514-517, 1-13.
- Lanari R, Casu F, Manzo M, Lundgren P** (2007): Application of SBAS DInSAR technique to fault creep: A case study of the Hayward Fault, California. *Remote Sensing of Environment*, 109(1), 20-28.
- Martinez J M, Floury N, T Le Toan, Beaudoin A, Hallikainen M T, Makynen M** (2000): Measurements and modelling of vertical backscatter distribution in forest canopy. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38, 710-719.
- Sandwell D, Mellors R, Tong X, Wei M, Wessel P** (2011): GMSTAR: An InSAR Processing Systems Based on Generic Mapping Tools. Scripps Institution of Oceanography, Technical Report.
- Petrik O** (2007): Műholdas radar-interferometria hazai alkalmazása: felszín-süllyedés-vizsgálat Debrecen környékén. *Geodézia és Kartográfia*, 3, 19-25.



# NÉGYDIMENZIÓS VÍZGŐZMODELLEK ELŐÁLLÍTÁSA GNSS TOMOGRÁFIÁVAL

Horváth Tivadar\*, Viengdavanh Róbert\*\*, Rózsa Szabolcs\*



**Construction of 4D water vapour models by means of GNSS tomography** – Atmospheric water vapour is one of the most important greenhouse gases. On the other hand it has a crucial role in the water cycle, thus the density of atmospheric water vapour determines an upper limit of rainfall or precipitable water vapour. The spatial and temporal distribution of atmospheric water vapour is advantageous to the numerical weather prediction of heavy rainfalls.

In this study the operational methods of atmospheric water vapour measurements are briefly introduced. Moreover, a software, developed by team researchers, is used to create 4D water vapour models using the observations of the Hungarian active GNSS network. This processing technique utilizes the existing radiosonde observations. The models are derived using the least-squares adjustment technique.

**Keywords:** water vapour, GNSS, tomography

A légköri vízgőz az egyik legfontosabb üvegházhatást okozó gáz. Emellett kulcsszerepe van a víz körforgásában, így mennyisége alapvetően meghatározza a kihullható csapadékmennyiség értékét. A légköri vízgőz térbeli és időbeli eloszlásának ismerete nagy segítséget nyújthat a nagy intenzitású csapadékok meteorológiai előrejelzéséhez.

A tanulmányban röviden bemutatjuk a légköri vízgőzmérések jelenlegi eszközeit, majd egy saját fejlesztésű szoftver segítségével a hazai GNSS infrastruktúra méréseiből határozzuk meg négydimenziós vízgőz modelleket. A modellek levezetéséhez felhasználjuk a hazai rádiószondás méréseket is. A térbeli modell prizmáinak refraktivitás értékeit legkisebb négyzetek módszerén alapuló ki-egyenlítési eljárással határozzuk meg.

**Kulcsszavak:** vízgőz, GNSS, tomográfia, rádiószonda

## 1 Bevezetés

A légkörben található vízgőz fontos szerepet játszik a víz körforgásában. Bár a Föld teljes vízkészletéhez képest a légkörben lévő víz mennyisége elenyészően kicsi, mégis nagymértékben befolyásolja a légköri folyamatokat. A meteorológiai előrejelzésekhez a légköri vízgőz eloszlásának ismerete segítséget adhat, azonban a légkörben lévő vízgőz gyors időbeli és térbeli változása miatt meghatározása nem egyszerű feladat.

A tanulmányban a meglévő GNSS hálózat meteorológiai célú alkalmazhatóságát vizsgáljuk. A permanens állomásokon végzett GNSS méréseknél a légkör okozta hatás ismeretlen paraméterként vehető figyelembe a számításokban. A műholdakról érkező rádiójelek a légkörön áthaladva késleltetést szenvednek, ezt a késleltető hatást részben a troposzférában lévő vízgőz okozza. Ha a helymeghatározás többi hibahatását (műhold órahiba, műhold pályahiba, ionoszféra okozta késleltetés, vevő órahiba, többutas terjedés, stb.) kiküszöböljük, vagy ismert értéknek vesszük, akkor a troposzféra okozta zenitirányú késleltetés becsülhető, majd ebből az integrált vízgőz tartalom számítható (Rózsa et al. 2009; Rózsa et al. 2010).

Abban az esetben azonban, ha a troposzféra műholdirányú késleltetés értékeit meg tudjuk határozni, akkor akár térbeli vízgőzeloszlás modelleket is létrehozhatunk, ahol nem csak az egyes állomások feletti légszlop integrált vízgőztartalmát adjuk meg, hanem a GNSS hálózat által lefedett terület feletti vízgőzsűrűség változásokat is becsülhetjük különböző magasságokban. Mivel ezeket a számításokat nagy időbeli felbontással (óránként, vagy akár negyedóránként) el tudjuk végezni, négydimenziós vízgőzmodellek kialakításáról beszélhetünk.

\*BME Általános és Felsőgeodézia Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3

\*\*ELTE Meteorológia Tanszék, 1117 Budapest, Pázmány P. sétány 1/A

E-mail: szrozsa@agt.bme.hu

Jelen tanulmányban egy esettanulmányon keresztül kívánjuk bemutatni a négydimenziós vízgőzmodell létrehozásának lépéseit, amelyhez kizárólag a NAVSTAR GPS műholdrendszer észleléseit és meteorológiai méréseket használunk fel. Bemutatjuk a modellek előállításának elméleti hátterét, annak korlátait. Az eredményeket összevetjük rádiószondás mérésekkel is.

## 2 A légköri vízgőz és meghatározásának módszerei

A Földet körülvevő légkör sok különféle halmazállapotú gázkomponensből tevődik össze. Ezek közül csak a víz van jelen egyszerre több fázisban a hőmérséklettől függően – más elnevezéssel élve – állandó fázisátalakulásban van. A legfontosabb gázok mellett a víz a légkör össztömegének ( $8.6 \cdot 10^{18}$  kg) hozzávetőlegesen 0.18 %-át adja ( $1.55 \cdot 10^{16}$  kg), az atmoszférában való tartózkodási ideje hozzávetőlegesen 10 nap (Péczy 1981). A víz nagyrésze a troposzférában található, itt zajlik a legfontosabb fázisátalakulási folyamat, amit kondenzációnak nevezünk. E folyamathoz köthető a légköri nedvességtartalom egyik legmeghatározóbb formája a vízgőz, amely egyben a legfontosabb üvegházhatású gáz a szén-dioxid mellett. Emellett nagy szerepet játszik a vízkörforgásban, a felhős ködképződésben, illetve közvetítője az egyes légrétegek közti energiacsereinek is.

A légköri üvegházhatásban játszott szerepét elsősorban az erősen pozitív visszacsatolási mechanizmus okozza (Held és Soden 2002). Már kis mennyiségű vízgőz is képes jelentősen módosítani a légkör sugárzásáteresztő képességét, növelve az üvegházhatást, ezáltal a Föld átlaghőmérsékletét. Emiatt kiemelt fontosságúak a vízgőz mennyiségére vonatkoztatott mérések. Mivel a vízgőz tömegének 99%-a az atmoszféra alsó 30-35 km-es rétegében található, ezért a mérések is ebben a tartományban történnek különböző mérési módszerekkel. Nagy térbeli és időbeli változékonysága és rövid tartózkodási ideje miatt a légköri vízgőz mennyiségének meghatározása számos problémát vet fel. A probléma megoldására ad választ a légkörből kihullható vízmennyiség meghatározása  $\text{kg/m}^2$  vagy mm mértékegységben (Rózsa et al. 2009). Ez az érték összefügg a globális csapadékmennyiséggel, ami hozzávetőlegesen 1000 mm/év, így ha figyelembe vesszük a víz tartózkodási idejét a légkörben, a kihullható vízmennyiség átlagértékére 25 mm adódik. A kihullható vízmennyiség térben és időben erősen változó mennyiség. Hazánkban a kihullható vízmennyiség átlagértéke körülbelül 20 mm.

A technika fejlődésével összhangban, egyre jobb és pontosabb módszerek, eszközök állnak rendelkezésünkre ahhoz, hogy feltérképezzük a légkört, ezen belül is a vízgőztartalmat. Mivel a vízgőz legjelentősebb elnyelési sávjai az infravörös tartományba esnek, ezért a méréshez a vizuális megfigyelés, mint meteorológiai mérésfajta nem jöhet szóba. Ehelyett célszerű különféle műszerekkel közvetett vagy közvetlen (in-situ) módon végezni a mérést. Közvetett módon távérzékelési módszerekkel mérhetünk. Előnyük, hogy a légkör tetszőleges pontjáról, akár folyamatosan is tudunk információkat kapni, a hátrányuk, hogy jóval bonyolultabbak és pontatlanabbak, mint a közvetlen mérés eszközei. Néhány közvetett elven működő vízgőzmérési módszer a teljesség igénye nélkül:

- LIDAR (LIght Detection And Ranging),
- WVR (Water Vapour Radiometer – Vízgőz Radióméter),
- műholdas mérések.

In-situ mérésakor a műszer érzékelője közvetlenül érintkezik a mérendő közeggel, ezért a mérés is sokkal pontosabb. A mérés helye nem korlátozódik a Föld felszínére, hanem a légkör magasabb régióiból is nyerhetünk adatokat. A kihullható víztartalom meghatározásában nagy szerepe van többek között a rádiószondával történő felszállásoknak. A módszer lényege, hogy egy kisméretű szenzort juttatunk fel a légkörbe egy hidrogénnel feltöltött ballon segítségével, és a szenzor mellett elhelyezett adattovábbító rendszer segítségével a földi állomáson fogadjuk a beérkező meteorológiai adatokat. Globálisan több mint 800 állomásról történik naponta a felbocsátás, ezáltal megbízható adatokat kapunk a légkör alsó 30-35 km-es vertikális rétegéről.

Hazánkban jelenleg az Országos Meteorológiai Szolgálat (OMSZ) bocsát fel rádiószondákat két helyen, Budapest-Pestszentlőrincen és Szegeden naponta egyszer, 00<sup>h</sup> UTC időpontban. Erre a célra a finn gyártmányú Vaisala DIGICORA-III földi vevő és jelfeldolgozó rendszert, és a hozzá tartozó Vaisala RS92-GP rádiószondát alkalmazzák. Feldolgozáskor a kapott eredményeket grafikus

(emagramon) ábrázolhatjuk, vagy numerikus módon, FSL kiterjesztésű fájlokban tárolhatjuk. A módszer előnye, hogy pontos adatokat szolgáltat a legfontosabb időjárási paraméterekről (hőmérséklet, szél, légnedvesség, légnyomás), és ezeket real-time módon tudja továbbítani a földi vevőállomásra feldolgozás céljából. A mérési eljárás hátránya, hogy anyag- és eszközigényes, mert a szondák, miután visszaesnek a földre, nem használhatók fel újból. Mivel a mérés egy pontban történik, ezáltal nem ad kellő területi lefedettséget, továbbá alacsony hőmérsékleten, ami a troposzféra felső tartományára jellemző, nem képes kellő pontossággal meghatározni a légköri vízgőztartalmat.

### 3 A GPS alapú kihullható csapadékmennyiség becslések elméleti háttere

A vízgőzmodellek létrehozásához ismernünk kell a troposzféra jellemző meteorológiai paramétereit, valamint a műholdjelekben tapasztalható jelkésletetés mértékét. A jelenlegi közel valószerű GPS feldolgozás eredményeit felhasználva ezek a paraméterek számíthatók (Rózsa et al. 2010). A rendszer óránként, több mint 50 permanens állomáson becsüli a zenitirányú troposzférikus késletetést. A troposzférikus késletetés két részből, a nedves és a hidrosztatikus összetevőből áll. A teljes késletetésnek körülbelül 90%-át teszi ki a hidrosztatikus késletetés, amely jól modellezhető a felszíni légnyomás függvényében. A nedves késletetés a troposzférában lévő vízgőz függvénye, azonban ez egy időben nagyon változó mennyiség. A troposzférában lévő vízgőz meghatározható rádiószondás mérésekkel, de ahogy az előzőekben láthattuk, ezek nagyon költségesek, ezért célszerű lenne a meglévő GNSS infrastruktúrát meteorológiai célokra is felhasználni.

Minden permanens állomásról átlagosan 8-10 GPS műholdra történnek a mérések. Mivel a permanens állomások földrajzi helyzete nagy pontossággal ismert, ezért az állomás-koordináták a számításokban ismert paraméterként figyelembe vehetők. Ily módon lehetőségünk nyílik egyéb paraméterek, többek között a troposzféra okozta késletetés számítására. A számított késletetések zenitirányúak, amelyek leképzési függvényekkel számíthatók át ferde (műholdirányú) késletetésekké.

#### 3.1 Troposzférikus késletetés

A troposzférában a törésmutató értéke egynél nagyobb, ezért a hullámok lassabban terjednek, mint a vákuumban. Amennyiben ismerjük a légkör paramétereit, akkor a refraktivitást számíthatjuk Essen és Froome (Ádám et al. 2004) összefüggése alapján. Ezt az egyenletet átrendezve a következő összefüggéshez jutunk:

$$N = k_1 \frac{p}{T} + (k_2 - k_1) \frac{e}{T} + k_3 \frac{e}{T^2}, \tag{1}$$

ahol  $k_1, k_2, k_3$  tapasztalati állandók,  $p$  a légnyomás hektopaszskáiban,  $e$  a parciális párányomás hektopaszskáiban és  $T$  a hőmérséklet Kelvinben. A  $k$  tapasztalati állandók Essen és Froome által meghatározott értékei:  $k_1=77.64$  K/hPa,  $k_2=64.68$  K/hPa és  $k_3=3.718 \cdot 10^5$  K<sup>2</sup>/hPa.

Az (1) egyenlet első tagja határozza meg a hidrosztatikus (száraz) refraktivitás értékét. Ha ismerjük a parciális párányomást és a hőmérsékletet, akkor a nedves refraktivitás értéke számítható. A rádiószondás méréseknel a hőmérsékletet és a harmatpont hőmérsékletét is meghatározzák, utóbbiból a parciális párányomás értéke is számítható.

Smith és Weintraub (1953) szerint a troposzféra okozta késletetés (zenitirányban) a következőképpen számítható:

$$T = T_d + T_w = 10^{-6} \int_{z_{ant}}^{z_{tropo}} N_d ds + \int_{z_{ant}}^{z_{tropo}} N_w ds, \tag{2}$$

ahol  $T_d$  a száraz levegő okozta késletetés,  $T_w$  a nedves rész okozta késletetés,  $N_d$  és  $N_w$  a száraz és nedves refraktivitás, míg  $z_{tropo}$  a tropopauza és  $z_{ant}$  a GNSS antenna magassága a tengerszint felett.

A troposzféra okozta késletető hatást az aktív GNSS hálózat mérései alapján becsülni lehet. A jelenlegi, közel valószerű meteorológiai feldolgozórendszerben felhasználják a GPS észleléseket, a műholdak pályadatait és a meteorológiai mérések adatait, és automatikus feldolgozással óránként

számítják a zenitirányú troposzféra okozta késleltetést. Ebből a vízgőzbecslő modul számítja a zenitirányú nedves és hidrosztatikus késleltetés becsült értékét, majd az integrált vízgőztartalmat (Rózsa et al. 2011).

### 3.2 A GPS tomográfia matematikai modellje

Abban az esetben, ha a GPS mérésekből nem csak zenitirányú késleltetést tudunk meghatározni, hanem a műholdirányú troposzférikus késleltetés is meghatározható minden permanens állomás-műhold irányra, akkor lehetőségünk nyílik a vízgőzeloszlás térbeli eloszlásának megismerésére is a tomográfia eszköztárát alkalmazva.

A légkört felbontjuk kisebb egységekre (téglatestekre, vagy idegen szóval voxelekre, prizmákra), ezek alkotják a modellt legkisebb megkülönböztethető egységeit. A cél az, hogy minden egységben számítani tudjuk a légkör jellemző paramétereit. Minél kisebb egy prizma mérete, annál részletesebb képet kapunk a légkörről és annak változásáról. A prizmaméret csökkentése azonban egyúttal növeli az ismeretlenek számát a későbbi kiegyenlítési számításokban.

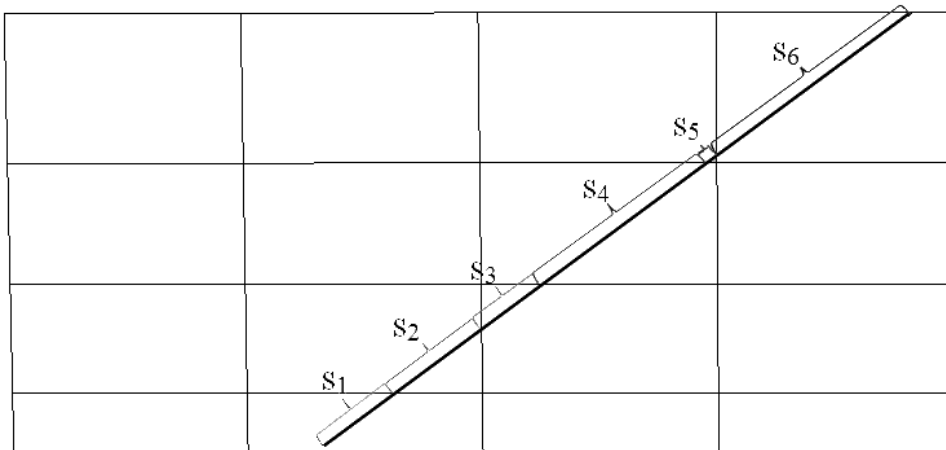
Ha felvesszük a modell paramétereit (kiterjedés, prizma mérete), akkor – elhanyagolva a sugárgörbületet és a földgörcbületet – a műholdak és állomások közötti egyenesek metszik a téglatesteket. Minden egyenes egy vagy több téglatestet metsz. A vevő és a műhold helyzetének ismeretében számítható, hogy az egyenesek mely téglatesteken haladnak keresztül, és mely téglatestből mekkora darabot metszenek ki (1. ábra).

A troposzféra okozta nedves késleltetés, egy állomásra és műholdra vonatkoztatva, megegyezik az egyes prizmákban megtett út és a prizma állandónak tekintett refraktivitásának szorzatával:

$$T_n = 10^{-6} \sum_{i=1}^k s_i N_{n,i} , \quad (3)$$

ahol  $T_n$  a nedves késleltetés,  $s_i$  az  $i$ -edik prizmából kimetszett szakasz hossza,  $N_{n,i}$  az  $i$ -edik prizma nedves refraktivitása, és  $k$  a metszett prizma száma.

Mivel az alkalmazott térmodell véges kiterjedésű, ezért a lefedett terület széleinek közelében egyes műhold-vevő egyenesek nem a troposzféra tetején (a tropopauzán) keresztül hagyják el a modellt, hanem a térmodell oldalán. Emiatt a térmodellből előállítható nedves késleltetés értéke nem fog megegyezni az észlelt műholdirányú nedves késleltetés értékével. Ezt a hatást úgy vehetjük figyelembe, hogy a mérési eredményt egy korrekcióval látjuk el. Ez a GPS adatokból meghatározott műholdirányú késleltetéseket csökkentő korrekció megegyezik az oldallapon lévő metszéspont és a modell teteje között lévő rész okozta nedves késleltetéssel.



1. ábra. Téglatestekből kimetszett szakaszok



A korrekció értékének számításához ismernünk kell a légköri vízgőz függőleges irányú előzetes eloszlását, amit a rádiószondás észlelések alapján vettünk figyelembe. Első lépésben meghatároztuk a modell oldalán kilépő műhold-vevő távolságokra a rádiószondás mérések felhasználásával a modell által lefedett atmoszféra rész és a tropopauza közötti vízgőz tartalom okozta troposzférikus késleltetést. Ezt követően megjavítottuk a GPS feldolgozásból becsült műholdirányú késleltetés értékét ezzel az értékkel. Ily módon a javított troposzférikus késleltetést felhasználva azokat a műhold-vevő vektorokat is be tudtuk vonni a vízgőzmodell meghatározásába, amelyek nem a kialakított térmodell felső határán hagyták el a modellt.

A legkisebb négyzetek módszerével történő kiegyenlítés során az egyes prizmákban megtett úthosszak ismeretében a prizmák refraktivitása meghatározható. Ehhez szükségünk van még a műhold irányú troposzférikus nedves késleltetés előzetes értékeire is. Rádiószondás mérésekből meghatározhatjuk a légköri vízgőz függőleges eloszlását. Ezt az eloszlást feltételezve az egész modellben, meghatározzuk az egyes prizmák előzetes refraktivitás értékeit, amelyekből a műholdirányú nedves késleltetések előzetes értékei is számíthatóak.

Ezt követően az egyes prizmák refraktivitás értékeit, mint paramétereket kiegyenlíthetjük a legkisebb négyzetek módszerével (Detrekői 1991).

A felvett háromdimenziós modell egy síkkal közelíti a földfelszínt. A Föld görbültsége miatt ez a közelítés hibát okoz a troposzférikus késleltetés meghatározásában. A műholdról érkező jelek a valódi  $t_v$  távolság helyett  $t_m$  távolságot tesznek meg a troposzférában, ha síkkal közelítjük a földfelszínt. Minél kisebb a műhold magassági szöge ( $E$ ), annál nagyobb hibát okoz a Föld görbültsége.

A számításokban a műholdak kitarakási szögét  $10^\circ$ -nak vettük fel. A közelítés okozta hiba megegyezik a  $t_v$  és  $t_m$  különbségével. A troposzféra vastagságát  $12\text{ km}$ -nek feltételezve  $t_m$  és  $t_v$  értékét az alábbi módon határozhatjuk meg:

$$t_m = \frac{12\text{ km}}{\sin(E)} = 69.1\text{ km}, \quad (4)$$

$$t_v = \frac{6390\text{ km}}{\sin(90^\circ + E)} \cdot \sin(90^\circ - E - \alpha) = 67.1\text{ km}, \quad (5)$$

ahol

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{6378\text{ km}}{6390\text{ km}} \cdot \sin(90^\circ + E)\right) = 9^\circ 24' 25.5". \quad (6)$$

A legkedvezőtlenebb esetben a síkközelítés körülbelül  $2\text{ km}$ -es hibát okoz, ami  $2.9\%$ -os relatív hibának felel meg. Ezt a relatív hibát elfogadhatónak tekinthetjük, ezért a térmodell kialakításához jelen dolgozatban a síkközelítéssel eljárást alkalmaztuk annak matematikai egyszerűsége miatt. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy a (4)-(6) képletekben megadott számítás alapján a  $10^\circ$ -os magassági szögek alatt a közelítés hibája jelentősen megnő.  $5^\circ$ -os kitarakási szög esetén már  $10\%$ -os relatív hibát, míg  $1^\circ$ -os szög esetén  $57\%$ -os relatív hibát követhetünk el a műhold-vevő vektorok troposzférra metszési hosszának számításában. Ezért amennyiben  $10^\circ$ -os magassági szög alatti műholdakat is figyelembe kívánunk venni, mindenképpen javasolt a gömbi közelítés alkalmazása.

A prizmákban megtett úthosszak számításához ismerni kell az állomások és a műholdak térbeli pozícióját ugyanabban a koordináta-rendszerben. A permanens állomások koordinátái ismertek a WGS-84 térbeli derékszögű koordináta-rendszerben. A műholdak pillanatnyi közelítő helyzetét pedig az almanach adatok alapján számíthatjuk. Ha a műholdak helyzete ismertté vált, akkor a műholdak magassági szöge és azimutja számítható az összes permanens állomásra vonatkozóan.

Az áthaladó hosszak meghatározásához definiálnunk kell a térmodell felépítését is. A fent említett téglatest hálózatot jellemezhetjük az egyes sorok és oszlopok szélességével, valamint a különböző rétegek vastagságával. Ezeknek a paramétereknek a felvétele után az összes téglatest sarokpontjának a koordinátája ismertté válik egy derékszögű koordináta rendszerben.

A műhold-vevő vektor közötti egyenesek egyenleteit meghatározhatjuk az alábbi adatok alapján:

- a kiindulópont helyzete (az állomás  $X$  és  $Y$  koordinátája és tengerszint feletti magassága)
- a vektor iránya, azaz két szög érték ( $\alpha$  azimut,  $E$  magassági szög)

Egy adott egyenes és téglatest metszéspontja(i) visszavezethető(k) egyenesek és síkok metszésére.

#### 4 Esettanulmány

A négydimenziós vízgőzmodellek vizsgálatához egy egynapos időtartamot választottunk (2012. szeptember 13.). Ezen a napon az éjszakai órákban egy markáns hidegfront vonult át az országon, így a nyugati országrészen kezdetben nagyobb volt a légrétegek víztartalma, majd miután a front a keleti részt is elérte, az egész ország területén megnövekedett a vízmennyiség a földközeli légrétegekben.

Számításainkhoz felhasználtuk az adott napon végzett közel valósidejű GPS feldolgozás eredményeit (troposzféra becslések), az európai permanens állomások koordinátáit, az állomásokon végzett meteorológiai méréseket, valamint a Budapesten végzett rádiószondás mérés eredményeit.

A felhasznált adatok az alábbiak voltak:

- rádiószondás mérések (Budapest és Szeged állomásokra, 00<sup>h</sup> UTC időpontban),
- állomáskoordináták (ITRF08 vonatkoztatási rendszerben),
- numerikus időjárás modellekből meghatározott kihullható csapadékmennyiségek,
- almanach állományok,
- a permanens állomások észleléseinek feldolgozásából származó troposzféra becslés állományok.

##### 4.1 Térmodell paramétereinek felvétele

A háromdimenziós modell méreteinek megválasztásakor figyelembe kellett venni az állomások átlagos távolságát, és a troposzféra szerkezetét. Minél nagyobb felbontású modellt szeretnénk létrehozni, annál sűrűbb állomás hálózatra van szükség, hiszen a felbontás növelésével nő az ismeretlenek száma a kiegyenlítésben. A modell méretét ezek alapján úgy vettük fel, hogy egész Magyarország területét lefedje, és a vertikális rétegződés a troposzféra vízgőztartalmát figyelembe vegye. A modell létrehozásának több lehetőségét is vizsgáltuk, a cél a legjobb felbontás és a kiegyenlítés megoldhatóságának elérése volt.

A vizsgált három modell méretet ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) az 1. táblázat tartalmazza. Az  $a$ , és  $b$ , esetben a fölös mérések száma nagyobb, mint nulla, tehát a kiegyenlítés elvégezhető. A  $c$ , esetben a paraméterek száma nagyobb, mint a mérések száma, ezért a javítási egyenletekből alkotott egyenletrendszer határozatlan, nincs megoldása. A további vizsgálatokat a  $b$  esethez tartozó modellel végeztük, hiszen ez adja a legjobb térbeli felbontást. A  $b$  esetben az  $a$  és  $c$  esettől eltérő időtartamra végeztük el a számításokat, így a mérések száma kismértékben eltér a másik két esetétől.

1. táblázat. A modell lehetséges méretei

	északi irányú felbontás	keleti irányú felbontás	magassági irányú felbontás
a,	4· 100 km	6· 100 km	1· 1 km + 4· 2 km + 1· 3km
b,	7· 60 km	10· 60 km	3· 1 km + 3· 2 km + 1· 3km
c,	8· 50 km	12· 50 km	3· 1 km + 3· 2 km + 1· 3km

2. táblázat. A kiegyenlítés jellemzői

	Mérések száma (n)	Paraméterek száma (r)	Téglatestek száma
a,	418	136	142
b,	426	363	490
c,	418	446	672

## 4.2 A számítás menete

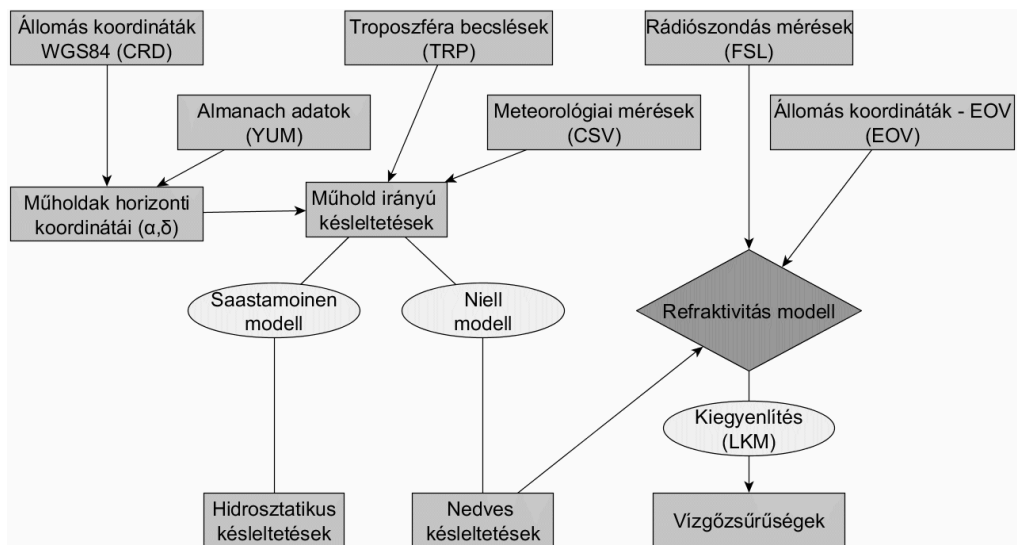
Első lépésben az állomások ellipszoidi földrajzi koordinátáit számítottuk ki, ezt követően pedig állomásonként a műholdak horizonti koordinátái (azimut, magassági szög) következtek. A magassági kitakarási szög értékének  $10^\circ$ -ot vettünk fel, ami azt jelenti, hogy ennél alacsonyabban látszó műholdak nem vettek részt a számításban. A közel valósidejű feldolgozásból származó (Rózsa et al. 2010) zenitirányú nedves troposzferikus késleltetésekből a Niell leképezési függvény segítségével számítottuk a ferde (műhold irányú) irányú nedves késleltetéseket. A kiegyenlítésben ezek az értékek voltak a mérési eredmények. Meg kell említenünk, hogy a Niell leképezési függvény izotróp függvény, így a vízgőzeloszlás laterális változásaira érzéketlen. Jelen vizsgálatunk célja azonban egyelőre nem a lehető legpontosabb vízgőzeloszlás modell előállítása volt, hanem csupán a tomografikus technika megvalósíthatóságának vizsgálata.

A vizsgált időszakhoz tartozó budapesti rádiószondás mérés adatai alapján az egyes téglatestek előzetes meteorológiai paramétereit (pl.: nedves refraktivitás előzetes értéke) határoztuk meg. A kiinduló adatok ismeretében a modellt metsző egyeneseknek (állomásokat és műholdakat összekötő egyenesek) a téglatestekből kimetszett hosszai számíthatók voltak. Ezeket a hosszakat tartalmazza a kiegyenlítésben az alakmátrix. A kiegyenlítést követően meghatároztuk az egyes prizmákhoz tartozó vízgőzsűrűség értékeket. Ha a számítást több időpontban is elvégezzük, akkor kapjuk a negyedik dimenziót, az időt. A számításokat egy saját fejlesztésű szoftverrel végeztük el, melynek működését a 2. ábrán láthatjuk.

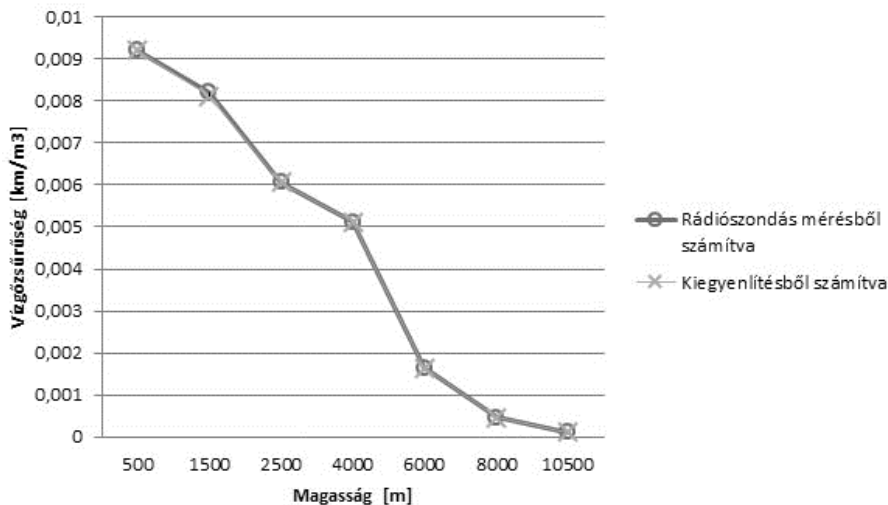
## 4.3 Eredmények

A számítások eredményei azt mutatják, hogy a modell alkalmas a troposzférában lévő vízgőzsűrűség értékének a meghatározására. A 3. ábrán láthatjuk a rádiószondás profilból és a GPS mérésekből legkisebb négyzetek módszerével meghatározott vízgőzprofil alakulását a Budapest feletti prizmákra. Az ábrából jól látható, hogy a kiegyenlítéssel meghatározott profil jól visszaadja a rádiószondás eredményeket.

A modell szélein, ahol a mérési adatok ritkábbak, ott előfordulnak olyan téglatestek, amelyek nem vesznek részt a kiegyenlítésben, így ott a meteorológiai adatokból felvett előzetes értékekből számolt vízgőzsűrűséget kell feltételezni.



2. ábra. A program működésének folyamatábrája



3. ábra. Vízgőzsűrűségek vertikális profilja (BUTE, 5<sup>b</sup>)

Mivel a legkisebb négyzetek módszere feltételi egyenleteket használ a túlhatározott egyenletrendszer megoldására, ezért előfordult olyan eset, hogy a paraméter olyan javítást kapott, amelyből számolt vízgőzsűrűség nagyobb volt, mint ami fizikailag lehetséges. Természetesen ez az eltérés nagyon kicsi volt (földközeli rétegben:  $4 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}^3$ , ami 4%-os eltérésnek felel meg, a tropopauza környékén:  $\rho_v = 0,19 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}^3$ , ami 25%-os eltérésnek felel meg), azonban ezt figyelembe kell venni a későbbi vizsgálatoknál. A kiegyenítésben ilyen jellegű egyenlőtlenégeket nem lehet feltétleként megadni, ezért más módszereket kell alkalmazni a további kutatásokban. Egy megoldás lehet, ha a szóban forgó prizmak vízgőzsűrűségeit a telített vízgőz sűrűség értékén megköjtjük, ezt követően pedig egy újabb legkisebb négyzetek szerinti kiegyenlítést hajtunk végre, amelyből ezeket a prizmakat már kihagyjuk.

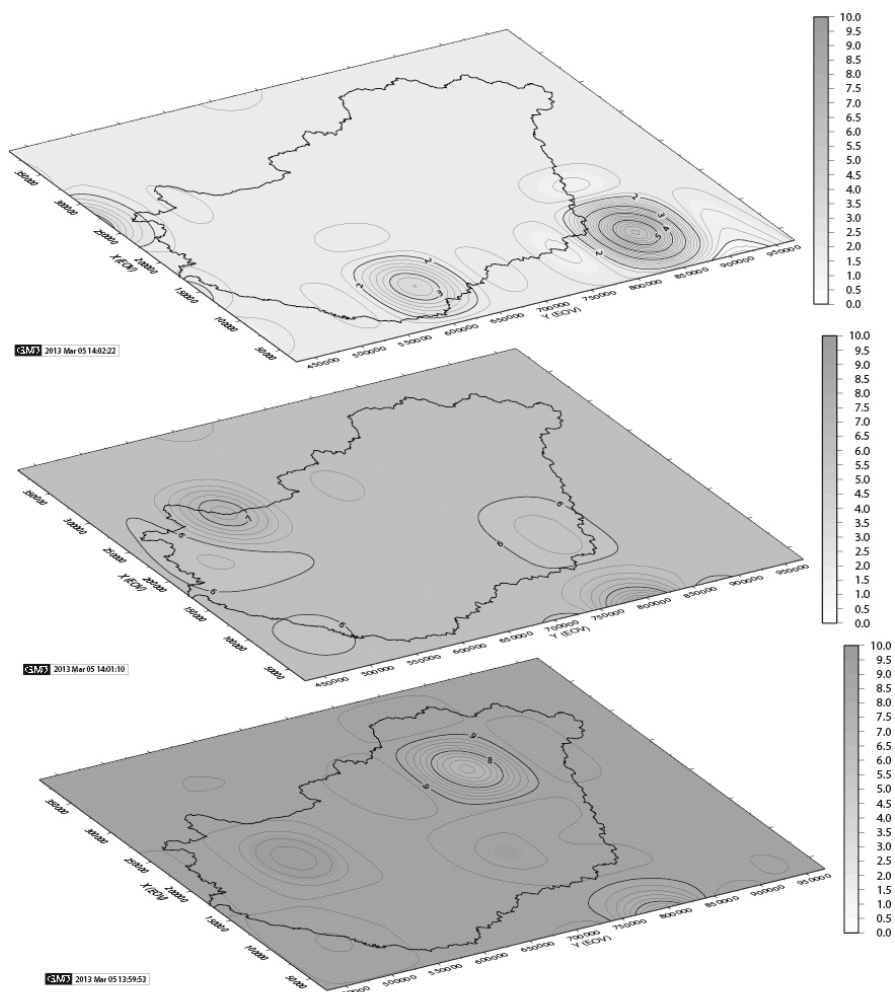
A modell térbeli felbontásának csak az állomások távolsága szab határt. Mivel a troposzféra becslések óránként készülnek, ezért időben jobb felbontás is elérhető. A vízgőzsűrűség modellt a szoftver 3D-s moduljában térben is szemlélhetjük, és van lehetőség a sorok, oszlopok és rétegek láthatóságának változtatására, azaz „benézni” a modell belsejébe. Az egyes rétegekben a vízgőzsűrűségeket szintvonalas ábrázolással mutatja a 4. és 5. ábra.

## 5 Összegzés

A GPS rendszert eredetileg navigációs célokra fejlesztették ki, azonban a geodéziai infrastruktúra felhasználásával más célokat is elérhetünk. A permanens GNSS állomások mérési adatai meteorológiai célokra is felhasználhatóak. Az aktív GNSS hálózat segítségével a troposzféra műholdjelekre gyakorolt hatása meghatározható, amely hatás a tropozférában lévő vízgőzzel áll kapcsolatban. Jelen tanulmányban a közel-valósídejű rendszer feldolgozásának eredményeit és a meteorológiai mérések adatait felhasználva a négydimenziós vízgőzmodellek előállítási lehetőségét vizsgáltuk.

Az elméleti háttér fejezetben részletesen bemutatásra került a számítás elve, a számítások során alkalmazott feltételezések és közelítések, majd egy esettanulmányon keresztül szemléltettük a vízgőzmodell létrehozásának lépéseit. A kapott eredmények azt mutatják, hogy a négydimenziós modellek térbeli felbontásának az állomások sűrűsége szab határt. A kiegyenítésből kapott eredményeket felhasználva számítottuk a vízgőz sűrűség értékeket. A modell szélein, ahol ritkábbak a mérési adatok, ott a felsőbb rétegekben lévő prizmak nem vettek részt a kiegyenítésben, ezért a meteorológiai adatok alapján felvett előzetes értékekből számított vízgőzsűrűségeket feltételeztük.

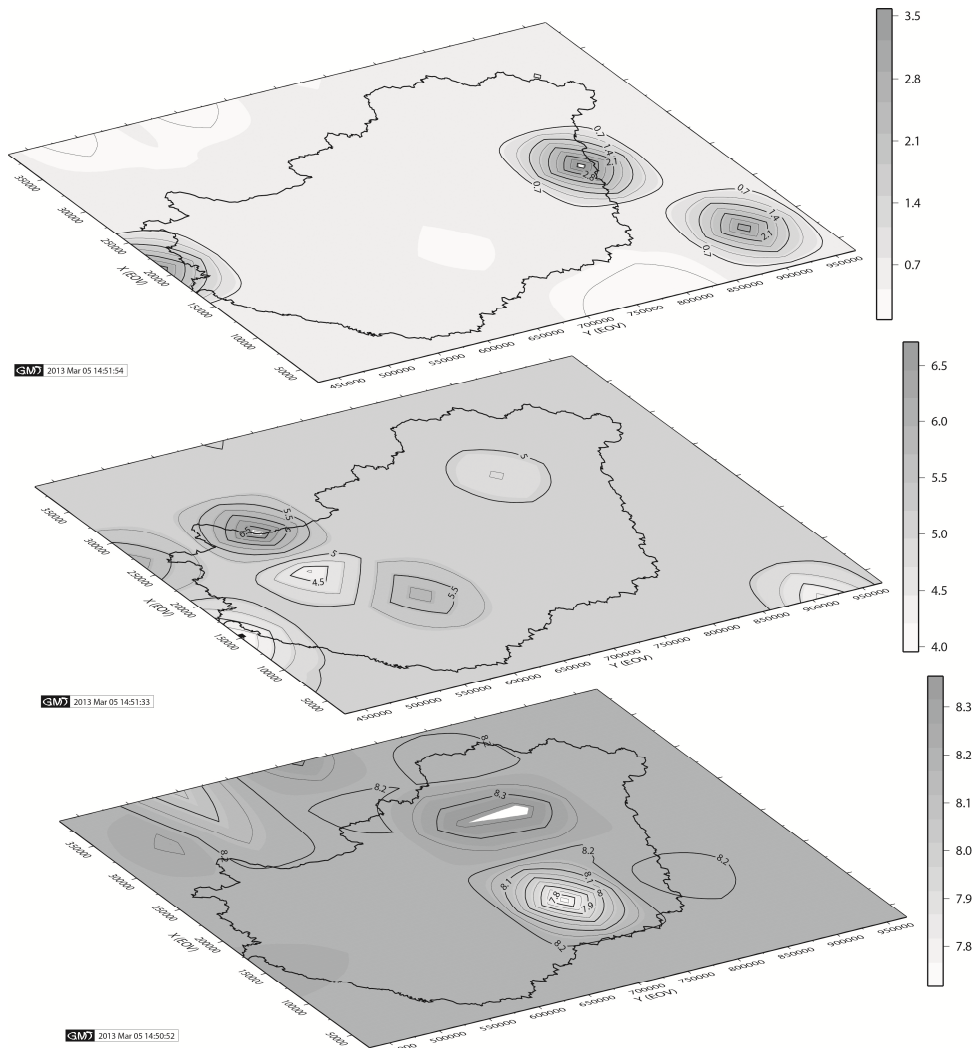
Eredményeink azt mutatták, hogy tomografikus úton a GPS észlelésekből előállítható négydimenziós vízgőzmodell. A becsült vízgőzsűrűség-profil nagyon jó egyezést mutatott a rádiószondás észlelésekkel.



4. ábra. Vízgőzsűrűségek 500, 2500 és 6000 m-es magasságban ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )

A további kutatások célja lehet a kapott vízgőz értékek felhasználása meteorológiai célokra, valamint, az adatok összehasonlítása a numerikus időjárás előrejelző modellek eredményeivel, továbbá a különböző fizikai feltételek figyelembe vételével történő kiegyenlítés iterációs módszerrel.

**Köszönetnyilvánítás.** A szerzők ezúton köszönik meg az Országos Tudományos Kutatási Alapprogramok támogatását a K-83909 sz. projekt keretében. Továbbá köszönjük a FÖMI-nek, hogy rendelkezésünkre bocsátotta az aktív GNSS hálózat mérései alapján meghatározott troposferikus késleltetések értékeit. A munka szakmai tartalma kapcsolódik a "Minőségorientált, összehangolt oktatási és K+F+I stratégia, valamint működési modell kidolgozása a Műegyetemen" c. projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A projekt megvalósítását az ÚMFT TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-0002 programja támogatja.



5. ábra. Vízgőzsűrűségek 1500, 4000 és 8000 m-es magasságban ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )

### Hivatkozások

- Ádám J, Bányai L, Borza T, Busics Gy, Kenyeres A, Krauter A, Takács B (2004): Műholdas helymeghatározás. Műegyetemi Kiadó, Budapest.
- Detrekői A (1991): Kiegyenlítő számítások. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Péczely G (1981): Éghajlattan. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Held IM, Soden BJ (2000): Water Vapor Feedback and Global Warming. Annual Review of Energy and Environment, 25, 441-475.
- Rózsa Sz, Dombai F, Németh P, Ablonczy D (2009): Integrált vízgőztartalom becslése GPS adatok alapján. Geomatikai Közlemények, 12(1), 187-196.
- Rózsa Sz, Kenyeres A, Weidinger T, Gyöngyösi A (2010): GNSS mérések közel valós idejű feldolgozása meteorológiai alkalmazásokhoz. Geomatikai Közlemények 13(2), 55-64.
- Rózsa Sz, Weidinger T, Gyöngyösi A (2011): A GPS mint meteorológiai mérőeszköz. Víz a légkörben. Élet és Tudomány, 66(51-52), 1644-1645.
- Smith EK, Weintraub S (1953): The Constants in the Equation for Atmospheric Refractive Index at Radio Frequencies. Proceedings of the Institute of Radio Engineers (I.R.E.), 41, 1035-1037.

# TÁVÉRZÉKELÉS ALKALMAZÁSA A MEZŐGAZDASÁGBAN

Bazsó Tamás\*



*Application of remote sensing in the agriculture – Nowadays, remote sensing plays an important role in the agriculture. This progress began in the 1970s, when it was realised that utilisation of natural resources must be done with due care. Satellite remote sensing became the main tool for the accurate monitoring of agricultural productivity. The pioneers were the former leading industrialised countries, since then many other countries have been involved in the research. Since laying down the basis, remote sensing developed significantly allowing more and more accurate data acquisition. The first research in Hungary started in the 1980s, followed by many successful projects. The Institute of Geodesy, Cartography and Remote Sensing was the pioneer in the country-wide agricultural remote sensing in Hungary.*

**Keywords:** remote sensing, agriculture, Institute of Geodesy, Cartography and Remote Sensing

*Napjainkra a távérzékelés fontos szerepet játszik a mezőgazdaságban. A folyamat az 1970-es években indult el, amikor ráeszméltünk, hogy a természeti erőforrásokkal körültekintően kell bánni. A mezőgazdasági termelés pontos kimutatásának eszköze az űrtávérzékelés lett. A kezdeti lépéseket az akkori nagyhatalmak tették meg, azóta sok ország bekapcsolódott a kutatásokba. A távérzékelés alapjainak megteremtése óta sokat fejlődött, és egyre pontosabb adatgyűjtés vált lehetővé. Hazánkban az 1980-as években indultak az első kutatások, és azóta is komoly eredményeket érünk el. Az országos mezőgazdasági távérzékeléses felmérések elsőként a Földmérési és Távérzékelési Intézetben kezdődtek.*

**Kulcsszavak:** távérzékelés, mezőgazdaság, Földmérési és Távérzékelési Intézet

## 1 Bevezetés

Napjainkra a távérzékelés egyik legfőbb felhasználójává a mezőgazdaság vált. Hagyományos megfogalmazás szerint a mezőgazdaság a nemzetgazdaság egyik ága, amely növények termesztésével, állatok tenyésztésével foglalkozik (Fogarassy et al. 2004). A termőföldről szóló 1994. évi LV. törvény értelmében mezőgazdasági tevékenység a növénytermesztés, kertészet, állattenyésztés, halászat, haltenyésztés, szaporítóanyag-termesztés, vadgazdálkodás, erdőgazdálkodás és vegyes gazdálkodás.

Az egyes területek kutatási és alkalmazási szinten is felhasználják a távérzékelési technológiákat, ám a legrégibbi múltra a szántóföldi kultúrák vizsgálata tekint vissza.

Az 1960-as évekre a természeti erőforrásokkal való ésszerű gazdálkodás központi kérdéssé vált. Így került sor a környezetgazdálkodási összefüggések és problémák kezelésére egy adatnyerési módszer, a távérzékelés kidolgozására, amelynek hatékonysága a nagy távolságból (űrből) történő adatnyerésben rejlik (Csornai et al. 1995). Egyik ilyen sarkalatos pontja volt a kutatásoknak a mezőgazdasági termelés vizsgálata, és ezen keresztül a megfelelő mezőgazdasági technológia alkalmazása.

A távérzékelési alkalmazások eredményeként az Amerikai Egyesült Államok az 1970-es évek közepére már pontos, világszintű adatokkal rendelkezett a gabona termésére vonatkozólag (Csornai 1987). A kutatások terén, de a technológiai fejlesztésekben is, egyre több ország kezdte el a saját távérzékelési programját. Hazánkban az 1980-as években indult el az űrtávérzékelés mezőgazdasági célú hasznosítása, amely a mai napig tartó folyamatos kutatás–fejlesztéseken keresztül világszínvonalú eredményeket hozott.

A technológiák fejlődése, és azok egyre tágabb környezetben való alkalmazása, folyamatos minőségi javulást, növekvő adatmennyiséget és gyorsabb adatforgalmat eredményezett. A digitális technológia és a geoinformatika meghatározó alkotóelemévé vált a távérzékelésnek. Ma már nehezen képzelhető el számunkra egy olyan megoldás, mint akár a térképezésben hazánkban is alkalma-

zott KOZMOSZ (volt szovjet) műholdak, amit még analóg képek Földre juttatásával (Remetei 1987), majd feldolgozásával, kiértékelésével alkalmazhatnánk.

A mezőgazdasági távérzékelés szempontjából a látható és az infravörös (közeli és közepes) sugárzási tartományok a legalkalmasabbak.

Az elmúlt negyven év alatt a technológia sokat fejlődött. A hagyományosnak mondható multispektrális felvételezés még mindig alapvető fontosságú a mezőgazdasági felmérésekben. Azonban napjainkban a néhány fontos hullámtartományt lefedő felvételek mellett megjelentek a részletesebb adatnyerést, és alkalmazásával egy pontosabb elemzést elősegítő hiperspektrális felvételek. A szupernagy felbontású űrfelvételek sok esetben felváltják a nagy felbontást biztosító légifelvételezést. A kutatás-fejlesztések eredményeként – egyre pontosabb és specifikusabb elemzési módszerek, mutatószámok kidolgozásával – a növénytermesztési folyamatok objektív és tervezhető gazdálkodása válik lehetővé. A GNSS technológia és a távérzékelés ötvözésével megvalósulhatott a „mezőgazdasági táblán belüli gazdálkodás”, a precíziós mezőgazdaság.

Az utóbbi évtizedekben megjelentek az aktív távérzékelő rendszerek (InSAR, LIDAR) mezőgazdasági alkalmazásai (pl. rizstermesztés, erdőfelmérés), ami a technológiák újravirágzását is jelentik (Lovas et al. 2011).

E széles palettán a kutatások általában egy-egy irány fejlesztését célozzák meg. A következőkben a hagyományosnak mondható multispektrális technológia hátterét, és ezen keresztül az országos szintű alkalmazását mutatom be.

## 2 A távérzékelés bemutatása

A távérzékelés azon technológiák és technikák összessége, amelynek során fizikai kontaktus nélkül információt gyűjthetünk a megfigyelés tárgyáról (Kristóf et al. 2011).

Az adatgyűjtés általában elektromágneses hullámok közvetítésével történik. Az érzékelők a tárgy által kisugárzott vagy a tárgyról visszaverődött jeleket detektálják, melynek során a földfelszínről, vagy annak közvetlen környezetéből (a mezőgazdálkodás szemszögéből vizsgálva) egységes adatrendszerhez jutunk. A távérzékelés alatt nemcsak a speciális adatgyűjtést, hanem azok kiértékelését is értjük (Csornai et al. 1995).

### 2.1 A távérzékelés története

Az 1800-as évek közepétől beszélhetünk a távérzékelés kezdetéről, amikor léghajóról, majd repülőgépről, és végül az űrből készült felvételek alapján térképezést végeztek. Az igazi áttörést 1972 jelentette, amikor az első Landsat (ERTS-1) műholdat pályára állították, és megindult egy olyan minőségű adatgyűjtés, amelyet a mai kor távérzékelési alapjának tekinthetünk. Kezdetben csak az Amerikai Egyesült Államok és az akkori Szovjetunió számított űrnagy hatalomnak (Kristóf et al. 2011).

Az 1980-as évek közepétől egyre több ország indított űrprogramot, és a fellőtt műholdakról saját távérzékelési adatokhoz jutott. A folyamatos fejlesztések (szenzorok érzékenysége) következtében egyre több információt szolgáltatottak a felvételek.

Egy következő mérföldkövet 1999 jelentett, amikor az első, nem állami költségvetésből finanszírozott, szupernagy felbontású műholdat (IKONOS) szolgálatba állították. Napjainkra a nagyobb spektrális érzékenységgel készült, hiperspektrális, valamint a szupernagy felbontású űrfelvételek felhasználása az erőforrás kutatásban vált egyik meghatározó tényezővé. A fejlődő technológia egyre szélesebb felhasználási területet eredményezett, és mára nagyon sok szektorban elkerülhetetlen a távérzékelés alkalmazása.

### 2.2 Elektromágneses sugárzás

A távérzékelési eszközök a visszavert elektromágneses energiát detektálják. A sugárzás forrása szerint megkülönböztetünk aktív és passzív eszközöket, melyek közül nagyobb részt az utóbbit használják mezőgazdasági elemzésekhez. Az elektromágneses sugárzás a hullámhossz alapján tar-



ományokra osztható (gamma – röntgen – ultraibolya – látható – infravörös – rádió), ami mind az eszközök fejlesztésénél, mind a felvételek elemzésénél alapvető fontosságú. A passzív optikai távérzékelés során a látható és az infravörös tartomány a meghatározó.

Az emberi szem által is érzékelhető látható fény hullámhossza (kék – zöld – vörös) 380-720 nm közé esik. Emellett nagy szerepe van az infravörös tartománynak (720-15000 nm), amelyet mezőgazdasági szempontból is lényeges továbbosztani: *a*, közeli infravörös tartományra (720-1300 nm); *b*, közepes infravörös tartományra (1300-3000 nm); és *c*, távoli infravörös tartományra (3000-15000 nm) (Kristóf et al. 2011).

### 2.3 A légkör sugárzásra gyakorolt hatása

A Föld felszínére érkező sugárzás túlnyomó része a Napból származik, majd a felszínről visszaverődve jut el a szenzorokig. Úrtávérzékelés során ezen sugárzásnak kétszer kell a Föld légkörén átjutnia. Kivételt képez a távoli infravörös tartomány, azaz hőinfra-tartomány, amely túlnyomórészt a Föld és más objektumok által kibocsátott sugárzás.

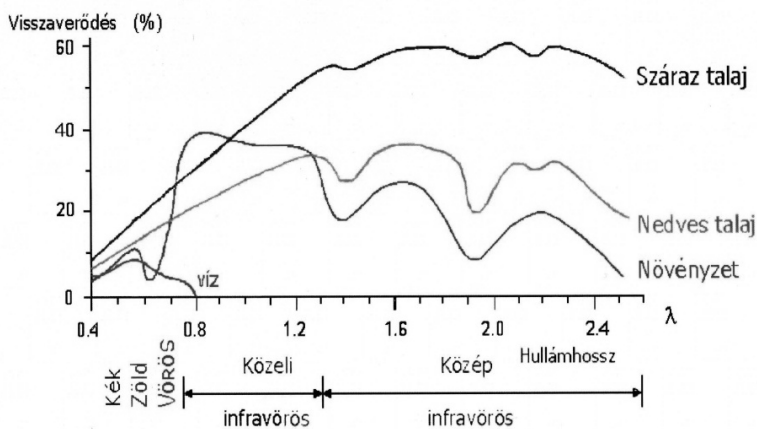
A légkörben a visszaverődés és elnyelődés miatt a sugárzás erőssége és összetétele megváltozik (Burai 2007). A légkör zavaró hatással van a földfelszín reflektanciájának kiértékelésében. Azokat a hullámhossz-tartományokat, ahol a legkisebb a szóródás és az elnyelődés mértéke, légköri ablakoknak nevezzük. A szóródás a légkörben található parányi részecskéken (vízgőz, szennyező anyagok) történik. Az elnyelődés legfőbb okozója a vízgőz, valamint az infravörös sávban a szén-dioxid.

Ezek alapján felhős időben az optikai távérzékelés nem kivitelezhető. A felvételek radiometriai tulajdonságait befolyásolják a légkörben lévő anyagok, ezért a mezőgazdaságban alkalmazott idősoros felvételek kvantitatív tulajdonságainak összehasonlításánál problémát okozhatnak. Ez a légköri inhomogenitás a felvételek geometriai torzulásaira is hatással van (Burai 2007).

### 2.4 A visszavert elektromágneses sugárzás információtartalma

A földfelszínre érkező sugárzás intenzitását a beesési szög, valamint a sugárforrás távolsága is befolyásolja. Tehát a távérzékelte felvételek készítésekor – a kiértékelés szempontjából nézve – figyelembe kell venni a földrajzi hely, évszak, napszak, illetve a domborzat hatásait is.

A légkörön áthaladó elektromágneses sugárzás a földfelszínnel találkozáskor részben elnyelődik, részben visszaverődik, egy része pedig áthalad az anyagon. Ezek egymáshoz viszonyított aránya a hullámhossz függvénye, ugyanakkor az anyag minősége és állapota is befolyásolja. Ezt a tulajdonságot kihasználva, a távérzékelés segítségével az anyagok (földfelszín) fizikai és kémiai tulajdonságaira tudunk következtetni (Kristóf et al. 2011). Minden anyagnak sajátos elnyelési és visszaverési spektruma van (1. ábra).



1. ábra. Egyes felszínborítási kategóriák átlagos spektrális jelleggörbéje (Kristóf, 2011)

Valós körülmények között a megvilágítási viszony, légköri körülmények, a beesés szöge, az objektumok geometriája és pillanatnyi állapota is befolyásolja a mérés eredményét (Kristóf et al. 2011). Ha a különböző felszínborítások visszaverését a hullámhossz függvényében megrajzoljuk, akkor megkapjuk az adott borítás átlagos spektrális jelleggörbéjét. A reflektancia változást elemezve a hullámhossz függvényében többlet információhoz juthatunk (pl. vegetáció – faj – állapot).

Ezekből a spektrális reflektancia görbékből tudunk következtetni a felszínborítás minőségére. Ideális esetben – akár egy spektrális adatbank segítségével – automatikusan és egyértelműen lehetne a függvényből következtetni a felszín minőségére. Valós körülmények között azonban a változatosan előforduló, és környezeti hatások által terhelt felszínborítás-típusok nem egyértelműen azonosíthatók, ezért statisztikai módszerekkel közelítve lehet az azonosítást elvégezni (László I. személyes közlése).

## 2.5 Növényi interakciók

Távérzékeléssel általában nem egyedi szinten vizsgálunk egy növényt, hanem egy adott területről visszavert sugárzást detektáljuk, amire befolyással van a borítás mértéke, növény fajtája (típusa), fejlettségi foka, állapota, valamint az állomány alatti talajról visszavert sugárzás is (Burai 2007).

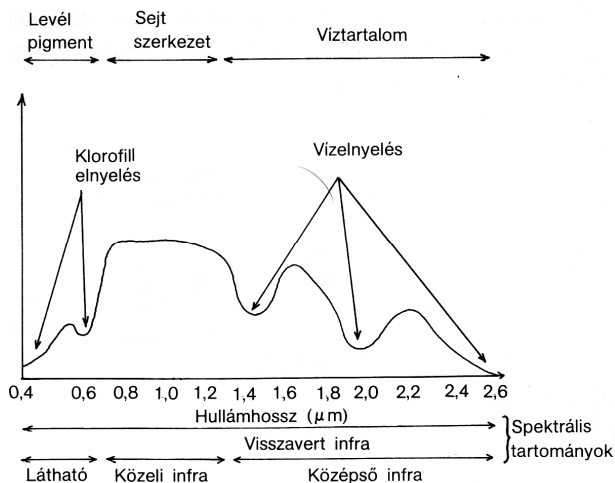
A növény fizikai felépítéséből, és annak állapotából következően a sugárzás visszaverődésére a növényfaj, fejlődési stádium és egészségi állapot van döntő hatással. Ezeket a tényezőket – kutatásokkal bizonyítottan – a látható, közeli infravörös és a középső infravörös sávok (2. ábra) elemzésével megfelelően lehet vizsgálni (Kristóf et al. 2011).

A levelekre eső fénysugárzás egy része közvetlenül visszaverődik a levél felszínéről, a nagyobb része viszont a levél belsejébe hatol, ahol további szóródás és visszaverődés következik be. A látható tartományban – jellemzően a kék és a vörös sávokban – történik a legnagyobb sugárzási elnyelés (Bácsatyai et al. 2001). A normálistól eltérő növényállapot (betegség, elemhiány, stb.) és az öregedési folyamatok befolyásolják a növényi pigmentek mennyiségét, amelyek a fényelnyelésben játszanak szerepet, emiatt látható és mérhető értékkülönbségek keletkeznek (Kristóf et al. 2011).

A közeli infravörös tartományban a sugárzás körülbelül fele-fele arányban áthatol a levélben, illetve visszaverődik. A sugárzás visszaverődését ebben a tartományban a levél belsejében lévő levegőjáratok határfelületei, illetve a levél morfológiája okozza (Kristóf et al. 2011).

A középső infravörös tartományba a vízelnyelési maximumok sávjai esnek, tehát a növények víztartalmára vonatkozó információk értékelhetők ki ebben a sávban.

A távoli (termális) infravörös tartományban a növények által kibocsátott sugárzásból juthatunk információhoz a növény állapotára vonatkozólag, amely a növény hőmérsékletének függvénye (Kristóf et al. 2011).



2. ábra. Az egészséges növény spektrális jelleggörbéje (Remetey 1986)

## 2.6 Hordozók

Mezőgazdasági szempontból vizsgálva a távérzékelést, ugyanúgy fontos szerepet játszanak a földközeli felvevő rendszerek, a légi távérzékelő berendezések, valamint napjainkra elterjedten használt űreszközökről készült távérzékelte felvételek.

A távérzékelés kezdetén elsősorban a repülőgépről készült felvételek voltak használatosak. Az első műholdak a katonai fejlesztések eredményeként jelentek meg, és kezdetben meteorológiai adatgyűjtést végeztek. Az 1970-es évektől alkalmaztak mezőgazdasági célokat is szolgáló, Földet megfigyelő erőforrás-kutató műholdakról gyűjtött digitális adatokat. Alkalmazhatóságuk az adatgyűjtés gyorsaságában rejlik.

Fontos a műholdak pályájának megemlítése a megfigyelés szempontjából. Egyik tényező a műhold mozgása: ami lehet a Föld egy részletét nagy magasságból (36 000 km) folyamatosan figyelő, az Egyenlítő síkjában azzal együtt forgó, geostacionárius, valamint – a mezőgazdasági tekintetben inkább alkalmazott – poláris, vagy inkább közel-poláris pályán mozgó műholdak.

Az adatkiértékelés tekintetében fontos elvárás a megfelelő megvilágítás. Így azt is figyelembe veszik a műholdak pályáinak tervezésekor, hogy egy adott területről közel azonos időpontban készüljön a felvétel. Ezt a keringési idő megválasztásával és a Naphoz képest állandó helyzetű, ún. napszinkron pálya megválasztásával érik el. A földmegfigyelő holdak általában alacsony pályán keringenek (500-2000 km) (Vágó et al. 2009).

## 2.7 Szenzorok és az általuk készített felvételek

A távérzékelés adatok gyűjtése valamilyen érzékelők (szenzorok) segítségével történik, amelyek kialakításuk függvényében más-más eredményt szolgáltatnak.

Aszerint, hogy saját sugárforrásból kibocsátott, vagy természetes forrásból származó elektromágneses sugárzást észlelnek, beszélünk aktív és passzív szenzorokról. A felvételek készítési magassága, illetve a hordozó eszköz szerint elkülönítünk kézi- (földközeli-), légi- és űrszenzorokat. A szenzor működési elve szerint megkülönböztetünk kamera- és pásztázórendszereket. A hullámhossz-tartomány alapján működhetnek az optikai vagy a mikrohullámú sávban. Csatornaszám alapján megkülönböztetünk nagy geometriai felbontású pankromatikus, több csatornás multispektrális, és kis sáv szélességű, nagy csatornaszámú hiperspektrális felvételeket. Geometriai felbontásuk alapján lehetnek kis (100 m felett), közepes (100-10 m), nagy (10-1 m) és szupernagy (1 m alatt) felbontásúak (Kristóf et al. 2011).

A különböző szenzorok által készített felvételeket négy fő tulajdonsággal lehet jellemezni (Csató, 2000):

- 1) spektrális felbontás: a vételi sávok száma, az alkalmazott sáv szélesség és a sávok spektrumtartománya határozza meg, általában a sávok számával adjuk meg (sáv),
- 2) geometriai felbontás: azt írja le, hogy az egymáshoz közeli tárgyak a felvételeken milyen mértékben különböztethetők meg egymástól, erős egyszerűsítéssel a pixel terepi mérete (m),
- 3) radiometriai felbontás: a mért sugárzási mező mérési szintjeinek a száma (bit),
- 4) időbeli felbontás: az az időintervallum, amely elteltével a felvevő berendezés ugyanarról a területről elkészíti a képet (nap).

## 2.8 A távérzékelés és a térinformatika kapcsolata

A rohamosan növekvő távérzékelte adatmennyiség és a számítástechnika elterjedésével mára a távérzékelés területén szinte csak a digitális adatokat és adatkiértékelést használjuk. E nagy mennyiségű adat területi kezelését, adatbázisban való tárolását és rendszerezését a térinformatika tette lehetővé. Az adatok operatív feldolgozásával új információk kinyerése vált lehetővé a numerikus adatkiértékelésen keresztül. A térinformatika segíti a térbeli adatok gyűjtését, kezelését, feldolgozását, elemzését, modellezését és a megjelenítést. A térinformatika az adatintegráció lehetőségét is biztosítja, ahol a rendelkezésre álló téradatokat egységesítjük és rendszerbe foglaljuk. Ez egy összetettebb,

mélyebb elemzést tesz lehetővé, ahol már nemcsak a távérzékelte felvételekből nyert adatok alapján hozunk döntést.

Mára a felhő alapú számítástechnikai rendszerek egy összetett adatkezelést, kiértékelést és eredményhozatalt tesznek lehetővé, mellyel még hatékonyabbá válik az információszerzés. A térinformatika és a távérzékelés összetartozó tudományág, mindkettő kölcsönösen segíti egymást.

### 3. Távérzékelési adatok mezőgazdasági célú feldolgozása

A mai távérzékelési technológiák mellett az adatok széles spektrumát felhasználhatjuk a termelés hatékonyságának növelésére. A különböző eljárásokkal gyűjtött adatok eltérő feldolgozási technológiát igényelnek. A mezőgazdaság számára legnagyobb jelentőséggel a földi erőforrás-kutató műholdak által gyűjtött adatok szolgálnak.

#### 3.1 Feladatok köre

A kezdeti lépéseket a távérzékelés mezőgazdasági célú felhasználásában az Amerikai Egyesült Államok Mezőgazdasági Minisztériuma (USDA) tette meg, amikor Landsat űrfelvételek kiértékelésével rendszeres és globális szinten megkezdte a mezőgazdasági növények termésbecslését (Bácsatyai et al. 2001).

Hazánkban számos kutatás és gyakorlati alkalmazás folyik, amelyek távérzékelési módszerek segítségével teszik hatékonyabbá az agrárgazdálkodást, illetve nyújtanak információt a gazdaságos működéshez. A mezőgazdasági feladatokhoz elsősorban a passzív, optikai spektrum tartományában működő szenzorok adatait használják fel. Napjainkra akár egy gazdálkodási tábla szintjén is (precíziós mezőgazdaság) alkalmaznak már távérzékelési módszereket a termelés segítésére.

Bácsatyai (2001) szerint távérzékelés segítségével megoldható feladatok a mezőgazdaságban:

- földhasználati térképezés,
- fontosabb növénykultúrák területének meghatározása,
- mezőgazdasági termésbecslés,
- agrokultúra minősítése,
- gyomosodás vizsgálata,
- növénykárosodások felderítése,
- talajtani alkalmazás, talajtérképezés,
- vegetációtérképezés,
- biomassza-termelés becslése,
- víz, víztartalom detektálása.

#### 3.2 Módszertani áttekintő

A távérzékelés alkalmazása lehetőséget nyújt, hogy a növénytani jellemzőket kvalitatív, illetve kvantitatív adatokból meghatározzuk. Ahhoz, hogy a nyers távérzékelési adatokból mennyiségileg is kiértékelhető adatokat kapjunk, különböző feldolgozási mechanizmusokat szükséges alkalmazni.

Az adatfeldolgozás lépéseit az adatminőség (felvételezés spektrális minősége), az adatfeldolgozási módszer (vizuális interpretáció vagy digitális interpretáció), valamint a vizsgálat célja (kvalitatív vagy kvantitatív vizsgálat) határozza meg (Burai 2007). Különböző kutatások során rendkívül sok módszert dolgoztak ki, amelyek sokszor egyedi célok elérését teszik lehetővé. Az adatfeldolgozási módszerek előfeldolgozás, elemzés-értékelés szakaszokra oszthatók.

A mezőgazdasági alkalmazás során a legfőbb eredményt a látható fény, és a közeli- és közepes infravörös csatornák elemzésével lehet elérni, amelyeket a növények szöveti sajátosságai okoznak.

### 3.3 Előfeldolgozás

A felvételek pontos kiértékeléséhez, az azokat terhelő hibákat szűrni, illetve csökkenteni szükséges, valamint vetületbe való illesztését is el kell végezni. Ez az előfeldolgozás feladata. Az előfeldolgozáshoz tartozik még a képek olyan minőségi átalakítása, mely során ugyan a kép eredeti információtartalma módosul, viszont az elemző számára fontos információkat ki lehet emelni (Vágó et al. 2009).

Az előzőhöz tartoznak a szenzorok, a rendszer, valamint a légkör torzító hatásából származó hibák kiküszöbölését szolgáló radiometriai korrekció, valamint a felvevőrendszer hibáit és a vetítés torzító hatását kiküszöbölő geometriai korrekció, polinomiális függvényekkel való átalakítás vagy ortorektifikáció, ami a vetületbe illesztést és a koordináta transzformációt is jelenti. A kiértékelés előtt el kell végezni a mozaikolás és képkivágás folyamatát is. Az elemzés tárgyát figyelembe véve, a munka megkezdése előtt szükséges lehet a képpontok szürkeségi árnyalatának megváltoztatása, és a képi jelerősítés (Burai 2007).

### 3.4 Képi információ növelése

A kép osztályozása előtt különböző lényegkiemelő, információsűrítő, vizuális interpertációt segítő, az osztályozás pontosságát növelő eljárást lehet alkalmazni. Ezen eljárások közé tartoznak a filterek, különbség és hányados képzések, főkomponens analízis, Tasseled Cap transzformáció, HSI, YUV, gyors Fourier-transzformáció és Wavelet-transzformáció (Czimer 1997). A távérzékelte felvételeket mérésekként kezelve mennyiségi adatgyűjtést végezhetünk. Az előfeldolgozás után a felvételek által közvetített adatok megfelelnek egy adott sugárzási mennyiségnek. Ezáltal mennyiségi információt hordozó, egymással jól összehasonlítható, objektív mérőszámokhoz jutunk (Kristóf et al. 2007).

A növényzet biofizikai tulajdonságait jól lehet jellemezni a róluk visszaverődött sugárzás alapján. A multi- és hiperspektrális felvételek radiometriai értékeinek arányításával egy, a növényzetet (felszínborítást) jól leíró vegetációs indexet kapunk, amely az egyik leggyakrabban használt eljárás a képi információ növelésére.

A növényzet biofizikai paraméterek mérhető értékeivel (pl. LAI – Leaf Area Index) arányos a vegetációs index, ezért jól használható a vegetáció mennyiségi és minőségi vizsgálatára. A több évtizedes kutatás során számos vegetációs indexet dolgoztak ki, de talán az NDVI (Normalized Difference Vegetation Index) használata terjedt el legjobban a gyakorlati alkalmazásban. A zöld biomassa mennyiségét, klorofilltartalmat és a levélfelületi víz stressz változását jelzi. Értéke -1 (kopár) és +1 (dús növényzet) között változik (Takács et al. 2005).

### 3.5 Képelemzés

Valós, vagy a valóságot megközelítő információt a képek elemzése, kiértékelése során kaphatunk. Ezt a felvételek spektrális, geometriai és időbeli információinak kinyerésével majd elemzésével, értelmezésével és kategóriákba sorolásával érhetjük el.

Aszerint, hogy a felvétel kiértékelését szabad szemmel, egyéni döntés alapján az operátor készíti, nevezzük vizuális interpretációnak, vagy számítógéppel segítve, automatizált technikákat alkalmazva használunk digitális interpretációt (Burai 2007). Mindkét alkalmazásnak megvan a helye a távérzékelési gyakorlatban. Az első esetben kiemelhető, hogy nehezen megoldható problémáknál is jó eredményre jut (juthat) az elemző szubjektív döntése alapján, ha pedig automatizált a folyamat, akkor nem elhanyagolható szempont az objektivitása, illetve a hatékonysága.

A vizuális eljárásnál interpretátorok készítik az elemzéseket légi- és űrfelvételekből, illetve leggyakrabban multispektrális felvételekből készített kompozitok alapján. Az automatikus osztályozást két nagyobb csoportba oszthatjuk: a paraméteres és a nem paraméteres osztályozásra. Ezen belül az osztályozást végezhetjük az egyes pixelek tulajdonságai alapján (szigorú osztályozás), vagy a szomszédos pixeleket is figyelembe véve (rugalmas osztályozás). Egyes esetekben (kis felbontású űrfelvételeknél) előfordul a pixelen belüli osztályozási módszer is. A pixel alapú osztályozás altípusánál

kiemelendő az ellenőrzött (felügyelt, tanítótérületes) osztályozás, amely során ún. tanítótérületek használatával előzetesen felparaméterezzük az osztályozandó területet jellemző osztályokat.

Ellenőrizetlen (nem felügyelt, automatikus) osztályozás alkalmazásával a számítógép előre meghatározott osztályszám alapján végzi el a pixelek besorolását, mely módszer leginkább előzetes információszerezésre használható (Burai 2007).

Mezőgazdasági alkalmazás tekintetében az egyéb osztályozási eljárások közül kiemelendő a szegmens-alapú osztályozás és az objektum-alapú képelemzési módszer. A szegmentáció a vizsgált felvételt homogén szegmensekre bontja, és ezután történik az osztályozás. A szupernagy felbontású felvételek megjelenésével és az informatikai erőforrások növekedésével az objektumalapú képelemzés elterjedése figyelhető meg (Burai 2007).

#### 4 Mezőgazdasági távérzékelési alkalmazások Magyarországon

A következőkben a távérzékelés mezőgazdasági alkalmazásainak lehetőségeit már több évtized óta kutató és gyakorlatban is alkalmazó Földmérési és Távérzékelési Intézet (FÖMI) fontosabb projektjei olvashatók.

##### 4.1 Országos Szántóföldi Növénymonitoring és Termésbecslés (NÖVMON)

A program kialakítása még 1980-ig nyúlik vissza, amikor a FÖMI Távérzékelési Központja kutatás-fejlesztésbe kezdett a Mezőgazdasági Távérzékelési Program (MTPROG) keretében. Célja a távérzékeléssel gyűjtött adatok felhasználása az agrár-információs rendszerek területén (Mihály 2004).

A NÖVMON program 1997 és 2003 között működött operatíván, az első években csak néhány megyére, később országos szinten. Évente több alkalommal szolgáltatott adatokat – a betakarítás előtt – a nyolc legfontosabb szántóföldi haszonnövény (őszi búza, őszi árpa, tavaszi árpa, kukorica, silókukorica, napraforgó, cukorrépa, lucerna) várható hozamára és a vetésterületre vonatkozóan. A hozambecslést megyékre lebontva és országosan összesítve végezték.

A termésbecslő módszer alapja a több évre (évtizedre) visszanyúló adatsorok és kalibrációs mérések. Ezekre támaszkodva a távérzékelési módszerekkel végezték az űrfelvételek kiértékelését, melyet terepi ellenőrzésekkel egészítettek ki.

A szántóföldi növények elkülönítése és térképezése nagyfelbontású űrfelvételek (3. ábra) kiértékelésével, 0.04-0.1 hektár terepi pontossággal is megvalósulhat.

Gyakorlati alkalmazásban a hozambecslést a Landsat és az NOAA AVHRR adatainak együttes alkalmazásával végezték, és így is megbízható eredményeket értek el. Ezek a nagyfelbontású multispektrális űrfelvételek és a kis felbontású – viszont akár napi többszöri időpontban információt szolgáltatató – űrfelvételek lettek a hozambecslési eljárás alapadatai.

Az alkalmazást segítette a FÖMI-ben 1998-ban üzembe helyezett állomás, amely az AVHRR adatait fogadta. Ez jelentette az alapját, hogy a növények fejlődését és állapotát folyamatosan követni tudták.



3. ábra. Landsat TM űrfelvétel idősor (FÖMI, oktatási anyag)

## 4.2 Mezőgazdasági Parcella Azonosító Rendszer (MePAR)

Magyarország 2004. évi EU-s csatlakozása szükségessé tette a mezőgazdasági és vidékfejlesztési támogatások kezelésére egy igazgatási rendszer (IIER – Integrált Igazgatási Rendszer) kialakítását. Ennek a rendszernek egyik eleme a MePAR, amely a földterületekhez kapcsolódó támogatások kizárólagos hivatkozási rendszere, amely felett a tulajdonosi jogok gyakorlója a Mezőgazdasági és Vidékfejlesztési Hivatal (MVH).

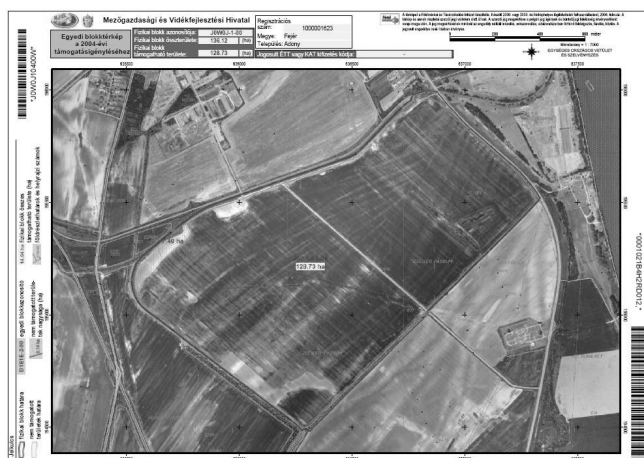
A kialakított térinformatikai rendszer alapegységei a fizikai blokkok. A fizikai blokk mezőgazdasági szempontból állandó, terepen is beazonosítható fizikai határral és kellően homogén felszínborítással rendelkező terület. A rendszer kiépítésekor a blokkon belül a mezőgazdasági művelés szempontjából támogatható és nem támogatható területek kerültek elkülönítésre, azonban a rendszer fejlődésével ma már felszínborítási (földhasználati) kategóriákat különböztetünk meg (4. ábra). Kialakításuk elsősorban ortofotók alapján történik, de jelentős mértékben segítik az egyes területek elkülönítését az idősoros multispektrális műholdfelvételek és a topográfiai térkép.

A rendszer kialakításával a munka nem fejeződött be, használata folyamatos üzemeltetést, felújítást igényel, amely jogszabályi háttérrel évről-évre szakaszosan történik (a rendelet szerint évente legalább az ország negyed részére terjedjen ki a felújítás). A programszerű felújításon felül még indulhat változásvezetés ügyfél kérésére, illetve hivatali intézkedésből (MVH) is. A MePAR kiépítését, üzemeltetését, felújítását, változásvezetését a FÖMI végzi.

Az ország egész területét mintegy 372 000 blokk fedi le, és a területre vonatkozóan több, mint a fele SAPS (Single Area Payment Scheme – Egységes Területalapú Támogatási Rendszer) támogatható területtel rendelkezik (László I. személyes közlése).

A MePAR a felhasznált képi alapadat szempontjából eltér a többi futó távérzékeléses programtól. A blokkok elsődleges alapadat forrása a színhelyes ortofotó (0.5 m-es felbontással), melyen vizuális interpretációval történik a határok kialakítása. A légifelvételek nem nyújtanak széles spektrális információt, viszont az alapvető céloknak (területmérés) megfelelőek, és a későbbi ellenőrzésekhez, kérelembeadáshoz is elegendő tematikus információt tartalmaznak. A topográfiai térkép egyes esetekben fontos lehet a fizikai határok (út, vasút, árok, csatorna, patak, fásor, stb.) időbeliségének azonosításához. A szintén használt idősoros űrfelvételek leggyakrabban a felszín- és növényborítás elkülönítésében nyújtanak segítséget, ezáltal segítik a támogatható és nem támogatható területek szétválasztását.

A rendszer, a fentebb említett alapadatokból, továbbá mintegy 20 db tematikus rétegből és kiegészítő adatokból épül fel, raszteres és vektoros formában. A felszínborítási fedvény az utóbbi években került kialakításra, mely a támogatható és nem támogatható területek lehatárolásánál egy sokkal részletesebb tematikus elkülönítést eredményezett.



4. ábra. Egyedi blokkterkép (FÖMI MePAR)

Ez a felszínborítási kategóriarendszer – hasonlóan a CORINE-hoz – hierarchikus felépítésű, viszont az osztályok kialakításánál a mezőgazdasági támogathatóság a fő szempont, és a földhasználat is szerepet játszik (László I. személyes közlése).

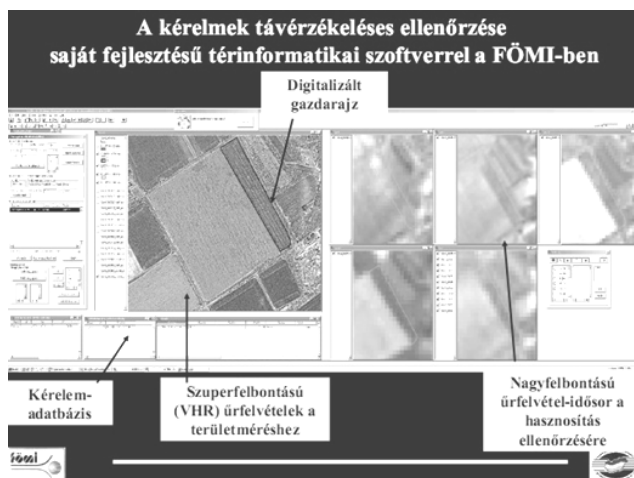
### 4.3 Távérzékeléses támogatás-ellenőrzés (Támell)

A MePAR működtetése mellett és ahhoz szorosan kapcsolódva egy fontos feladat a mezőgazdasági támogatás igénylések távérzékeléses ellenőrzése. Az ellenőrzéses ellenőrzések is EU-s jogszabályokon alapuló hazai szabályozás szerint történnek, melyet az MVH és az EU kutatóközpontja (Directorate General – Joint Research Centre) szakmailag felügyel. Az összes ellenőrzés mintegy 80%-a távérzékeléses módszerrel történik, csak a fennmaradó rész kerül helyszíni ellenőrzés alá. Az ellenőrzés során meg kell vizsgálni, hogy az igénylés a természetett növényre, illetve a megművelt parcella területének nagyságára és elhelyezkedésére vonatkozik, valamint ezek mellett ellenőrizni kell a Helyes Mezőgazdasági és Környezeti Állapot (HMKÁ) előírásrendszerében foglaltakat is.

A távérzékeléses ellenőrzés során elsősorban számítógéppel segített vizuális interpretációt alkalmaznak egy saját fejlesztésű ArcView alapú szoftverrel (5. ábra). A növényzet és a földhasználat meghatározásához általában nagyfelbontású (HR – High Resolution) idősoros űrfelvételeket használnak a vegetációs időszakon belül, a kultúrnövények fejlődési stádiumához igazítottan, kiválasztva a megfelelőket (min. 3-4 időpont). A területmérésekhez szupernagy felbontású (VHR – Very High Resolution) űrfelvételeket vesznek igénybe, amelyek térbeli felbontásuknak köszönhetően nemcsak a pontos területmérésben, hanem a texturáltságon keresztül a növényfelismerésben is nagy szerepet töltenek be. A növények meghatározásának nehézsége kettős: egyrészt egyszerű, mivel „csak” azt kell eldönteni, hogy az a növény található-e a területen, amire az igénylést benyújtották, másrészt nagy tapasztalatot igényel, mivel nagyon sokféle növénykultúrát szükséges elkülöníteni. Ezek mellett az egyéb feltételek (HMKÁ) vizsgálatához felhasználják még a digitális domborzatmodellből számított lejtőkategória térképet is (László I. személyes közlése).

A vizuális interpretáció során az intézet által használt és előállított adatokat és információkat is felhasználja az operátor, ezáltal egyfajta adatintegráció is létrejön az ellenőrzési folyamatban. Így az elemző számára nemcsak az azévi űrfelvételek állnak rendelkezésre a döntés meghozatalára, hanem egyéb adatforrásokra is támaszkodhat (topográfiai térkép, ortofotó, MePAR, korábbi évek űrfelvételei és egyéb – akár más szakterületek – térképi adatai). A távérzékeléses ellenőrzés részét képezik az úgynevezett gyors helyszíni szemlék, melyek az űrfelvételetről nem interpretálható terület ellenőrzését segítik.

Az ellenőrzések sikeresnek tekinthetők, amit a követő-eljárások megerősítenek. Az utóellenőrzésekből kiderül, hogy megfelelő volt a távérzékeléses ellenőrzési eredmény.



5. ábra: A támogatás-ellenőrzés irodai környezete (FÖMI TÁMELL)



#### 4.4 Szőlőültetvények országos térinformatikai rendszere (VINGIS)

A szőlőültetvények térinformatikai nyilvántartásának kialakítása hazánk EU-s tagságából adódó kötelezettség. Ennek segítségével igényelhető és ellenőrizhető a szőlő- és bor ágazatra jutó uniós agrártámogatás (kivágási- és szerkezetátalakítási támogatások, termelési kvóták kezelése), egyúttal lehetőséget teremt a statisztikai jelentések minőségének javításában. Ezen kívül még elősegíti a hegyközségi feladatok törvényben előírt feladatainak ellátását, és megfelelő eszköz az eredetvédelem biztosítására, a borhamisítás elleni fellépésre és a piaci versenyképesség javítására is (Martinovich et al. 2005).

A FÖMI-ben folyó kutatások, a fejlett távérzékelési technológia és a térinformatikai fejlesztések tapasztalatai alapján elkezdődhetett a szőlő- és gyümölcs ültetvények felmérése 1998-ban.

A módszertani fejlesztések űrfelvételek idősoros kiértékelésén alapultak, amelyeket térben elkülönülő mintaterületeken végeztek. Az űrfelvételek kiértékeléséből származó adatok referencia adatokkal való összevetése jó eredményt adott, így 2001-ben elkezdődhetett az egész ország szőlő- és gyümölcsültetvény felmérése.

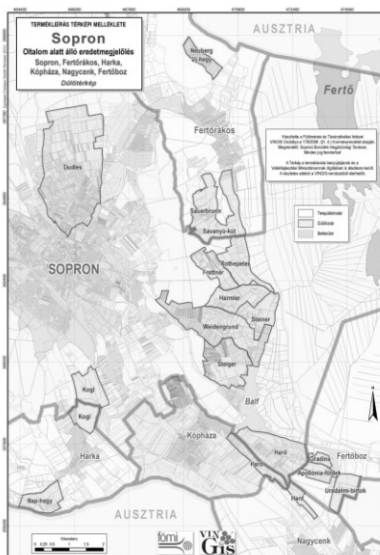
Az elsődleges elemzés egy valószínűségi foltterkép elkészítésére irányult, a szőlő- és gyümölcsültetvények elhelyezkedéséről. Az elemzést nagyfelbontású (térbeli felbontás: 20 m és 30 m) idősoros űrfelvételek alapján készítették. Ezen tematikus foltterképek a potenciális ültetvények felkeresését segítik elő, tehát a céljuk, hogy minden lehetséges ültetvény lehatárolásra kerüljön, még azon területek is, amelyeken csak feltételezhetően találhatók szőlő- vagy gyümölcsültetvények.

A GIS alapú szőlőkatasztert a szántóföldi támogatások hivatkozási alapjául szolgáló parcellazonosító rendszertől függetlenül, de azzal kompatibilisen kezdték el kialakítani.

A VINGIS kialakításához és működtetéséhez digitális ingatlan-nyilvántartási térképekre és adatokra, valamint topográfiai térképre volt szükség, emellett távérzékelési adatokat (ortofotó és űrfelvétel) használtak a pontosításhoz. A minőségi termelés javítása érdekében kiegészítő adatokat (magasság intervallum fedvény, lejtőkategória fedvény, kiettség fedvény, dűlőtérkép termőhelyi kataszteri térkép) alkalmaztak (Martinovich et al. 2005).

A rendszer egész országra való kiterjesztése öt év alatt (2001-2005) zajlott le. 2006 júniusától vált a rendszer online változata hozzáférhetővé az érintett intézmények számára is (Csonka et al. 2011).

Néhány éve az oltalom alatt álló földrajzi jelzést, illetve az oltalom alatt álló eredetmegjelölést viselő borok termőhelyi földrajzi lehatárolása is a rendszer része (6. ábra).



6. ábra. Sopron és körzetének oltalom alatt álló eredetmegjelölés térképe (FÖMI VINGIS)

#### 4.5 Parlagfű felmérés

Hazánkban a parlagfű pollenjének allergizáló hatása, egyre növekvő terjedése miatt, jelentős problémává nőtte ki magát az ezredfordulóra. Nagymértékű terjedése főként mezőgazdasági területeken jellemző, ahol esetenként még a mezőgazdasági kultúrák növényeit is elnyomja. Ezáltal nemcsak egészségügyi vonatkozásban, hanem gazdasági kártételében is súlyos gondokat okoz.

A FÖMI 2002-2004 között végzett táblaszintű vizsgálatokat, ahol a parlagfűvel fertőzött és a parlagfű-mentes növénykultúrák spektrális tulajdonságainak eltéréseit vizsgálták űrfelvételeken. Ezek a kutatások alapozták meg a későbbi vizsgálatok elvégzésének lehetőségét (Mezei et al. 2006).

2005-ben indult el a Nemzeti Parlagfű-mentesítési Program (NPP), ahol a korszerű technológiákat – távérzékelés, térinformatika, GPS technológia és web alapú szolgáltatás – ötvözték, valamint a különböző hatóságok együttműködését használták fel a megvalósításhoz. Az űrfelvétel-idősorok kvantitatív kiértékelésével készítették el a parlagfű-veszélyeztetettség térképét (7. ábra). A térkép elsősorban kalászos növények tarlójára, napraforgó kultúrákra és parlagon hagyott területekre készült el (Csornai et al. 2011).

Távérzékeléssel 0.8 ha-nál nagyobb parlagfűvel fertőzött foltok detektálása történt meg. A felderítéshez kis- (IRS AWiFS) és nagyfelbontású (Landsat TM, IRS P6 LISS, SPOT XS és XI) űrfelvételeket használtak, melyek 20-60 m-es terepi felbontása eredményezi a minimális térképezhető méretet.

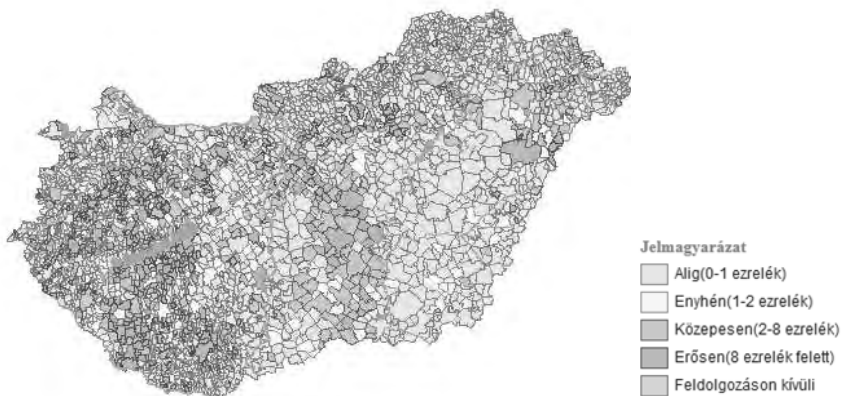
2009 óta szupernagy felbontású felvételek bevonásával tesznek kísérletet a monitorozás pontosítására. A felvételek terepi felbontása lehetővé teszi, hogy a növények textúrája alapján el lehessen különíteni a szabályosan művelt kultúrnövényt a gyomoktól (Csornai et al. 2011).

Forráshiány miatt a távérzékeléssel kimutatható parlagfű foltterképek előállítására jelenleg nem működik.

#### 4.6 Komplex mezőgazdasági kockázatkezelési rendszer

A klímaváltozás következtében egyre jelentősebb az időjárási kockázat a mezőgazdasági szektorban. A szélsőséges időjárás az utóbbi években nagy veszteséget okozott a hazai agráriumnak. Ennek a kockázati tényezőnek a kezelésére dolgoztak ki egy kockázatkezelési koncepciót, és megszületett az együttműködés az érintett szereplők között.

A projekt konzorciumi formában valósult meg. A konzorcium vezetője az MVH, tagjai pedig az Agrárgazdasági Kutató Intézet (AKI), a FÖMI, a Nemzeti Élelmiszerlánc-biztonsági Hivatal (Nébih), az Országos Meteorológiai Szolgálat (OMSZ), valamint az Országos Vízügyi Főigazgatóság (OVF) mellett a Vidékfejlesztési Minisztérium (VM), továbbá együttműködő partner még a Nemzeti Infokommunikációs Szolgáltató Zrt. (NISZ).



7. ábra. A 2011. évi parlagfű veszélyeztetettség térkép

Ennek az összetett problémakörnek a kezeléséhez a FÖMI űrfelvételekből nyert objektív információk szolgáltatásával járul hozzá. Az intézet kutatásai a felszínborítás és a vegetáció állapotának meghatározására már több évtizedes múltra tekintenek vissza. A projekt céljára a FÖMI az eddigi tapasztalatait tudja hasznosítani, és ezeket megfelelően adaptálva egy új rendszerben alkalmazni.

A növényterképezési és termésbecslési eljárások továbbfejlesztésével több sikeres program is megvalósult (árvíz-, belvíz-, aszálykár, növénykárosítók vizsgálata) a vegetáció fejlődésével kapcsolatban, melyek biotikus és abiotikus tényezőket is vizsgálnak. Sikeres projektek működnek a gyom- és parlagfű térképezés terén, nélkülözhetetlen az ár- és belvíz által károsított mezőgazdasági területek felmérése, valamint a vegetáció aszály okozta károsodásának monitorozása (Mikus et al. 2013).

A belvíz okozta károk kimutatása közvetlenül a talaj nedvességéből, illetve a felszínen megjelenő vízborítás térképezésével, vagy közvetve a növényzetben bekövetkezett károsodásból (nem az életciklusnak megfelelő fejlődés, kipusztulás) lehetséges. Ezeket a megfelelő időpont(ok)ban – és kellő időbeli sűrűséggel – alkalmazott nagyfelbontású űrfelvételek (légifelvételek) spektrális objektív kiértékelésével állítja elő a FÖMI. Az aszálykár kimutatása a víztöbbletchez hasonlóan – de ebben az esetben a vízhiányt kimutatva – történik a talaj és/vagy a növényzet állapotából.

A kockázatkezelési rendszer még kiépítési stádiumban van. A fejlesztés kiterjed az intézeten belüli módszertani, infrastrukturális és egységes adatkezelési irányba, valamint a különböző intézmények közötti szakspecifikus adatok folyamatos, online cseréjére.

A fejlesztések eredményeként a FÖMI a káreseményekkel egy időben, az űrfelvételek beérkezési idejétől és a kártételek fajtájától függő időeltolódással képes lesz távérzékeléses kárfelmérések készítésére (Mikus et al. 2013).

## 5 Összefoglalás

A szántóföldi növénytermesztés távérzékelési technológiával való nyomon követése mára nélkülözhetetlenné vált, és nemzetgazdasági tekintetben is az elsődleges felmérési fázist jelenti.

Az 1960-as években szembesültünk a ténnyel, hogy az élelmiszertermelést már nem bízhatjuk csupán az évtizedes-évszázados gazdálkodási tapasztalatokra, illetve az időjárás változékonyságára. Az elegendő mennyiségű és minőségű termelés az egyik meghatározó gazdasági érdeke az egyes országoknak. A mai napig egyre fokozódó problémákkal és elvárásokkal szembesülünk a mezőgazdasági szektorban, ami a termőföldi adottságok megfelelő kihasználásának technológiáját kívánja.

A távérzékelés, az űrtechnika és az ezekhez kapcsolódó elemzési technológia alkalmazása a mezőgazdaságban gyors, pontos és objektív információt szolgáltat helyi, regionális vagy akár országos szinten is. Magyarországon az elemzéshez kidolgozott módszerek és felhasznált technológiák fejlesztése több évtizedes múltra tekint vissza, amely során nemzetközileg is elismert fejlesztések folytak.

Az utóbbi évtizedben megjelent távérzékelő berendezések és eljárások egyre pontosabb és hatékonyabb szántóföldi gazdálkodást tesznek lehetővé. Ezen eljárások többsége inkább helyi, esetleg regionális szinten alkalmazható. A jövőben további műszerfejlesztések és a gazdálkodásba kikerülő, széles körben elterjedő távérzékelési technológiák segítik a növénytermesztést.

**Köszönetnyilvánítás.** Köszönöm a Földmérési és Távérzékelési Intézet dolgozóinak az információk és szakanyagok rendelkezésemre bocsátását és önzetlen segítségét.

## Hivatkozások

- Bácsatyai L, Márkus I (2001): Távérzékelés. Kézirat, Sopron.  
 Burai P (2007): Távérzékelési módszerek összehasonlító elemzése mezőgazdasági mintaterületeken. Doktori értekezés, Debrecen.  
 Csató É (2000): Műholdadatok térképészeti alkalmazása. Doktori értekezés, ELTE, Budapest.  
 Csonka B, Mikus G, Martinovich I, László I, Csornai G, Tikász L, Kocsis A, Bognár E, Szekeres Á, Tóth GL, Polgár J, Katona Z (2011): Introduction of two GIS-based applications supporting area-based agricultural subsidies in Hungary (LIPS and VINGIS). Land quality and land use information in the European Union, JRC 233-244.

- Csornai G** (1987): A távérzékelés mezőgazdasági alkalmazásának lehetőségei és eredményei. in. Dr. Nagy SI: A távérzékelés mezőgazdasági alkalmazása. Tankönyv, 69-93.
- Csornai G, Dalia O** (1995): Távérzékelés. Kézirat, Székesfehérvár.
- Csornai G, Mikus G, Nádor G, Hubik I, László I, Suba Zs** (2011): The first seven years of remote sensing based ragweed monitoring and control system. EARSel eProceedings 10(2), 110-118.
- Czímber K** (1997): Geoinformatika. Soproni Műhely, Sopron.
- Fogarassy Cs, Villányi L** (2004): Agrárgazdaságtan. Egyetemi jegyzet, SZIE, Gödöllő.
- Kristóf D, Belényesi M** (2011): Monitoring távérzékeléssel. Egyetemi jegyzet, SZIE, Gödöllő.
- Lovas T, Berényi A** (2011): Távérzékelés. Egyetemi jegyzet, BME, Budapest.
- Martinovich L, Mishiro M, Iván Gy, Winkler P, Katona Z, Mikesey G** (2005): A szőlőültetvény országos térinformatikai rendszere. Geodézia és Kartográfia, 50(10), 19-24.
- Mezei A, Csornai G, Nádor G, László I, Mikus G, Hubik I** (2006): Távérzékelés és térinformatika a parlagfű elleni küzdelemben. Geodézia és Kartográfia, 58(7), 31-34.
- Mihály Sz** (2004): A Földmérési és Távérzékelési Intézet K+F tevékenysége és eredményei, mint a magyar téradat-infrastruktúra része. Geodézia és Kartográfia, 56(8), 3-36.
- Mikus G, Nádor G, Surek Gy, Csonka B** (2013): A FÖMI távérzékelési és térinformatikai fejlesztései a komplex agrár-károrenyhítési rendszerben. Az elmélet és a gyakorlat találkozása a térinformatikában, Debreceni Egyetemi Kiadó, 281-286.
- Remetei FG** (1987): A műholdas távérzékelési rendszerek. In: Dr. Nagy SI: A távérzékelés mezőgazdasági alkalmazása. Tankönyv, 33-44.
- Takács P, Tamás J** (2005): Újabb típusú multispektrális erőforrás-figyelő műholdak alkalmazhatósága az agrár-környezetvédelemben. Agrártudományi Közlemények, 16, 282-289.
- Vágó J, Seres A, Hegedűs A** (2009): Alkalmazott térinformatika. ME, Miskolc.

# DOMBORZAT ALAPÚ FELSZÍNELEMZÉS ÉS MORFOLÓGIAI KORRELÁCIÓ A MARS ÉSZAKI SÍKSÁGÁRA

Kereszturi Ákos\*, Madarász Balázs\*\*, Örsi Anna\*\*



*Topography based surface analysis and morphology correlation for the northern hemisphere of Mars – The topographic analysis of the Martian surface might help to understand basic geomorphological connections and to improve our understanding of the surface features of the Earth, too. In this work we correlated the statistical topographic parameters and the remote sensing image based appearance of various locations along a meridional stripe at the northern hemisphere of Mars. The topographic location of nearly horizontal plains suggests that the erosion and re-deposition was not effective enough to transport the sediments onto the lowest topographic horizon within 50 km distance scale. Great difference could be identified between the topographic height distribution pattern of various analysed terrains, suggesting different variability and complexity in the range of surface feature types there. Terrains resembling the pediment-like structures also could be identified on the analysed terrains on Mars, but their firm identification requires more detailed analysis. The statistics based topography analysis could give useful input for detailed surface research in geomorphology.*

**Keywords:** Mars, topography, geomorphology, GIS

A Mars domborzatának elemzése hozzájárulhat a földi folyamatok jobb megértéséhez, valamint a geomorfológiai jelenségek általános megismeréséhez. A bolygó északi síkságának egy meridionális sávjában elhelyezkedő mintaterületek domborzatának néhány statisztikai jellemzőjét korreláltuk műholdfelvételek alapján nyert képekkel. A mérések során azonosított sík területek helyzete arra utal, hogy noha volt domborzatkiegyenlítő folyamat a vizsgált területeken, az nem volt annyira intenzív, hogy 50 km-es távolságskálán mindenhol a legmélyebb területeken halmozza fel az üledékeket. Az egyes vizsgált területek nagy eltérést mutattak a domborzat magasságeloszlását, és a várható felszínalakító folyamatok számát illetve jellegét illetően. Továbbá, domborzati jellemzők alapján részben sikerült a földi hegyláb felszínre jellemző területeket azonosítani domborzati jellemzők alapján, noha itt további megfigyelések szükségesek még az eredet biztos megállapításához. A Mars-on statisztikai alapú domborzatelemzés több területen részletesebb vizsgálatokban is használható kapcsolatot mutat a felszín geomorfológiai jellemzőivel.

**Kulcsszavak:** Mars, topográfia, geomorfológia, GIS

## 1 Bevezetés

A földi folyamatok jobb megértésében is segít a szilárd felszínű bolygók vizsgálata. Ennek kutatásában a távérzékeléses módszerek fontos szerephez jutnak (Sik és Kereszturi 2006). Az alábbiakban bemutatott kutatómunka az ISSI (International Space Science Institute) svájci intézetben indult nemzetközi „Mapping of the northern hemisphere of Mars” nevű projekt kiegészítéseként, az MTA Csillagászati és Földtudományi Kutatóközponton belül a Konkoly Thege Miklós Csillagászati Intézet és a Földrajztudományi Kutatóintézet közös munkája keretében zajlik. A munka során a Mars északi síkságának területét vizsgáltuk az északi pólussapkájának peremétől az egyenlítő környékén mutatkozó észak-dél határvidék nagy domborzati lépcsőjéig (Hargitai 2006, 2008).

Célunk annak a megállapítása volt, hogy az egész égitestet homogénen lefedő (horizontálisan 200 méter körüli felbontású) domborzati adatok miként korrelálhatóak a fényképi adatokkal, vagyis milyen kapcsolat mutatható ki a jobb felbontású képek alapján megfigyelt domborzati mintázat és a gyengébb felbontású topográfia statisztikai jellemzői között. Emellett célunk volt a domborzat alapú felszínelemzés és az űrszondás műholdfelvételek alapján vizsgált geomorfológia közti kapcsolat

\*MTA CSFK CSI, 1121 Budapest, Konkoly Thege Miklós út 15-17.

\*\*MTA CSFK FI, 1112 Budapest, Budaörsi út 45.

E-mail: kereszturi.akos@csfk.mta.hu

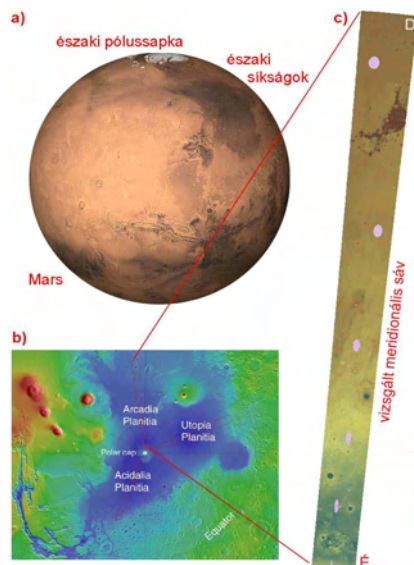
keresése, földi jellemzőkkel történő összehasonlítása, részben a bolygó egyéb területein is alkalmazható automatizált domborzatelemzés fejlesztése céljából. Hosszú távon az automatizált felszíni elemzés meggyorsíthatja a területek vizsgálatát, típusok lehatárolását. Hasonló automatizált alkalmazásokat földi viszonylatban gyakran használnak (Czimer 1997, Mucsi et al. 2010, Telbisz et al. 2013, Timár et al. 2003).

## 2 Anyag és módszer

A munka során felhasznált adatállományok a Mars Reconnaissance Orbiter űrszonda által rögzített CTX képek voltak, amelyek 0.5-0.7 mikrométer közötti hullámhossz tartományban 30 km széles sávban és 6 m/pixel felbontásban fedik le a felszínt, valamint a Mars Express űrszonda HRSC detektorának képeit is használtuk (Chicarro et al. 2004), amelyek 0.4-0.9 mikrométer közötti tartományban, maximálisan 20 m felbontással és 10 km széles sávban fedik le a felszínt. A domborzati adatok a Mars Global Surveyor MOLA nevű lézeres magasságmérési alapján generált adatállományból kaptuk (Smith et al. 1999), amely vízszintesen 100-300 m közötti felbontással, függőlegesen 0.4 m felbontással mutatja a domborzatot (Kereszturi 2013).

A domborzat statisztikai vizsgálatához ArcGIS 10 Spatial and 3D Analyst szoftvercsomagot használtuk, azon belül a felszínelemző eszközök (tool) domborzatelemző algoritmusait (főleg slope, range), valamint egyéb osztályozó algoritmusokat alkalmaztunk. Területek lehatárolása során közel 40 km átmérőjű vidékeket elemeztünk, amelyek alapján azonosíthatjuk azt, hogy milyen fajta megfigyelésekre érdemes fókuszálni, és hogy mit tudunk kimutatni az adatokból. A földi domborzatelemzéshez hasonlítás esetében Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) adatait használtuk 90 m horizontális pixel mérettel (Rabus et al. 2003). A „slope” (azaz lejtőszög) értéknél a domborzati adatok között pixelenként vizsgáltuk meg, hogy egy adott pixel melletti közvetlen szomszédos pixel közül melyik felé legnagyobb a magasságkülönbség, és ez mekkora lejtőszöget jelent a két pixel centruma közötti távolságon. A „range” pedig a relatív relief 5x5 pixel (azaz 1-2 km széles) területre számolt legnagyobb és legkisebb magasságadatok közti különbség értéke.

A vizsgált terület a Mars északi síkságának a 180 fokos keleti hosszúsági kör mentén húzódó, 200-800 km szélességű meridiális sávja, amely egy többnyire lapos, csekély domborzati egyenetlenséget mutató zóna, homogenitása miatt ideális a földrajzi szélességtől függő képződmények elemzéséhez. A minta területi elhelyezkedéséről az 1. ábra nyújt áttekintést.



**1. ábra.** A vizsgált területek elhelyezkedése a Marson:

- a) a bolygó teljes gömbje, b) az északi pólus környéke, a vizsgált területtel,  
c) a CSFK-ban vizsgált meridiális sáv, rajta a hat, részletesen elemzett terület helyével (ellipszisek)

### 3 Eredmények

A vizsgált területek numerikus paramétereinek összefoglalása az 1. táblázatban olvasható, ahol a súlyozás a hat vizsgált terület kissé eltérő területe szerint történt. Az egyes területek képi és domborzati jellemzőinek összehasonlíthatásához a 2. ábrán láthatóak példák: az egyes sorok mutatják az eltérő vizsgált területeket, míg az eltérő oszlopok különböző adattípusokat tartalmaznak.

A topográfia és felszínmorfológia korrelációjának bemutatására szolgál a 2. ábra, amely balra az adott terület magasságeloszlását mutatja, mellette jobbra a célterület helye látszik egy MOLA adatból generált színárnyékolásos domborzatmodellen, a két jobb oldali felvétel pedig a vizsgált vidéket mutatja 30x30 km-es és 5x5 km-es CTX illetve HRSC képeken.

Az alakzatok értelmezésének megkönnyítése végett érdemes megjegyezni, hogy a 6. területen (2. ábra. 1. sor) egy cirkumpoláris dűnemező látható. Az 5. és 4. területen olyan egyenetlen vidékek látszanak, ahol a kisebb kráterek mellett magányos csúcsok is feltűnnek, amelyek talán vulkáni kúpok vagy pingó jellegű alakzatok lehetnek (Sakimoto et al. 2001). A 3. területen a 2. ábra 2. oszlopában a közel függőleges lineáris formák eredete pontosan nem ismert, talán lávamozgással keletkeztek (Kereszturi 2012), de sokan egykori jégtakaróval kapcsolatos alakzatoknak tartják őket. Ugyanitt a 4. oszlopban látható közel vízszintes sávozás a domináns szélirányban haladó forgószelek („porördögök”) által tisztára söpört sávokat mutatják (Balme és Greeley 2006). A 2. és 1. területnél már a síkságok dominálnak, főleg az 1. esetben, ahol látványos a feltöltéses domborzatki-egyenlítődé. Ez utóbbinak az eredete még szintén kérdéses: üledékes folyamathoz, avagy a Marson jellemző magas vastartalom miatt hígban folyó bazaltláva ömléséhez kapcsolódik-e (Kereszturi 2012).

A legfontosabb megfigyelések az alábbiak szerint három csoportban összegezhetőek az elért területek illetve mért paraméterek összehasonlítása alapján.

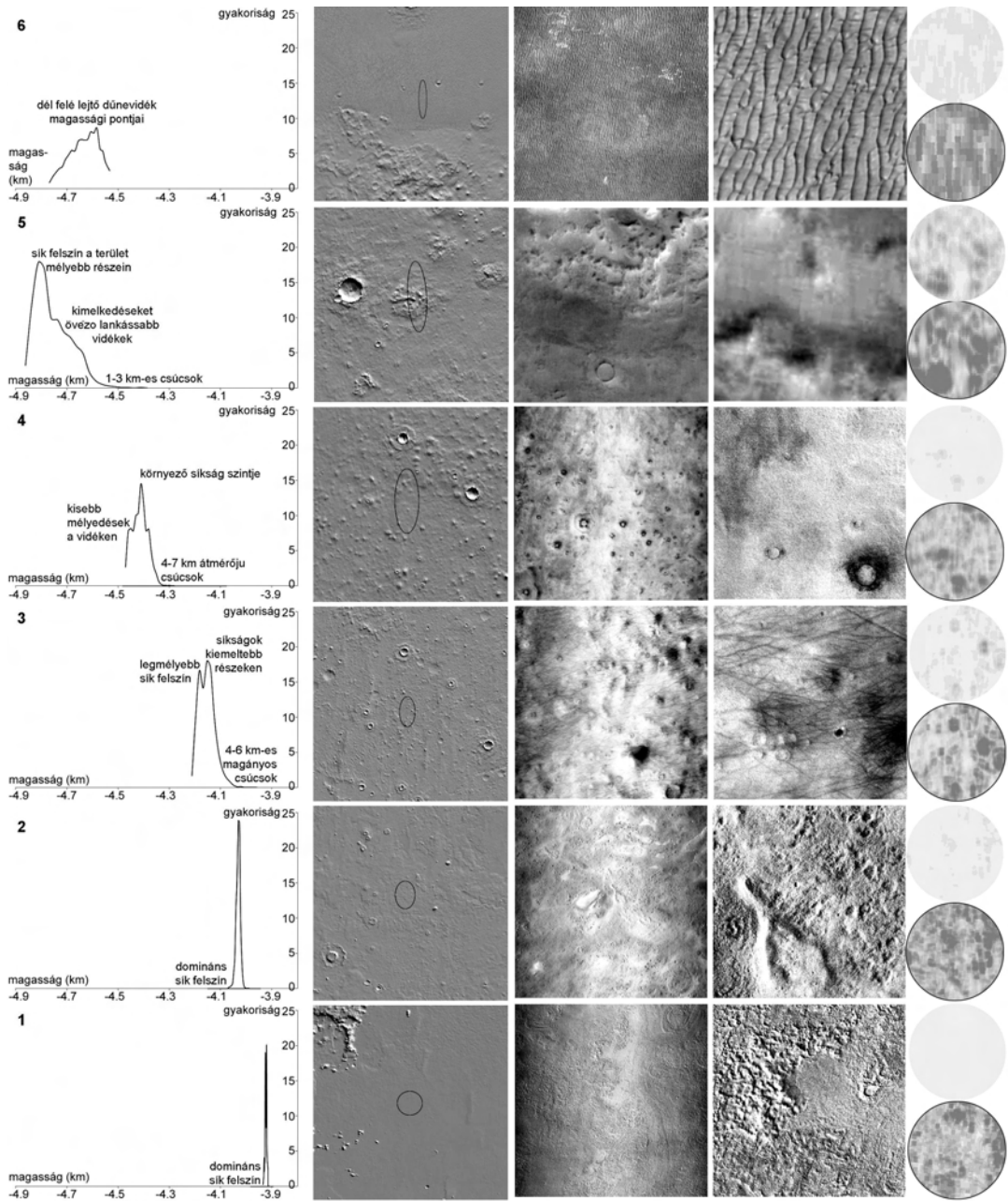
Numerikus értékek:

- A magasságintervallumok és a magasságadatok szórása sem korrelál az abszolút magassággal – tehát a megfigyelt meridionális sáv mérettartományában a Marson (gyakorlatilag majdnem globálisan) nem mutatkozott „domborzat kiegyenlítő” üledékes feltöltés. Tehát nem a mélyebb területek lettek simábbak.
- A legszűkebb magasságintervallum az 1. területen látható, ahol üledékes folyamat vagy híg bazaltláva töltötte fel a vidéket. Ha csak az intervallumok szélességét vizsgáljuk, nem egyértelmű a kapcsolat az üledékes folyamatok eredményeivel: egyedül csak az intervallum mérete nem utal arra, hogy volt-e üledékes feltöltés a területen. Ugyanakkor alkalmanként (főleg az előbb említett 1., továbbá részben a 2. területnél) ez az adat utalhat a szedimentáció jelentőségére, ha a vizsgált szempontjából szerencsés vidékre esik a célterület.
- Noha a MOLA képként és a műholdas felvételeken megjelenített adatok alapján az 1. terület közel ugyanolyan sima, mint a 6., a 6. sokkal szélesebb intervallumban megjelenő magasságadatokat tartalmaz. Ennek oka a vizsgált terület lejtése lehet.
- A szűk magasságintervallumot lefedő domborzateloszlás a középső oszlop képeinél (0.5-1.0 km felbontás) esik egybe a közel homogén kinézetű területtel, míg a 4. oszlopban (10-30 m felbontás) a hisztogramtól függetlenül lehet egyenetlen is a kinézet.

1. táblázat. Összefoglaló táblázat a mérési eredményekről

terület- azono- sító	átl. mag. [m]	súlyo- zott átlag	min. mag. [m]	max. mag. [m]	absz. mag. kül. [m]	mag. szórás	max. lejtőszög [fok]	súlyozott átl. lejtőszög [fok]	adat- pontok száma
6	-4649	-4632	-4775	-4522	253	56.6	2.5	0.52	7091
5	-4664	-4755	-4875	-4375	500	70.9	12.0	1.09	21479
4	-4379	-4415	-4477	-4276	201	30.8	3.0	0.36	19807
3	-4095	-4153	-4220	-3927	293	33.3	6.0	0.54	17705
2	-4032	-4032	-4075	-3984	91	8.6	2.5	0.31	15542
1	-3923	-3923	-3935	-3910	25	4.1	1.0	0.25	12281





**2. ábra.** Az egyes vizsgált területek (eltérő sorok) abszolút magasságadatainak eloszlása (1. oszlop), a területek helyzete MOLA alapú domborzatárnyékolásos térképen (2. oszlop), és jellegzetes 30x30 km-es (3. oszlop), valamint 5x5 km-es (4. oszlop) területeket bemutató CTX fényképek alapján. Az 5. oszlop a „range” értékek eloszlását mutatja 5x5 pixeles mozgó sablon vizsgálatával és kétféle ábrázolással: a világosabb felső kör minden területen azonos beosztásközszel (függőlegesen 20 méter szintközszel) mutatja az domborzat magasságeloszlását, míg az alsó sötétebb és bekeretezett kör az adott intervallumra széthúzott osztályközökkel mutatja az eloszlást (ahol a sötétebb árnyalat nagyobb range értéket jelent) – itt tehát az egyes területek egymással kevésbé hasonlíthatók össze



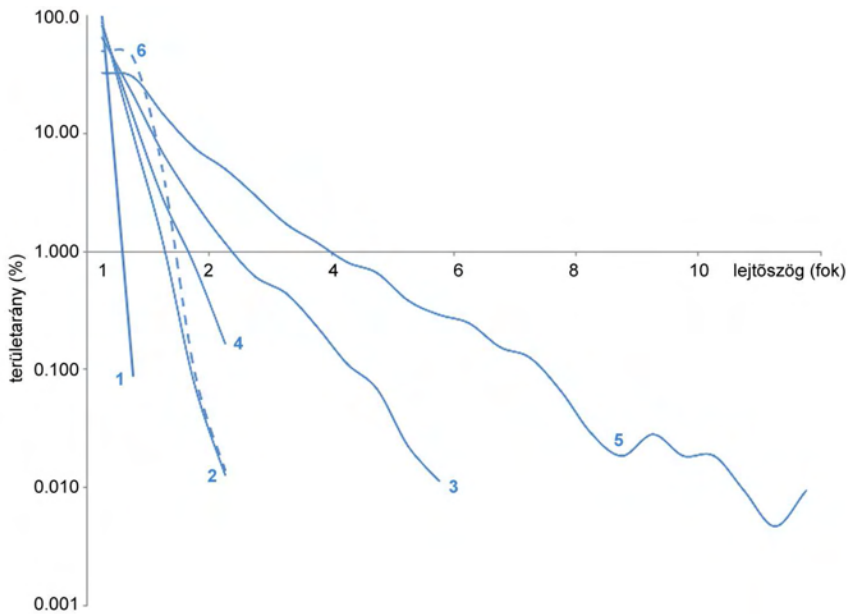
### Hisztogramok alakja:

- A hisztogramokon megfigyelhető eloszláson (2. ábra 1. oszlop) látható magasabb térszínnek (görbék ellaposodó jobb oldali elvégződése a 3., 4. és 5. területen) elszórt, apró csúcsokat jelez, amelyek egyes elgondolások alapján vulkanikus eredetűek (Sakimoto et al. 2001, Sakimoto és Waren 2003), ilyenek sem a magasságeloszláson, sem a képeken nem mutatkoznak a 2. és 6. területeken.
- A hipszografikus görbe alakja a vizsgált esetek közül a 6. területnél hasonlít leginkább Gauss-eloszlásra (de csak durva közelítéssel), miközben az abszolút magasságkülönbség viszonylag jelentős: 256 m. Itt sima és egyben lejtős területtel van dolgunk, amit a fényképek elemzése meg is erősít: enyhén hullámzó dűnevidék borítja a térséget.
- A 6. területnél nem mutatkozik egy-egy nagyobb, a környezetből feltűnően kiemelkedő csúcs, ami egyveretű felszínre utal – ez a képekkel összehasonlítva igazolódik is: hasonló dűnék borítják az egész vidéket.
- Több maximum a domborzat magasságának gyakorisági eloszlásában (3., 4., 5. terület) jobban összetett, változatosabb felszínfejlődésre utal, míg az egyetlen magassági maximumot mutató görbe látványosan jelzi a domináns felszínátalakulás nyomát. Az egyébként evidens állítás azért érdekes, mert megmutatja, hogy ha a bolygónknál kevésbé ismert Marson geomorfológiailag eltérő folyamatok dominálta vidékeket keresünk, akkor miben segíthet a domborzatelemzés.
- Az 1. oszlop görbéin a nagy maximumok (csúcsok) egy-egy domináns magasság szintet jelölnek. Ez várhatóan gyakran esik egybe feltöltött üledékes síkságokkal, ami az 5. területnél a leginkább egyértelmű. Az 1. és 2. terület esetében az egész vizsgált vidék szűk magasságintervallumba esik – ezeknél a hisztogram alakján nem látszik „egyéb” magassági tartomány. Ugyanakkor a 3. és 4. területnél az eloszlásmaximumot létrehozó síkságok nem a legmélyebb részek, hanem a magasságintervallum „középső táján” mutatkoznak. Ez arra utal, hogy ha voltak is üledékes feltöltő folyamatok, a kérdéses vidéken nem halmozták át az anyagot annyira, hogy a legmélyebb pontokra hordták volna azt. Ilyen esetek a Földön pl. hegyvonulatok által elzárt, magasabban fekvő üledékes medencék, amelyeket üledékes feltöltő folyamatok hoznak létre – a Marsnál viszont fontos eltérés, hogy egy kiterjedt nagy síkság (Északi-mélyföld) területén jelenik meg mindez.

### Korreláció a morfológiával:

- A hisztogramok jobb oldali, ellaposodó vége (2. ábra 3., 4., 5. eset) kis területen jelentkező magasabb tartományokat képvisel. Ez a képek alapján elszórt csúcsokhoz tartozik, amelyek a fent említett vulkán vagy pingó gyanús alakzatok.
- Általánosan elmondható, hogy a bolygó „tájképét” erősen befolyásolható becsapódásos kráterek hatása alig jelenik meg a domborzateloszláson. Ennek oka, hogy az északi síkság felszínén megfigyelhető kráterek viszonylag kisebbek, mint a déli felföldeken találhatóak, és ennek megfelelően igen ritkán jelentkezik hatásuk a 200 m-es felbontású domborzati modelleken. Emellett a kráterek kimutatása ilyen statisztikai vizsgálattal nehéz is, mivel vagy a kiemelkedő peremük, vagy a belső mélyedésük jelentkezik csak – ami sokféle egyéb alakzat domborzateloszlására hasonlíthat.

A lejtőszög értékek gyakoriságát mutató görbék alapján a domborzat változatosságára tudunk következtetni (3. ábra). Ezek a szomszédos pixelek közötti legnagyobb lejtőszögek gyakorisági sűrűségét mutatják a hat vizsgált területre, logaritmikus skálán, mivel ilyen ábrázolással hasonlíthatók össze az egyébként nagyon kis arányban szereplő, de fontos meredek lejtőszög értékek. Egyértelműen jelzi a kapcsolatot, hogy a legkisebb dőlésszögek a síkságok vidékére esnek. A várakozásoknak megfelelően az 5. terület esetében látszik a legtöbb meredek lejtő, ami érthető módon a legnagyobb magassági intervallummal (és egyben a legváltozatosabb felszínnel) esik egybe a vizsgált területek közül.



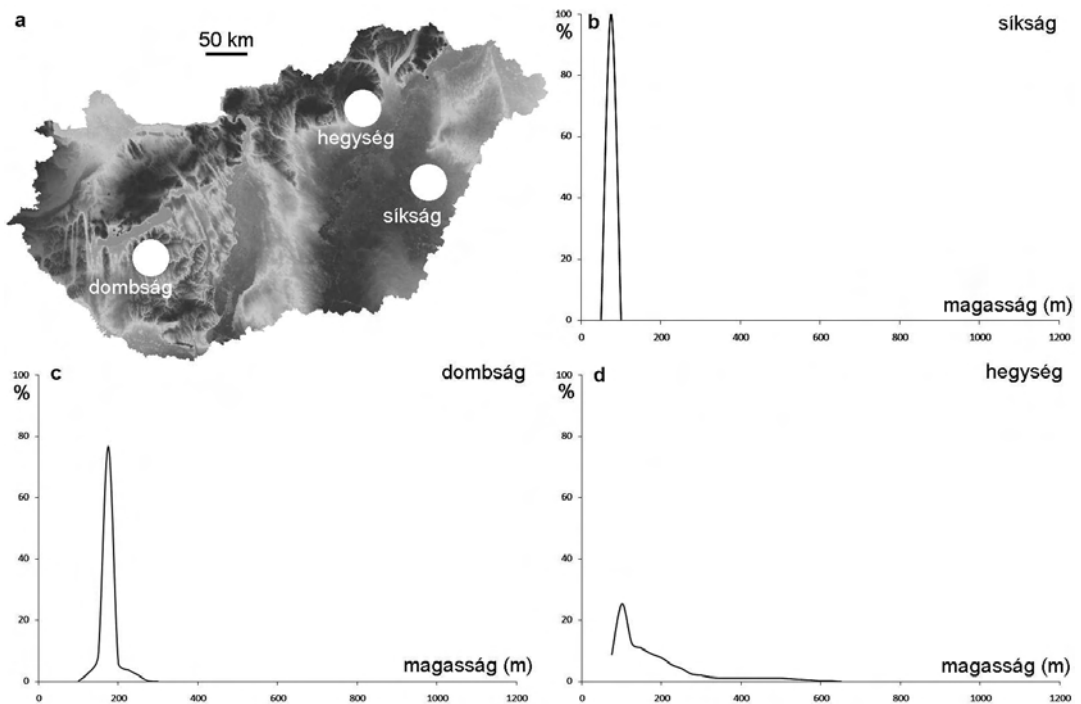
3. ábra: Százalékos lejtőszög sűrűséggörbék 200 méteres távolságon értelmezve a hat vizsgált terület típusra

Érdekes összehasonlítás tehető a földi viszonyokkal, ha néhány hasonló méretű földi területre nézzük meg a magasságtérképek sűrűségfüggvényét. A 4. ábrán a Marson vizsgálthoz hasonló nagyságú terület SRTM alapú magasságtérképek sűrűségfüggvénye látható. Noha Magyarország területén nem várható a marsihoz hasonló felszínfejlődés, az összehasonlítás rávilágít arra, hogy mely geomorfológiai jelenségek, illetve mely forma típusok mutatkoznak meg a görbéken – amelyekhez hasonlóak megfigyelésére elvben a Marson is lehetőség van. A vizsgált földi esetben az Alföld területén a megjelenő magasságadatok intervalluma egyaránt 25 méter, akárcsak a Marson, amely abban az esetben meglepő, ha a Vörös Bolygón lávafolyás hozta volna létre a lapos vidéket, mint azt fent említettük.

A hegyvidéki területen szintén hasonló a magassági intervallum (500-600 m), azonban a két égitest, és a vizsgált területek eltérő jellege miatt ez nem több „érdekességnél” – ellenben a hipszografikus görbe alakja már elárul néhány információt. A Mátra déli lejtőjén a legmagasabb területeket a görbe jobb oldali ellaposodó szakasza jelzi, hasonlóan a marsi esethez. A földön lejtőlábi, feltehetőleg áthalmozott vidékek is jelentkeznek a görbén egy „váll” formájában a legnagyobb, közel sík területeket jelző gyakorisági maximum mellett jobbra. Érdekes, hogy hasonló a marsi esetben is megfigyelhető – az esetleges analógiás geomorfológiai folyamat vizsgálatára egy későbbi, részletesebb munkában kerülhet sor.

#### 4 Összefoglalás

A cikkben bemutatott munkában arra kerestük a választ, hogy milyen domborzati jellemzők nyerhetők ki egyszerűen és tartalmaznak érdekes információt a Mars felszínmorfológiájának jobb megismerésében. Az automatizált módszerek fontosak a bolygótudományban a napjainkra elérhetővé vált hatalmas adatállományok vizsgálatára, mert a kérdéses adatsorok vagy képek egyenként történő kézi elemzése rendkívül munkáigényes. Ez esetben a kreatívabb, de időigényes emberi munka fókuszálható az automatikusan azonosított érdekesebb területekre, avagy témakörökre. A legfontosabb specifikus eredményeinket a kiindulási kérdések szerint csoportosítottuk az alábbiakban.



4. ábra. A három kiválasztott magyarországi síkvidéki (a), dombvidéki (b) és hegyvidéki (c) terület hipszografikus görbéi a marsi esetekkel azonos ábrázolással

Mely geomorfológiai alakzatok látszanak a domborzati statisztikákon a Mars vizsgált területein? A korlátozott felbontást figyelembe véve várható, hogy csak közel km-es és nagyobb formák lesznek felismerhetőek, ennek megfelelően esetünkben ennél kisebb alakzatokra nem kaphatók eredmények. A képekkel korrelálva a hipszogramokat, azok egyes csúcsai jól mutatják a közel sík területeket. Az eloszlás arra is utal, hogy ezek nem minden esetben esnek a legmélyebb helyekre, jelezvén azt, hogy a domborzati kiegyenlítődézés nem volt erős. Utóbbi, a feltehetőleg a Marson csak időszakonként fellépő üledékes folyamatokkal (ritka nedves, hosszú száraz időszakokkal) magyarázható. A kisebb, izolált csúcsok nyoma a hipszogramok lapos elvégződésében azonosítható, noha az eloszlásnak ez a jellemzője speciális esetben egy nagyobb, magasabb plató vagy hegy jelenlétével is előállhat.

Milyen eredményeket ad az eltérő területek összehasonlítása? Az egyes területek eltérő alakú hipszografikus görbéi arra utalnak, hogy különböző jellegű folyamatok alakították a felszínt. Míg az üledékes feltöltés az 1. és 2. területen hozott létre nagyobb síkságokat, hasonló sima vidékek a 4. és 5. területnél mutatkoznak – itt azonban sok más domborzati formával együtt, ami arra utal, hogy ezen vidékek változatosabb felszínalakulási nyomokat őriznek.

Mi sejthető a felszínmódosító folyamatok jellegéről a statisztikai adatok alapján? A megfigyelések arra utalnak, hogy a kérdéses területeken fellépett ugyan domborzategyengető, feltehetőleg üledékes feltöltő folyamat, de nem jutott el olyan „egyensúlyi állapotig”, amikor a síkságok már koncentrálnának a legmélyebb területeken. Az 5. területen a nagy kiemelkedések mellett lévő alacsonyabb, de még a síkságok felett lévő térszín talán lepusztulási folyamatok nyomán keletkezett. Ez egy olyan, a földi hegyláb felszínre emlékeztető vidék lehet, amelynek segítségével módszerünk a bolygó egyedi jellemzőibe nyújthat bepillantást égitest szintű automatizált elemzéssel (Illés 2006).

Összegezve tehát elmondható, hogy a Marson a korrelációs domborzatelemzés főleg a felszín általános jellemzésére és néhány folyamat nagyvonalú valószínűsítésére alkalmas. Célunk a módszer továbbfejlesztése és automatizálása a bolygó északi síkságaira, ahol eltérő területek lehatárolása is

lehetővé válik. A további munkába lokális morfológiai szűrők, és textúra elemző függvények bevonását tervezzük.

**Köszönetnyilvánítás.** A cikkben bemutatott kutatómunkát az OTKA PD 105970, a CSFK Főigazgatói Keret 2013. támogatta, az International Space Science Institute „Mapping the Northern Plains of Mars: origins, evolution and response to climate change” nevű projektjével együttműködésben. A szerzők köszönetet mondanak Czímber Kornél és Bérczi Szaniszló bírálóknak hasznos javaslataiért.

### Hivatkozások

- Balme M, Greeley R** (2006): Dust devils on Earth and Mars. *Reviews of Geophysics*, 44(3), CiteID RG3003.
- Chicarro A, Martin P, Trautner R** (2004): The Mars Express mission: an overview. In: Mars Express: the scientific payload. Ed. by Andrew Wilson, scientific coordination: Agustin Chicarro. ESA SP-1240, Noordwijk, Netherlands: ESA Publications Division, 3-13.
- Czímber K** (1997): Geoinformatika. Egyetemi jegyzet, Sopron, 1997.
- Hargitai H** (2006): Planetary Maps: Visualization and Nomenclature. *Cartographica*, 41(2), 149-167.
- Hargitai H** (2008): Topographic map of Mars, Lambert projection. Eötvös Loránd Tudományegyetem, Kozmikus Anyagokat Vizsgáló Űrkutató Csoport.
- Illés E** (2006): Miért nem olyan az egyik, mint a másik? A naprendszerbeli bolygótetek összehasonlító planetológiai áttekintése. *Magyar Tudomány*, 2006(8), 918.
- Kereszturi A** (2012): Mars – fehér könyv a vörös bolygóról. Magyar Csillagászati Egyesület, Budapest.
- Kereszturi A** (2013): Távérzékeléses módszerekkel a marsi víz nyomában. *Geodézia és Kartográfia*, 64(9-10), 18-23.
- Mucsi L, Nagyváradai L, Kovács F, Szatmári J** (2010): Geoinformatika alapjai. Elektronikus jegyzet, Szegedi Tudományegyetem.
- Rabus B, Eineder M, Roth A, Bamler R** (2003): The shuttle radar topography mission – a new class of digital elevation models acquired by spaceborne radar. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 57(4), 241-262.
- Smith D, Neumann G, Ford P, Arvidson RE, Guinness EA, Slavney, S** (1999): Mars global surveyor laser altimeter precision experiment data record. NASA Planetary Data System, MGS-M-MOLA-3-PEDR-L1A-V1.0.
- Sakimoto SEH, Garvin JB, Wright H** (2001): Topography of small volcanic edifices in the mars northern polar region from Mars Orbiter Laser Altimeter observations. 31th Lunar and Planetary Science Conference, abstract, 1971.
- Sik A, Kereszturi Á** (2006): A Mars felszínalkantani vizsgálata űrfelvételek alapján. *Geodézia és Kartográfia*, 58(9), 12-20.
- Telbisz T, Székely B, Tímár G** (2013): Digitális terepmodellek. ELTE TTK Földrajz- és Földtudományi Intézet Természetföldrajzi Tanszék, Budapest.
- Tímár G, Telbisz T, Székely B** (2003): Űrtechnológia a digitális domborzati modellezésben: az SRTM adatbázis. *Geodézia és Kartográfia*, 55(12), 11–15.

# A ROBBANTÁSOK ÉS FÖLDRENGÉSEK ELKÜLÖNÍTÉSE KÜLÖNBÖZŐ PARAMÉTEREKRE SZÁMOLT MAHALANOBIS-TÁVOLSÁGOK SEGÍTSÉGÉVEL

Kiszely Márta\*, Győri Erzsébet\*



*Discrimination of earthquakes and quarry blasts using Mahalanobis distances calculated from different parameters* – This article presents a statistical method to discriminate explosions and earthquakes. Our aim was to determine the typical parameters of blasts originated from eight different quarries and of earthquakes occurred in Northern Hungary and south part of Slovakia between 2010 and 2013. The selection of the most appropriate parameters was carried out on the basis of computations of Mahalanobis distances.

**Keywords:** earthquake, blast, Mahalanobis distance, spectrum

Jelen cikk a robbantások és földrengések elkülönítésének egy statisztikai módszerét mutatja be. Célszerű Észak-Magyarország és Szlovákia déli részén 2010 és 2013 között keletkezett földrengések és nyolc különböző bányából származó robbantások elkülönítését lehetővé tevő paraméterek meghatározása volt. A legalkalmasabb paraméterek kiválasztását a Mahalanobis-távolságok meghatározása alapján végeztük el.

**Kulcsszavak:** földrengés, robbantás, Mahalanobis-távolság, spektrum

## 1 Bevezetés

2010 és 2013 között 143 olyan szeizmikus esemény került be a Magyarországi Földrengések Évkönyveibe és a Magyar Nemzeti Szeizmológiai Bulletinokba, ami Észak-Magyarország és Szlovákia területén (47°-49°É; 19°-21°K) keletkezett (Gráczter et al. 2012, 2013, Tóth et al. 2011, 2012, 2013, 2014). Az eseményeknek azonban kb. harmada robbantás volt. Mivel egy terület tektonikai elemzésekor hamis következtetésre juthatunk, ha a természetes eredetű földrengések közé tévesen mesterséges események is bekerülnek, ezért fontos, hogy a rengéseket szétválasszuk a robbantásoktól.

Vizsgálataink során a Mátra második legmagasabb csúcsán levő pizskéztetői (PSZ) állomás szeizmogramjait használtuk fel a terület földrengéseinek és a környéken működő 8 bánya robbantásainak az elkülönítésére.

Az elkülönítésre leginkább használható paramétereket a Mahalanobis-távolságok (MD) számítása alapján választottuk ki. A Mahalanobis-távolság meghatározásával egy kvantitatív mértéket kaphatunk arra, hogy különböző paraméterek alapján mennyire különül el egymástól két populáció, esetünkben a földrengések és a robbantások. Használatának előnye, hogy egyszerre több paramétert is figyelembe vehetünk. Vizsgálatunkban a szeizmikus események P, S és R<sub>g</sub> fázisainak amplitúdóiból számított paramétereket, valamint különböző spektrumjegyeket használtunk fel.

A következő kérdésekre kerestük a választ:

- 1) Milyen fázisok amplitúdó adatai alapján különülnek el a legjobban a vizsgált területen a földrengések és robbantások?
- 2) Milyen spektrumadatok használhatók leginkább az elkülönítésre?
- 3) Az amplitúdó- és spektrumadatok együttes felhasználása milyen eredménnyel jár?

## 2 A Mahalanobis távolság

A Mahalanobis-távolság egy dimenzió nélküli szám, amit Prasanta Chandra Mahalanobis (1893-1972) indiai matematikus fejlesztett ki indiai kasztok többváltozós távolságának meghatározására. Azt kutatta, hogy milyen tényezők befolyásolják a kasztok jegyeit az európai és az indiai vegyes

házasságok révén (Mahalanobis 1936). A Mahalanobis-távolságot (*MD*) azóta is széleskörűen alkalmazzák többváltozós populációk statisztikai elemzéseire.

Az alap probléma annak a valószínűségnek a becslése, hogy egy tesztpont az  $N$  dimenziós euklideszi-térben hozzátartozik-e egy adott populációhoz. Megbizonyosodva arról, hogy a populáció csak hozzátartozó mintákból áll, első lépésként meghatározzuk az elemeinek a középpontját. Minél közelebb esik a tesztpont ehhez a középponthez, annál valószínűbb, hogy az a populációhoz tartozik. Minél távolabb esik, annál valószínűbb, hogy nem minősül a populáció tagjának. Az *MD* segítségével a megfigyelések (minták) egy populáció középpontjától vett távolságát mérjük. A mintapontok szórását is figyelembe veszi a módszer. Ha a távolság a tesztpont és a populáció középpontja között kevesebb, mint az adatok szórása, akkor nagyon valószínű, hogy a vizsgált pont a csoport tagja.

Az *MD* a diszkriminációs problémának egy többváltozós megközelítése, mivel súlyozva van a csoporttagok változóinak egymás közötti eltéréseivel. Magasabb rendű, mint az Euklideszi-távolság (*ED*), mert figyelembe veszi a csoportok elemeinek eloszlását. Az 1. ábra szemlélteti az *ED* és *MD* különbségét. Látható, hogy a csoport közepétől azonos 'távolságú' ívek az *MD* esetében jobban illeszkednek a változók elhelyezkedéséhez, mint az *ED* esetében.

Megemlítendő még, hogy az *MD* skálafüggetlen. A sztenderd *ED* minden paramétert egyforma mértékkel vesz figyelembe, függetlenül azok skálatartományától. Emiatt nagyobb súllyal kerülnek latba a nagyobb számértékű paraméterek. Az *MD* ezt a többdimenziós problémát is kezelni tudja.

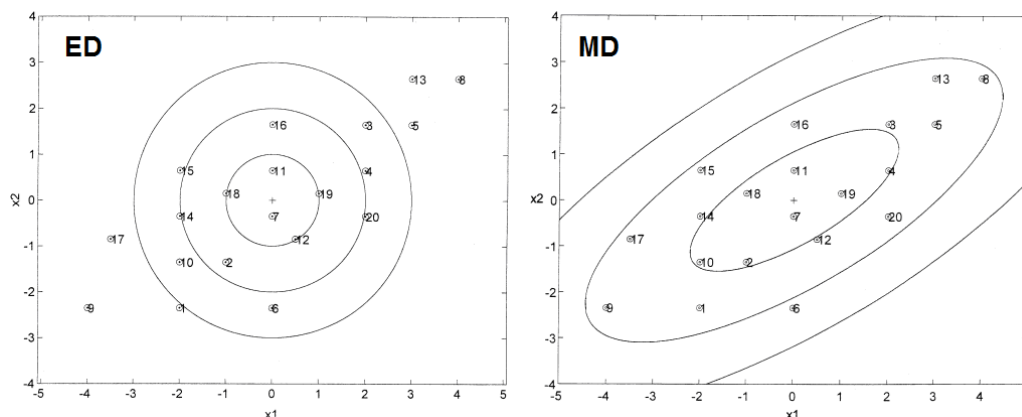
A változókról feltételezzük, hogy normális eloszlásúak. A cél azoknak a paramétereknek a megtalálása, amelyekkel növelhető a csoportok közötti távolság. Három változó esetén térbeli ellipszoidok keletkeznek, ami pedig még grafikusán megjeleníthető forgatással, vagy több szögéből készített felvétellel. E módszer előnye azonban az, hogy háromnál több változó felhasználásával is elemezhetjük két csoport elkülöníthetőségét, amit pl. grafikusán már nem tudunk megjeleníteni.

Az *MD* meghatározása a  $C_x$  kovariancia mátrix meghatározásával indul:

$$C_x = \frac{1}{(n-1)}(X_c)^T(X_c). \quad (1)$$

A képletben  $X$  az adatmátrix, amiben  $n$  a megfigyelések (sorok) száma, amiket a  $p$  változókra kapunk.  $X_c$  az oszlop átlaghoz centrált mátrix ( $X - X_{\text{átlag}}$ ). Két változó esetén a  $C_x$  kovariancia mátrix képlete a következő lesz:

$$C_x = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 \\ \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$



**1. ábra.** Az *ED* és *MD* távolság szemléltetése  $x_1$  és  $x_2$  változók esetén. Az *MD* figyelembe veszi a paraméterek közötti kapcsolatot. Az *ED* alapján több mintát is a populációtól különállónak kellene tekinteni, ami az *MD* alapján a populáció tagjának bizonyul (Maesschalck et al. 2000)

ahol a változók varianciája, más néven szórásnégyzete  $\sigma_1^2$  és  $\sigma_2^2$ , a két változó kovarianciája pedig  $\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$ . Az MD képlete a következő (Maesschalck et al. 2000):

$$MD_i = \sqrt{(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})C_x^{-1}(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})^T}, \quad (3)$$

$$C_x^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_2^2 / \det(C_x) & -\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 / \det(C_x) \\ -\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 / \det(C_x) & \sigma_1^2 / \det(C_x) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

ahol  $\det(C_x) = \sigma_1^2\sigma_2^2(1 - \rho_{12}^2)$  a (2) variancia-kovariancia mátrixnak a determinánsa. Részletesen kiírva két változó esetére a képletet, a következőt kapjuk:

$$MD_i = \sqrt{\left(\frac{x_{i1} - \bar{x}_1}{\sigma_1}\right)^2 + \left[\left(\frac{x_{i2} - \bar{x}_2}{\sigma_2}\right) - \rho_{12}\left(\frac{x_{i1} - \bar{x}_1}{\sigma_1}\right)\right]^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \rho_{12}^2}}}. \quad (5)$$

Látszik, hogy az (5) kifejezésben a  $\rho_{12}$  szorzóval szereplő tag – az adatok közötti korrelációval – módosítja az MD értéket. Ha ezt a tagot nem vesszük figyelembe ( $\rho_{12}=0$ ) megkapjuk az Euklideszi távolság formuláját:

$$ED_i = \sqrt{(x_{i1} - \bar{x}_1)^2 + (x_{i2} - \bar{x}_2)^2}. \quad (6)$$

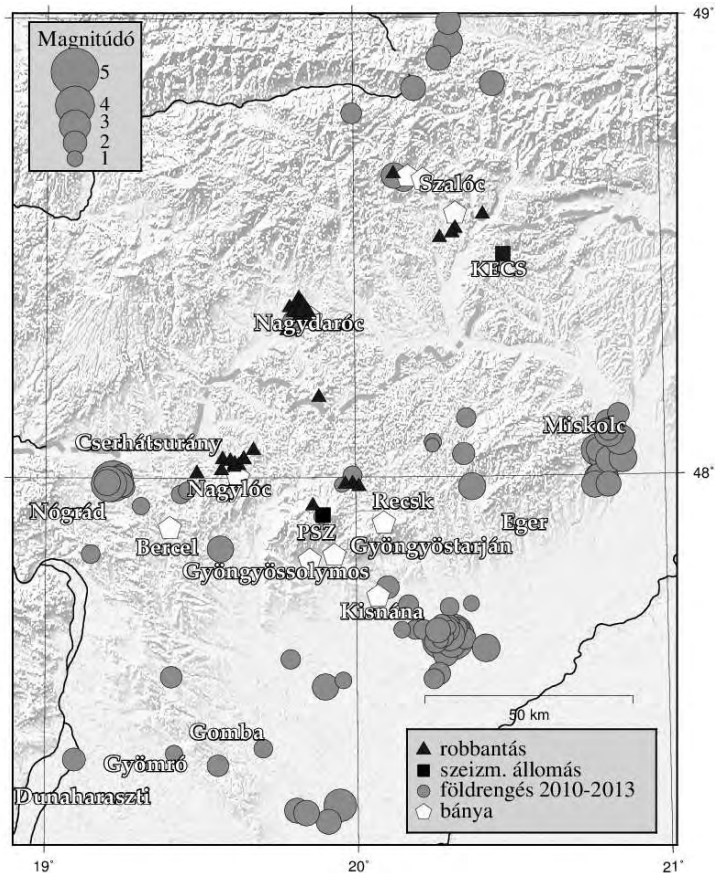
A szeizmológiában is egyre többször alkalmazzák ezt a statisztikai módszert. Például Koch és Fáh (2002) a németországi Vogthland területén 1991 és 1993 között keletkezett, kisméretű események különböző spektrális és amplitúdó paraméterei közül keresték az elkülönítésre legalkalmasabb kombinációt az MD értékek segítségével. Kutatásaik szerint, ha  $MD > 4$ , akkor a két csoport a vizsgált paraméterek alapján statisztikailag különbözőnek tekinthető. Fáh és Koch (2002) másik munkájukban az Alpok és Svájc területén kipattant  $1.3 \leq M_L \leq 3.8$  méretű események elkülönítési lehetőségét elemezték, amiben az éjszaka történt eseményeket tekintették földrengésnek. Arrowsmith és munkatársai (2006) pedig az Egyesült Államokban, Wyoming környéki eseményekre vonatkozóan hét paraméter közül választották ki a legmegfelelőbbet e módszerrel.

Cikkünkben az MD segítségével azt elemeztük, hogy mely kvantitatív változók alapján lehet a robbantásokat és a földrengéseket jobban elkülöníteni. A MD távolság meghatározására a MATLAB programcsomag beépített függvényét használtuk. A mátrix formában megadott adatok minden sora 1-1 szeizmikus esemény, minden oszlopa pedig az esemény 1-1 paramétere volt. Számításaink során minden egyes robbantás „távolságát” meghatároztuk a földrengések teljes csoportjának és a saját (robbantások) csoportjának centrumától. Minden földrengés esetén is meghatároztuk a saját (földrengések) és a robbantások csoportjától vett statisztikai távolságokat. Minden eseményhez így két értéket kaptunk. Koch és Fáh (2002) szerint akkor mondhatjuk, hogy a két csoport statisztikailag elkülönül egymástól, ha a kettő közötti különbség abszolút értékben 4-nél nagyobb. Az elemzést Koch és Fáh (2002) munkáját mintának tekintve végeztük el.

### 3 A felhasznált események

A 2. ábrán feltüntettük a vizsgált területen keletkezett földrengéseket (körök). A robbantások esetében, csak azokat jeleztük (háromszögek) amelyekről elegendő számú beérkezési idő adat állt rendelkezésre, és így történt epicentrum meghatározás. A robbantások többségét (és sok kisebb földrengést is) azonban csak a PSZ állomás regisztrálta, így nem lehetett az epicentrumaikat meghatározni. Azokat az eseményeket azonban, amiket a Bányakapitányságok jelentése alapján sikerült a megfelelő bányához kapcsolni, felhasználtuk az elemzésünkben.

A PSZ állomás 8 bánya robbantásait regisztrálja rendszeresen, ezek helyét és a felhasznált események számát az 1. táblázatban foglaltuk össze.



**2. ábra.** A földrengések és robbantások számított epicentrumainak térképe. A térképen feltüntettük azt a 8 bányát, aminek robbantásait rendszeresen regisztrálta PSZ állomás. A robbantások számolt epicentrumát háromszögek jelölik. A legtöbb esetben azonban csak a bányakapitányság bejelentése alapján tudtuk azonosítani őket

A legközelebbi bánya 10 km-re (Gyöngyössolymos), a legtávolabbi 83 km-re (Szalóc) fekszik PSZ-től. A listában összesen 104 földrengés szerepel, amelyek közül a legtávolabbi az állomástól 118 km-re volt. A földrengések mérete  $0.7 \leq M_L \leq 4.8$  a robbantásoké  $0.5 \leq M_L \leq 4.8$  között változott. A feladat olyan jellemző paraméterek keresése, amelyek az állomástól eltérő távolságban (és irányokban) végrehajtott robbantások és kipattant földrengések esetén is megfelelő eredményt adnak. Összesen 215 eseményt vizsgáltunk, amelyekből 104-et tekintettünk földrengésnek, de ezek között lehet néhány tévesen idesorolt robbantás is.

**1. táblázat.** A bányák elhelyezkedése, és a kutatás során vizsgált robbantások/földrengések száma

Bánya/Rengés	Földrajzi koordináta: $\varphi, \lambda$	Események száma
Bercel	47.893°, 19.406°	8
Gyöngyössolymos	47.836°, 19.934°	18
Gyöngyöstarján	47.822°, 19.857°	4
Kisnána	47.741°, 20.070°	32
Nagydaróc (Szlovákia)	48.346°, 19.858°	21
Nagyőr	48.005°, 19.627°	10
Szalóc (Szlovákia)	48.573°, 20.331°	7
Recsk	47.900°, 20.09°	11
földrengések	PSZ-től 0.6-118 km	104



## 2 A robbantások és földrengések jellemzői

A robbantások is szeizmikus forrásnak tekinthetők, azonban a fészekmechanizmusuk jellege alapjában különbözik a földrengésektől. Egyrészt a földrengések legtöbbször két kőzetblokk egymás mentén történő gyors elmozdulása során keletkeznek, ezért a keletkező szeizmikus hullámok nem minden irányban azonos erősségűek. A robbantások viszont – így a bányarobbantások egy része is – izotróp hullámforrásoknak tekinthetők. Másrészt földrengések esetében – amelyek legtöbbje tektonikus eredetű – a nyírási deformációt továbbító  $S$  hullámok energiája a nagyobb. Elméletileg a  $P$  hullámok amplitúdója kb. ötöde az  $S$  hullámokénak (Bormann 2012). (Az állomásokon regisztrált amplitúdók nagysága azonban függ a törési sík és az azon történő elmozdulás irányától, amit a forrás sugárzási terének nevezünk.)

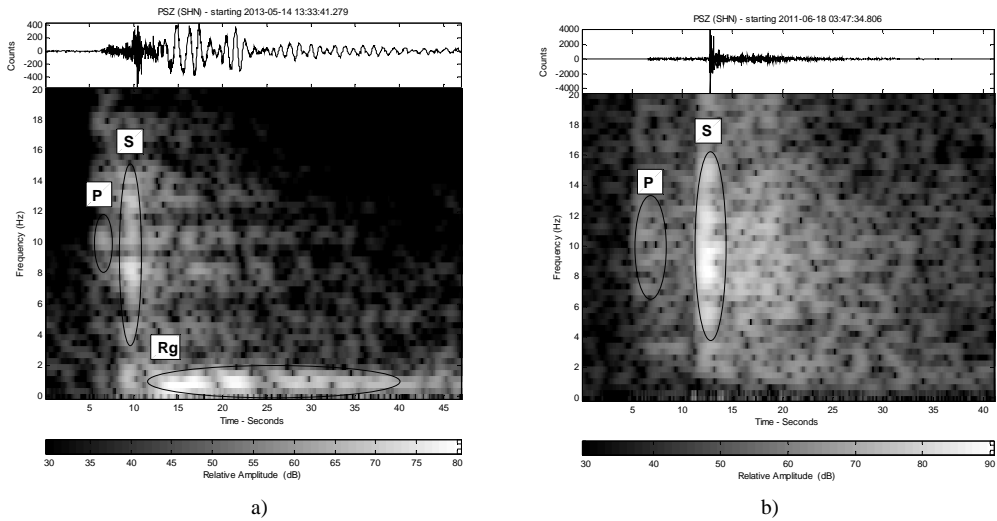
A robbantásokra és a sekély fészekmélységű földrengésekre jellemző az  $R_g$  hullám kialakulása. Ez egy felületi hullámtípus, ami a térhullámokkal ellentétben éles beérkezés nélküli, hosszan kiterjedő hullámvonalatot alkot. Az  $R_g$  rövidperiódusú Rayleigh-hullámokból áll, spektruma általában 0.5-1.5 Hz között maximális. Jelölésében a „g” a kéreg gránitos részére utal, ahol a terjedése történik. Átlagsebessége kb. 3 km/s, és a 100-200 km-nél közelebbi szeizmogramok domináns fázisa lehet. Mivel a robbantások 0 km fészekmélysége kedvez az  $R_g$  hullámok kialakulásának, ennek a fázisnak a jelenléte segíti azok elkülönítését. A földrengések fészekmélysége hazánkban leggyakrabban 10 km körüli, esetükben nem alakul ki  $R_g$  felületi hullám.

A különböző fázisok amplitúdójának arányai területenként változhatnak. Függnek a vizsgált frekvenciasávtól, a felhasznált fázisoktól és a terjedési úttól. Általában igaz, hogy a  $P/S$  amplitúdóarány robbantások esetében nagyobb, mint a földrengéseknél, de bizonyos körülmények között kisebb is lehet a földrengésekre kapottaknál. Az arányok kiszámítására az 1980-as években még csak az 1 Hz körüli szűksávú hullámforma adatokat használták fel. Baumgardt és Young (1990), valamint Kim és munkatársai (1997) a vizsgálatokat magasabb, 5 Hz-ig terjedő frekvenciákra is kiterjesztették. Tapasztalataik szerint ebben a sávban jobb elkülönülést adtak az amplitúdóarányok, mint az alacsonyabb frekvenciáknál.

Az amplitúdóarányok mellett gyakran használják elkülönítésre a földrengések és a robbantások során keletkezett hullámok spektrumában mutatkozó eltéréseket is. A spektrális módszerek közé tartozik a történelmileg legkorábban kidolgozott, egyszerű elkülönítési módszer, amikor a spektrum alacsony frekvenciás energiáját hasonlítják össze a magas frekvenciás energia tartalommal, amit *spektrumarány*nak ( $SR$ ) neveznek. Robbantások esetében a magasabb frekvenciatarományokra gyors teljesítménycsökkenés jellemző. A spektrumokkal kapcsolatos másik módszer az egyes fázisok spektrumtartalmának, és azoknak a magasabb frekvenciák felé való csökkenési ütemének az elemzése. Ez utóbbit számszerűsíti a logaritmikusan ábrázolt teljesítményspektrumra illesztett egyenes *meredeksége*. A hazai bányarobbantásokat késleltetett robbantási technika segítségével kivitelezik, ami a spektrum csipkézettségét okozza. Ezt egy adott spektrumtartományban meghatározható *spektrumátlag* és *-maximum* hányadosával próbáltuk kifejezni. A 3. ábra egy kishánai robbantás és egy Jászágó közelében kipattant 10 km mély földrengés szeizmo- és spektrogramjait mutatja. Jól látható az  $R_g$  hullámfázis jelenléte (és jellemző frekvencia tartománya) robbantásnál, és hiánya a földrengés esetében.

## 4 Mahalanobis távolságok a különböző fázisok amplitúdó- és spektrumadatai alapján

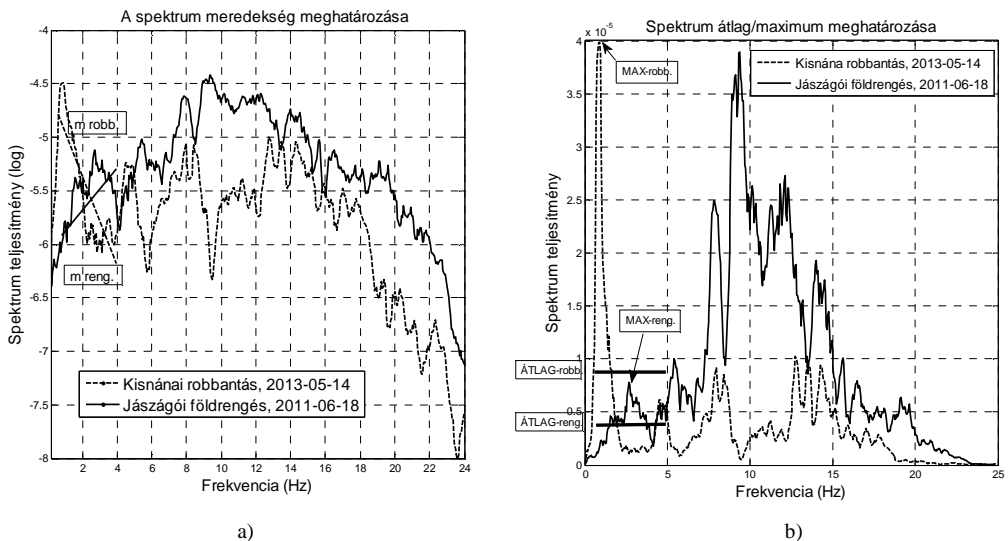
Első lépésként a  $PSZ$  állomáson regisztrált események  $P$ ,  $S$  és  $R_g$  fázisainak amplitúdóit határoztuk meg. A mért amplitúdók „counts”-ban értendők (1 count = 1.7 nm/s). A  $P$  fázis esetében a vertikális ( $Z$ ) csatornán mérhető legnagyobb, az  $S$  fázis esetében a radiális, vagyis az esemény epicentruma irányába elforgatott SHR komponensen mért legnagyobb amplitúdó értékeket olvastuk ki. Az  $R_g$  esetében a 0.66-2 Hz között szűrt szeizmogram legnagyobb amplitúdóját vettük alapul (a vertikális csatornán), annak ellenére, hogy sokszor nem volt egyértelmű e felületi hullám jelenléte. Mivel a különböző események mért amplitúdó értékei között több nagyságrendnyi különbség is lehetett, ezért az amplitúdó értékek illetve arányok logaritmusát vettük.



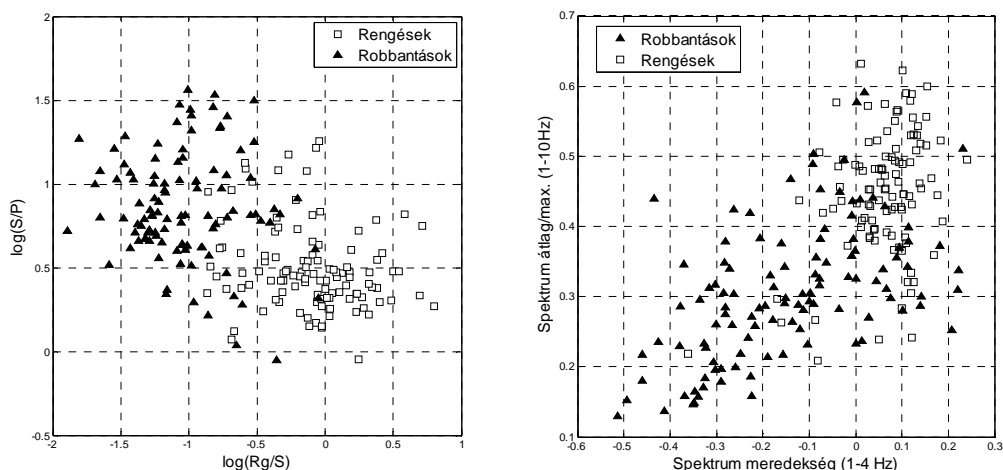
3. ábra. Egy (a) kiskunági bányarobbanás és egy (b) Jászágó területén kiptantant  $M_L=1.4$  rengés szeizmo- és spektrogramja.

Az első feladat annak az eldöntése volt, hogy a különböző amplitúdóértékek közül melyeknek a felhasználása ad statisztikailag jobb szétválasztást a robbanások és a földrengések között. A spektrum-mereedséget több frekvencia tartományban is meghatároztuk, a legalkalmasabbat az  $MD$  kiszámításával választottuk ki. Az 1-4 Hz, az 1-8 Hz és az 1-12 Hz közötti tartományok közül a legelső mutatkozott a legmegfelelőbbnek. Ennek oka valószínűleg az lehetett, hogy a késleltetett robbanási technika miatt módosult spektrum első „csipkéje” e tartományra esett, ami negatív mereedséget okozott (4.a ábra). Az elkülönítésre legalkalmasabb *spektrumátlag/maximum* értékeket szintén a különböző frekvencia tartományokban kerestük. Az 1-5 Hz, az 1-10 Hz, az 1-15 Hz és az 1-20 Hz közül az 1-5 Hz között kapott értékek adták a legjobb elkülönülést (4.b ábra).

Az 5. ábra a  $\log(S/P)$  adatokat mutatja a  $\log(Rg/S)$  függvényében, illetve az 1-10 Hz közötti *spektrumátlag/maximum* értékeket az 1-4 Hz közötti *spektrum-mereedség* függvényében. Az ábrákon elég jól elkülönül egymástól a két populáció, de részben keverednek is egymással, és nem egyértelmű melyik paraméter ad jobb lehetőséget a szétválasztásra.



4. ábra. (a) Spektrum mereedség (1-4 Hz között) és (b) spektrumátlag/maximum (1-5 Hz között) meghatározása



5. ábra. A robbantások és a földrengések pontjai az amplitúdó- és spektrumparaméterek diagramján

Az MD meghatározásával választottuk ki most is a legmegfeleőbbeket. A kapott MD értékek a 6-7. ábrákon láthatók.

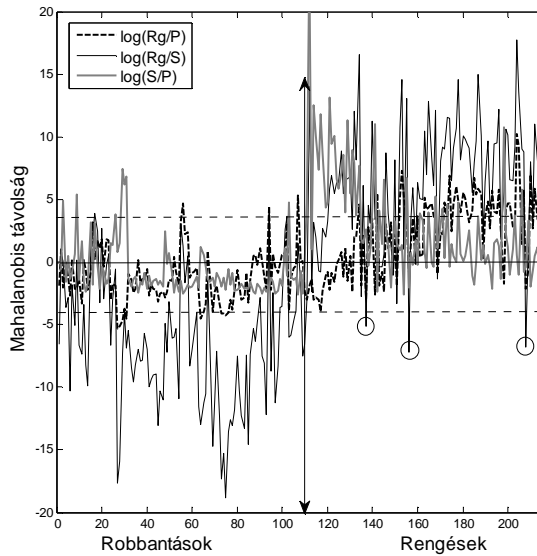
A robbantások és földrengések adatai között a határt függőleges nyíllal, a -4 és 4 értékeket – amelyek a megfelelő statisztikai elkülönülés kritikus határai – szaggatott vonallal jelöltük. A különböző paraméterek esetében más-más MD értékeket kaptunk, ezek robbantásokra és földrengésekre kapott átlagát a 2. táblázatban foglaltuk össze. A  $\log(Rg/S)$  esetében jobban elkülönült a két populáció, mint a  $\log(Rg/P)$  és a  $\log(S/P)$  adatoknál, sőt már önmagában erre a paraméterre is statisztikailag megfelelő elkülönülést kaptunk. Mindegyik paramétert együtt figyelembe véve tovább javult a két csoport szétválása. Ekkor a robbantások 60%-a és a földrengések 89%-a különült el statisztikailag megfelelő mértékben.

A spektrumokból származtatott paraméterek közül önállóan egyik sem adott megfelelő elkülönülést. Mindhárom spektrumadatot felhasználva a robbantások 68%-a és a földrengések 19%-a különült el megfelelően. Az események amplitúdó- és spektrumadatait együtt véve figyelembe ez az arány 90 és 95%-ra emelkedett. Érdekes, hogy a fázisadatok esetében a földrengések, a spektrumadatoknál a robbantások mutattak jobban összetartozó csoportot.

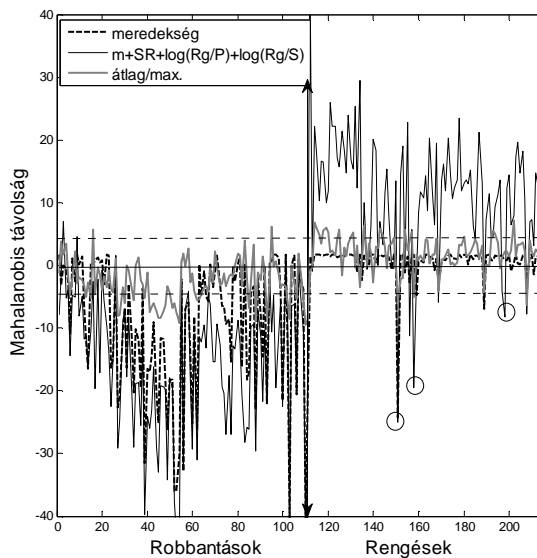
Az MD használata további kutatási lehetőséget nyújt. Segítségével újabb paraméterek vonhatók be az elkülönítésbe, esetleg a fázisok amplitúdóit különböző sávszűrők használata után meghatározva kereshetjük az elkülönítésre legmegfeleőbbeket. Egy jól összeállított adatbázis esetén kiszűrhető lesz a téves osztályozású események jelentős része.

2. táblázat. A különböző paraméterekre kapott MD átlagok a robbantások és a földrengések csoportja esetében

Paraméter	MD átlag robbantásokra	MD átlag rengésekre
$\log(Rg)$	-0.10	5.23
$\log(S)$	-0.49	2.39
$\log(Rg/P)$	-1.21	2.23
$\log(Rg/S)$	-6.42	6.29
összes amplitúdóadat együtt	-5.15	17.18
spektrummeredekség [m] (1-4 Hz)	-9.64	0.80
spektrumátlag/max. (1-5 Hz)	-4.00	1.15
spektrumarány (SR)	-1.59	0.17
összes spektrumadat	-14.85	1.55
m+átlag/max.+ $\log(Rg/P)$ + $\log(Rg/S)$	-15.61	7.81



6. ábra. Az MD értékek különböző fázisparaméterek esetében. A földrengések csoportjából robbantásokra jellemző MD értékeket mutató események egy részéről kiderült, hogy robbantások voltak, téves besorolással (karikával jelölve)



7. ábra. Az MD értékek különböző spektrális paraméterek és a spektrális- és fázisadat kombinációk együttes alkalmazása esetében

## 5 Összefoglalás

A magyarországi szeizmológiai állomáshálózat fokozatosan bővülő állomásszámmal működik, emiatt a detektálási küszöb folyamatosan csökken és egyre több kisméretű bányarobbantás kerül regisztrálásra. Ebből következőleg időszerűvé vált a földrengések és robbantások elkülönítésére szolgáló paraméterek elemzése. A robbantások és a földrengések keletkezésének eltérő mechanizmusa rányomja bélyegét a különböző fázisaik amplitúdó- és spektrális tulajdonságaira. E cikkben a pizskéstetői (PSZ) szeizmológiai állomáson regisztrált közeli földrengéseket és bányarobbantásokat elemeztük. A Mahalanobis-távolság segítségével vizsgáltuk a robbantások és földrengések elkülönítésének sikerességét. A fázisok amplitúdó értékeiből származtatott ötféle változót meghatározva a

$\log(Rg/S)$  mutatkozott a legalkalmasabb elkülönítő paraméternek. A spektrumadatok közül az 1-4 Hz közötti spektrumeredekség a robbantásokra szignifikánsan negatív, a földrengésekre pozitív értéket adott. A fázisok amplitúdó- és spektrumadatait együtt figyelembe véve a robbantások 90%-a, a földrengések 95%-a mutatott a csoportjára jellemző értékeket.

**Köszönetnyilvánítás.** A kutatás a K105399 számú OTKA pályázat keretein belül történt.

### Hivatkozások

- Arrowsmith SJ, Arrowsmith MD, Hedlin MAH, Stump B** (2006): Discrimination of delay-Fired mine blasts in Wyoming using an automatic time-fr discriminanat. BSSA 96, 6, 2368-2382.
- Baumgardt DR, Young GB** (1990): Regional seismic waveform discrimination and case-based event identification using regional arrays. BSSA 80, 6, 1874-1892.
- Bormann P** (Ed.) (2012): New Manual of Seismological Observatory Practice (NMSOP-2). IASPEI, GFZ German Research Centre for Geosciences, Potsdam; <http://nmsop.gfz-potsdam.de> DOI: 10.2312/GFZ.NMSOP-2, 2014-12-27.
- Fäh D, Koch K** (2002): Discrimination between earthquakes and chemical explosions by multivariate statistical analysis: a case study for Switzerland. BSSA 92, 5, 1795-1805.
- Gráczer Z, Czifra T, Kiszely M, Mónus P, Zsíros T** (2012): Magyar Nemzeti Szeizmológiai Bulletin 2011. Budapest, MTA CSFK GGI, 357.
- Gráczer Z, Czifra T, Györi E, Kiszely M, Mónus P, Süle B, Szanyi Gy, Tóth L, Varga P, Wesztergom V, Wéber Z, Zsíros T** (2013): Magyar Nemzeti Szeizmológiai Bulletin 2012. Budapest, MTA CSFK GGI, 258.
- Mahalanobis, Prasanta Chandra** (1936): "On the generalised distance in statistics". Proceedings of the National Institute of Sciences of India 2(1), 49-55.
- Kim WY, Aharonian V, Lerner-Lam AL, Richards PG** (1997): Discrimination of Earthquakes and Explosions in Southern Russia Using Regional High-Frequency Three-Component Data From the IRIS/JSP Caucasus Network. BSSA 87, 3, 569-588.
- Koch K, Fäh D** (2002): Identification of earthquakes and explosions using amplitude ratios: The Voghtland area revisited. Pure appl. Geophys., 159, 735-757.
- Maesschalck R, Jouan-Rimbaud D, Massart DL** (2000): Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems. Chemometrics and Intelligent Laboratory System, 50, 1-18.
- Tóth L, Mónus P, Zsíros T, Kiszely M & Czifra T** (2011): Magyarországi Földrengések Évkönyve, Hungarian Earthquake Bulletin 2010. GeoRisk, MTA GGKI, Budapest, 140. HU ISSN 1589-8326.
- Tóth L, Mónus P, Zsíros T, Kiszely M, Czifra T** (2012): Magyarországi Földrengések Évkönyve, Hungarian Earthquake Bulletin 2011. GeoRisk, Budapest, 158. HU ISSN 1589-8326.
- Tóth L, Mónus P, Zsíros T, Kiszely M, Czifra T** (2013): Magyarországi Földrengések Évkönyve, Hungarian Earthquake Bulletin 2012. GeoRisk, Budapest, 88. HU ISSN 1589-8326.
- Tóth L, Mónus P, Kiszely M** (2014): Magyarországi Földrengések Évkönyve, Hungarian Earthquake Bulletin 2013. GeoRisk, Budapest, 136. HU ISSN 1589-8326.

